

+2 puts 100 junio
+1 contrato subyacente

Podemos escribir las opciones de venta a 100 de junio por separado

+1 Junio 100 put
+1 Junio 100 put
+1 contrato subyacente

Una opción de venta larga y un contrato subyacente largo es una opción de compra larga sintética. La posición completa es de nuevo un straddle largo:

+1 Junio 100 put
+1 de junio 100 llamada

A partir de los ejemplos anteriores, podemos ver que hay tres maneras de crear un straddle largo:

1. comprar la opción de compra y comprar la opción de venta
2. comprar la opción de compra, y comprar la opción de venta sintéticamente
3. comprar la opción de venta, y comprar la opción de compra sintéticamente

Los dos últimos métodos son *straddles largos sintéticos*. La mejor manera de comprar un straddle dependerá de los precios de los sintéticos en comparación con sus equivalentes reales. Abordaremos la cuestión de los precios de los sintéticos en el próximo capítulo.

Mariposas y cóndores de hierro

Considere estas dos posiciones:

1. +1 put 95 junio / +1 call 105 junio
2. -1 100 junio call / -1 100 junio put

La primera estrategia es un strangle largo; la segunda, un straddle corto. ¿Qué ocurrirá si combinamos las dos estrategias? Podemos responder a la pregunta reescribiendo la posición utilizando sólo opciones de compra o sólo opciones de venta. Si optamos por expresar

todos los contratos como calls podemos reescribir cada put como un sintético:

Original position	Synthetic put equivalent
+1 June 95 put	+1 June 95 call / -1 underlying contract
-1 June 100 call	
-1 June 100 put	-1 June 100 call / +1 underlying contract
+1 June 105 call	

Sustituyendo las opciones de venta por sus equivalentes sintéticos, y cancelando los contratos subyacentes largos y cortos, nos queda una mariposa larga

+1 de junio de 95 llamada
-2 Llamadas 100 junio +1 Llamada 105 junio

Si, en lugar de calls, expresamos todos los contratos como puts, también acabaremos con una mariposa larga. Esto confirma el hecho de que una mariposa de compra y una mariposa de venta son esencialmente lo mismo. Una es simplemente una versión sintética de la otra.

Una *mariposa de hierro* es una posición que combina un strangle y un straddle, con el straddle centrado exactamente en el centro del strangle. Tiene las mismas características que una mariposa tradicional. Pero a diferencia de una mariposa larga (comprar los precios de ejercicio exterior / vender el precio de ejercicio interior) que se hace por un débito (de ahí el término largo), la mariposa de hierro equivalente (comprar el strangle / vender el straddle) se hace por un crédito. El straddle que vendemos siempre tiene más valor que el strangle que compramos. Si recibimos dinero colocamos la posición, entonces estamos *cortos* en la mariposa de hierro. Comprar una mariposa tradicional equivale a vender una mariposa de hierro.

¿Cuánto vale una mariposa de hierro? Sabemos que una mariposa larga tendrá un valor a vencimiento entre cero y la cantidad entre los precios de ejercicio. Si compramos la mariposa de junio 95 / 100 / 105 pagaremos alguna cantidad entre cero y 5.00. Esperamos que el contrato subyacente termine en 100, en cuyo caso la mariposa valdrá su máximo de 5,00. Si vendemos la mariposa de hierro 95 / 100 / 105 de junio nos llevaremos una cantidad entre cero y 5,00. También esperamos que el subyacente termine a 100, en cuyo caso todas las opciones no valdrán nada y ganaremos por el importe de la venta original.

Al vencimiento, el valor de una mariposa y una mariposa de hierro debe sumar el importe entre los precios de ejercicio. Teniendo en los intereses, el

valores de hoy deben sumar el valor actual de esta cantidad. Si suponemos que los tipos de interés son cero, y la mariposa 95 / 100 / 105 de junio cotiza a 1,75, la mariposa de hierro 95 / 100 / 105 de junio debería cotizar a 3,25. Tanto si compramos la mariposa por 1,75, como si vendemos la mariposa de hierro por 3,25, queremos que ocurra lo mismo, que el mercado se mantenga cerca del precio de ejercicio interior de 100. Ambos spreads tendrán el mismo potencial de ganancias o pérdidas.

También podemos crear un cóndor sintéticamente combinando estrangulamientos largos y cortos.

1. +1 put 90 junio / +1 call 110 junio
2. -1 junio 95 put / -1 junio 105 call

La primera posición es un estrangulamiento largo de 90 / 110 en junio; la segunda es un estrangulamiento corto de 95 en junio. / 105 strangle. Si expresamos toda la posición en términos de calls podemos reescribir cada put como un sintético:

Original position	Synthetic put equivalent
+1 June 90 put	+1 June 90 call / -1 underlying contract
-1 June 95 put	-1 June 95 call / +1 underlying contract
-1 June 105 call	
+1 June 110 call	

Sustituyendo las opciones de venta por sus equivalentes sintéticos, y cancelando los contratos subyacentes largos y cortos, nos queda un cóndor largo

- +1 de junio de 90 llamada
- 1 Convocatoria de junio de 95
- 1 Convocatoria de junio de 105
- +1 de junio 110 llamada

Si, por el contrario, expresamos todos los contratos como puts, obtendremos también un cóndor largo. Esto confirma que un condor call y un condor put son esencialmente lo mismo. Uno es simplemente una versión sintética del otro.

Un *cóndor de hierro* es una posición que combina un estrangulamiento largo con un estrangulamiento corto, con un estrangulamiento centrado en medio del otro estrangulamiento. Mientras que un cóndor largo (comprar los precios de ejercicio exterior / vender el precio de ejercicio interior) es

(vender el strangle exterior / comprar el strangle interior) se hace por un crédito. El estrangulamiento interior que vendemos es siempre más valioso que el estrangulamiento exterior que compramos. recibimos dinero cuando colocamos la posición, entonces estamos *en corto* del cóndor de hierro. Comprar un cóndor tradicional equivale a vender un cóndor de hierro.

Al vencimiento, el valor de un condor y de un iron condor debe sumar el importe entre los precios de ejercicio interior y exterior, en nuestro ejemplo 5,00. Teniendo en cuenta los intereses, los valores deben sumar el valor actual de esta cantidad. Si suponemos que los tipos de interés son cero, y el cóndor 90 / 95 / 105 / 110 de junio cotiza a 3,75, el cóndor de hierro 90 / 95 / 105 / 110 de junio debería cotizar a 1,25. Tanto si compramos el condor a 3,75, como si vendemos la mariposa de hierro a 1,25, queremos que ocurra lo mismo, que el mercado se mantenga dentro de los precios de ejercicio del strangle inside. Ambos spreads tendrán el mismo potencial de ganancias o pérdidas.

Las características de algunos diferenciales de volatilidad a menudo pueden reconocerse más fácilmente cuando se escriben en sintética. Por ejemplo, en el [capítulo](#) analizamos los diferenciales conocidos comúnmente como árboles de Navidad. Un típico árbol de Navidad largo podría ser

+1 junio 95 convocatoria / -1 junio 100 convocatoria / -1 junio 105 convocatoria

Las características de este puesto pueden no haber sido inmediatamente evidentes. Pero supongamos que utilizamos sintéticos para reescribir las calls de 95 y 100 de junio como puts

Original position (long call Christmas Tree)	synthetic equivalent
+1 June 95 call	+1 June 95 put / -1 underlying contract
-1 June 100 call	-1 June 100 put / +1 underlying contract
-1 June 105 call	

Sustituyendo las calls 95 y 100 de junio por sus equivalentes sintéticos, y cancelando los contratos subyacentes largos y cortos, nos quedamos con

+1 de junio de 95 put
-1 Junio 100 put
-1 Convocatoria de junio de 105

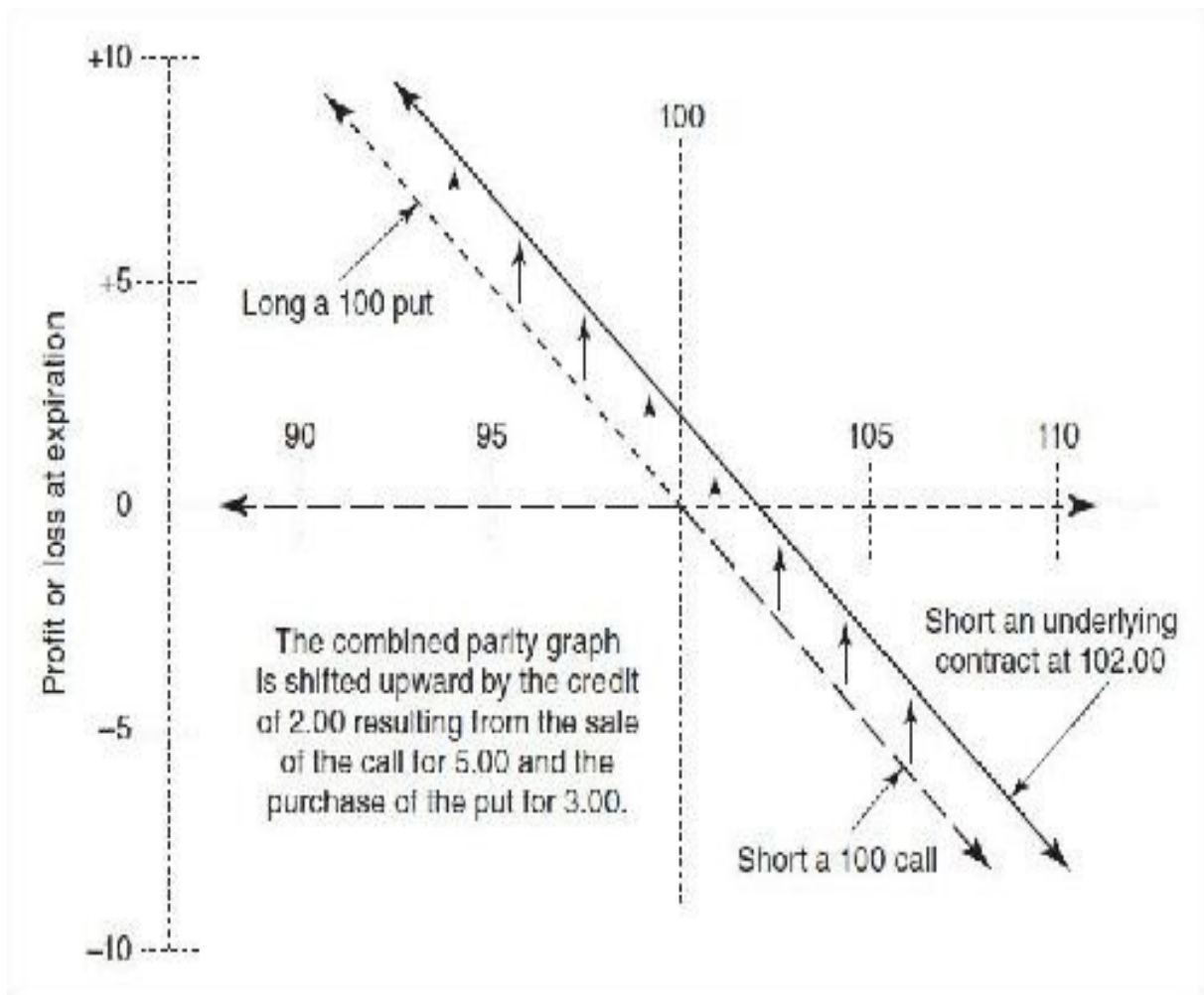
Si nos centramos primero en la opción de venta 100 de junio y la opción de compra 105 de junio, la posición consiste un strangle corto (el strangle 100 de junio / 105 de junio) combinado con una opción de venta larga a un precio de ejercicio más bajo (la opción de venta 95 de junio). Si nos centramos en la put 95 de junio y put 100 de junio, la posición consiste en un diferencial alcista de put (el diferencial put 100 de junio / 105 de junio) combinado con una call corta a un precio de ejercicio más alto (la call 105 de junio). En ambos , tenemos una posición con un riesgo a la baja limitado y un riesgo al alza ilimitado.

¹Dado que la posición no se convertirá en un contrato subyacente hasta el vencimiento, a veces se denomina *contrato a plazo sintético*, que quizá sea una descripción teórica más exacta. Más adelante veremos que la fijación del precio de esta combinación depende del valor de un contrato a plazo.

Arbitraje de opciones

Supongamos que queremos tomar una posición corta en un contrato subyacente que actualmente cotiza a 102,00. Podemos simplemente vender el contrato subyacente a 102,00. Sin embargo, tenemos una opción adicional: podemos tomar una posición corta sintéticamente vendiendo una opción de compra y comprando una opción de venta con la misma fecha de vencimiento y precio de ejercicio. ¿Cuál de estas estrategias es la mejor? Supongamos que vendemos la opción de compra de 100 de diciembre por 5,00 y compramos la opción de venta de 100 de diciembre por 3,00, lo que supone un crédito total de 2,00. Si las opciones son europeas, sin precio de ejercicio, el crédito total es de 2,00. Si las opciones son europeas, sin posibilidad de ejercicio anticipado, al vencimiento siempre venderemos el contrato subyacente a 100,00, ya sea ejerciendo la opción de venta o siendo cedidos en la opción de compra. Como tenemos un crédito de 2,00 de las operaciones con opciones, en realidad estamos vendiendo el contrato subyacente a su precio actual de 102,00. Si no hay consideraciones de intereses o dividendos, la ganancia o pérdida resultante de nuestra posición sintética será idéntica a la ganancia o pérdida resultante de la venta del contrato subyacente a 102,00. De hecho, independientemente de los precios individuales de la opción de compra y de venta a 100 de diciembre, siempre que el precio de la opción de compra a 100 de diciembre sea exactamente 2,00 mayor que el precio de la opción de venta a 100 de diciembre, el beneficio o la pérdida será el mismo para ambas posiciones. Esto se muestra en [la Figura 15-1](#).

Figura 15-1



Ahora supongamos que ya tenemos una posición corta sintética:

-1 Diciembre 100 llamada
+1 Diciembre 100 put

Si queremos salir de la posición, ¿qué podemos hacer? Por supuesto, podemos cerrar nuestra posición sintética volviendo a comprar la opción de compra de 100 de diciembre y vendiendo la opción de venta de 100 de diciembre. Sin embargo, también podemos compensar la posición corta sintética comprando el contrato subyacente.

-1 Diciembre 100 llamada
+1 Diciembre 100 put
+1 contrato subyacente

Esta posición, que suele denominarse *conversión* ⁽¹⁾ es el tipo más común de

arbitraje de opciones. En una estrategia de arbitraje clásica, un operador trata de comprar y vender el mismo contrato o contratos muy similares en mercados diferentes para beneficiarse de un precio erróneo. En una conversión, el operador compra el contrato subyacente en el mercado subyacente y vende el contrato subyacente, sintéticamente, en el mercado de opciones. En conjunto, las operaciones constituyen un arbitraje.

Un operador también puede adoptar la posición contraria, ejecutando una *conversión inversa* (o *reversión*), vendiendo el contrato subyacente y comprándolo sintéticamente:

Llamada +1 Diciembre 100
-1 Diciembre 100 put
-1 contrato subyacente Resumiendo,

$$\begin{aligned}\text{Conversion} &= \text{long underlying} + \text{synthetic short underlying} \\ &= \text{long underlying} + \text{short call} + \text{long put} \\ \text{Reversal} &= \text{short underlying} + \text{synthetic long underlying} \\ &= \text{short underlying} + \text{long call} + \text{short put}\end{aligned}$$

donde la opción de compra y la opción de venta tienen siempre el mismo precio de ejercicio y la misma fecha de vencimiento.

El que un operador quiera tomar cualquiera de estas posiciones depende de los precios de los contratos. Si la parte sintética (la compra larga y la venta corta) es demasiado cara en comparación con el contrato subyacente, el operador querrá hacer una conversión. Si la parte sintética es demasiado barata, el operador querrá hacer una inversa. ¿Cómo podemos determinar si la parte sintética está mal valorada?

Empecemos por suponer que el contrato subyacente son acciones. En una conversión a 100 de diciembre

Vender una opción de
compra a 100 de diciembre
Comprar una opción de
venta a 100 de diciembre
Comprar acciones

Si realizamos todas estas operaciones y llevamos la posición hasta el vencimiento, ¿cuáles son las

¿créditos y débitos resultantes?

En primer lugar, los créditos. Cuando vendamos la opción de compra, recibiremos el precio de la opción C . Podemos invertir esta cantidad durante la vida de la opción y ganar intereses $C \times r \times t$. Como somos propietarios de las acciones, recibiremos cualquier dividendo D que se pague antes del vencimiento de diciembre. Por último, al vencimiento, ejerceremos la opción de venta o se nos asignará la opción de compra. En cualquiera de los dos casos, venderemos las acciones y recibiremos el precio de ejercicio X . Los créditos totales son

Precio de compra C

Intereses devengados por la opción de compra $C \times r \times t$

Dividendos, en su caso, D

Precio de ejercicio X

A continuación, los débitos. Tendremos que pagar el precio de venta P y el precio de las acciones S . En ambos, tendremos que pedir prestado el, por lo que existe el coste adicional de los intereses $P \times r \times t$ y $S \times r \times t$. Los débitos totales son

Precio de venta P

Coste del interés para comprar la opción de venta $P \times r \times t$

Precio de las acciones S

Coste del interés de compra de la acción $S \times r \times t$

En un mercado libre de arbitraje, todos los créditos y débitos deben ser iguales:

$$C + C \times r \times t + D + X = P + P \times r \times t + S + S \times r \times t$$

Los operadores a veces se refieren a la parte sintética de una conversión o inversión como un *combo*, ya sea una opción de compra larga y una opción de venta corta o una opción de compra corta y una opción de venta larga. Podemos determinar si existe un error de valoración relativo y, en consecuencia, una oportunidad de arbitraje, resolviendo el valor del combo $C - P$ en función de todos los demás componentes.

En primer lugar, agrupamos los componentes call y put a la izquierda y todo lo demás a la derecha

$$C + C \times r \times t - P + P \times r \times t = S + S \times r \times t - D - X$$

A continuación, separamos el componente de los tipos de interés

$$C \times (1 + r \times t) - P \times (1 + r \times t) = S \times (1 + r \times t) - D - X$$

y luego aislar $C - P$

$$(C - P) \times (1 + r \times t) = S \times (1 + r \times t) - D - X$$

En este punto, podríamos reconocer parte de la expresión de la : $S \times (1 + r \times t) - D$. Este es el precio a plazo de la acción. Para simplificar la notación, podemos sustituir $S \times (1 + r \times t) - D$ por F

$$(C - P) \times (1 + r \times t) = F - X$$

Por último, dividimos ambos lados por el componente de interés $1 + r \times t$

$$C - P = \frac{F - X}{1 + r \times t}$$

En pocas palabras, la diferencia entre el precio de compra y el precio de venta de las opciones europeas con el mismo precio de ejercicio y fecha de vencimiento debe ser igual al valor actual de la diferencia entre el precio a plazo y el precio de ejercicio. Esta relación, una de las más importantes en la valoración de opciones, recibe diversos nombres. En los libros de texto, suele denominarse *paridad put-call*. Los operadores también pueden referirse a ella como *valor combinado*, *relación sintética* o *mercado de conversión*.

El cálculo exacto de la paridad put-call depende del mercado subyacente y de los procedimientos de liquidación del mercado de opciones. Veamos varios casos diferentes.

Opciones sobre futuros

El cálculo más sencillo se produce cuando el subyacente es un contrato de futuros y las opciones están sujetas a una liquidación de tipo futuro. En este , el tipo de interés efectivo es 0 porque no hay dinero que cambie de manos ni cuando se negocia el contrato de futuros subyacente ni cuando se negocian las opciones. Además, los contratos de futuros no pagan dividendos, por lo que podemos expresar la paridad put-call en su forma más simple como

$$C - P = F - X$$

Con una call 100 de diciembre cotizando a 5,25 y una put 100 de diciembre cotizando a 1,50, ¿cuál debería ser el precio del contrato de futuros de diciembre subyacente?

December 100 call	5.25
December 100 put	1.50
December futures contract	??

Porque

$$C - P = 5.25 - 1.50 = 3.75$$

$F - X$ también debe ser igual a 3,75. El precio de los futuros debe ser 103,75.

Qué ocurrirá en nuestro ejemplo si el contrato de futuros subyacente no cotiza a 103,75 sino a 104,00. Podemos ver que

$$5,25 - 1,50 \neq 104,00 - 100$$

y

$$3,75 \neq 4,00$$

Todos querrán ejecutar una conversión inversa comprando el sintético menos caro (comprar la opción de compra, vender la opción de venta) y vendiendo el subyacente más caro (el contrato de futuros). Ignorando los costes de transacción, si todas las operaciones pueden realizarse realmente a estos precios, la estrategia dará lugar a un beneficio de arbitraje de 0,25, el importe del error de valoración.

¿Cuál será el resultado de que todo el mundo intente hacer una conversión inversa? Como todo el mundo quiere comprar la opción de compra, habrá una presión al alza sobre el precio de la opción de compra. Si el precio de la opción de compra sube a 5,50 y todos los demás precios permanecen invariables, se mantiene la paridad entre la opción de venta y la opción de compra porque

$$5,50 - 1,50 = 104,00 - 100$$

Alternativamente, como parte de la conversión inversa, todo el mundo quiere vender la opción de venta. Esto presionará a la baja el precio de la opción de venta. Si el precio de la opción de venta cae a 1,25, la paridad entre la opción de venta y la opción de compra se mantiene de nuevo porque

$$5,25 - 1,25 = 104,00 - 100$$

Finalmente, todo el mundo quiere vender el contrato de futuros, presionando a la baja el precio de los futuros. Si el contrato de futuros cae a 103,75, la paridad put-call se mantiene de nuevo porque

$$5,25 - 1,50 = 103,75 - 100$$

Tanto si sube el precio de la opción de compra como si baja el precio de la opción de venta, el precio de los futuros o una combinación de los tres, el resultado final debe ser el siguiente

$$C - P = F - X$$

Esta aplicación de la paridad put-call, en la que todos los contratos están sujetos a una liquidación de tipo futuros, se utiliza normalmente para las opciones negociadas en bolsas de futuros fuera de Norteamérica. Cuando una bolsa liquida los precios de las opciones al final del día de negociación, puede haber incoherencias relacionadas con el valor de volatilidad de una opción. Pero la bolsa siempre intentará asignar precios de liquidación que sean coherentes con la paridad put-call. Tabla de precios de liquidación de las opciones sobre el Eurobund

negociado en Eurex se muestra en [la Figura 15-2](#) ⁽²⁾ Obsérvese que en todos los casos se mantiene la paridad put-call.

Figura 15-2 Precios de liquidación de las opciones sobre el eurobund el 25 de mayo de 2010

Settlement prices for Euro-bund options on 25 May 2010.

The settlement prices reflect put-call parity in its simplest form. In every case:

$$\text{call price} - \text{put price} = \text{futures price} - \text{exercise price}$$

June Futures = 129.38

September Futures = 128.90

exercise price	June calls	June puts	July* calls	July* puts	Aug.* calls	Aug.* puts	Sep. calls	Sep. puts
126.00	3.39	.01	3.16	.26	3.45	.55	3.76	.86
126.50	2.89	.01	2.75	.35	3.07	.67	3.42	1.02
127.00	2.41	.03	2.37	.47	2.73	.83	3.09	1.19
127.50	1.93	.05	2.02	.62	2.40	1.00	2.78	1.38
128.00	1.48	.10	1.70	.80	2.10	1.20	2.50	1.60
128.50	1.06	.18	1.41	1.01	1.83	1.43	2.23	1.83
129.00	.71	.33	1.16	1.26	1.59	1.69	1.99	2.09
129.50	.43	.55	.94	1.54	1.37	1.97	1.76	2.36
130.00	.23	.85	.76	1.86	1.17	2.27	1.56	2.66
130.50	.12	1.24	.60	2.20	1.00	2.60	1.37	2.97
131.00	.05	1.67	.48	2.58	.85	2.95	1.21	3.31
131.50	.02	2.14	.37	2.97	.72	3.32	1.06	3.66
132.00	.01	2.63	.29	3.39	.61	3.71	.92	4.02

*July and August are serial months with no corresponding July or August futures. The underlying contract for July, August, and September options is the September futures contract.

Los cálculos de la paridad put-call se complican ligeramente cuando las opciones sobre futuros están sujetas a una liquidación de tipo bursátil, como ocurre en la mayoría de las bolsas de futuros de Norteamérica. Ahora debemos descontar el componente del tipo de interés

$$C - P = \frac{F - X}{1 + r \times t}$$

A seis meses del vencimiento y un tipo de interés anual del 6,00

por ciento, una call 100 de diciembre cotiza a 4,90. ¿Cuál debería ser el precio de la opción de venta de 100 de diciembre si el contrato de futuros de diciembre subyacente cotiza al 97.25? Sabemos que

$$C - P = \frac{97.25 - 100}{1 + 0.06 \times 6/12} \approx -2.67$$

La diferencia entre el precio de compra y el precio de venta debe ser 2,67. El signo negativo indica que el precio de venta es superior al precio de compra.

$$\begin{aligned} C - P &= -2,67 \\ P &= C - (-2,67) = 4,90 + 2,67 = 7,57 \end{aligned}$$

La opción de venta debe estar cotizando a 7,57.

Mercados de futuros bloqueados

Muchos operadores de futuros prefieren no involucrarse en los mercados de opciones debido a su aparente complejidad. Sin embargo, hay una situación en la que un operador de futuros debería familiarizarse con las características básicas de las opciones. Si un operador de futuros desea realizar una operación pero no puede hacerlo porque el mercado de futuros ha alcanzado su límite diario, es posible que pueda operar con futuros sintéticamente utilizando opciones. El precio al que se negocia el contrato de futuros sintético puede determinarse mediante la paridad put-call.

Consideremos un mercado de futuros que tiene un límite diario al alza o a la baja de 5,00. El contrato de futuros cerró el día anterior a 126,75 pero ahora tiene un límite al alza de 131,75. No se puede seguir negociando con futuros a menos que alguien esté dispuesto a vender a un precio de 131,75 o inferior. Sin embargo, si el mercado de opciones sigue abierto, un operador puede comprar o vender futuros sintéticamente, aunque este precio esté por encima del límite diario. Puede comprar una opción de compra y vender una opción de venta (comprando el contrato de futuros) o vender una opción de compra y comprar una opción de venta (vendiendo el contrato de futuros) con el mismo precio de ejercicio y fecha de vencimiento. El precio de la opción de compra y de la opción de venta, junto con el precio de ejercicio, determinará el precio al que cotiza el contrato de futuros sintético.

A continuación se muestra una tabla hipotética de precios de compra y venta junto con el precio sintético resultante de los futuros. Para simplificar, suponemos que no hay consideraciones de interés. Dado que $C - P = F - X$, podemos calcular el precio de futuros equivalente $F = C - P + X$.

Exercise Price	Call Price	Put Price	Equivalent Synthetic Futures Price ($C - P + X$)
120	13.60	.35	133.25
125	9.35	1.05	133.30
130	5.75	2.55	133.20
135	3.15	4.95	133.20
140	1.55	8.30	133.25
145	0.70	12.40	133.30

Existe cierta variación en los precios sintéticos equivalentes, posiblemente porque los precios no reflejan el diferencial entre la oferta y la demanda o quizás porque los precios de las opciones no se han cotizado al mismo tiempo. No obstante, se puede observar que si el contrato de futuros siguiera abierto a la negociación, su precio probablemente se situaría en algún punto entre 133,20 y 133,30. Si un operador de futuros quiere comprar o vender futuros sintéticamente en el mercado de opciones, puede esperar negociar a un precio dentro de esta horquilla.

Opciones sobre acciones

El cálculo de la paridad put-call para opciones sobre acciones conlleva un paso adicional, ya que primero debemos calcular el precio a plazo de la acción. A falta de seis meses para el vencimiento y con un tipo de interés anual del 4,00 por ciento, una opción de compra a 65 de diciembre se cotiza a 8,00. Si la acción subyacente cotiza a 68,50 y se esperan dividendos totales de 0,45 antes del vencimiento, ¿cuál debería ser el precio de la opción de venta de 65?

Comenzamos con el precio a plazo

$$F = 68,50 \times (1 + 0,04 \times 6/12) - 0,45 = 69,42$$

Entonces

$$C - P = \frac{69.42 - 65}{1 + 0.04 \times 6/12} \approx 4.33$$

El precio de venta debe ser

$$8.00 - 4.33 = 3.67$$

Una aproximación para las opciones sobre acciones

Cuando las bolsas empezaron a negociar opciones, toda la actividad se desarrollaba en un entorno de mercado abierto. Los operadores a menudo tenían que tomar decisiones sobre precios rápidamente y sin ayuda de ordenadores. Por ello, a menudo buscaban atajos que les aproximarse más fácilmente a los precios. Incluso si el atajo daba lugar a pequeños errores, el valor de poder tomar decisiones más rápidas compensaba con creces la pequeña pérdida de precisión.

Volvamos a la paridad básica put-call para opciones sobre acciones y sustituyamos el precio a plazo F por el precio a plazo real de la acción

$$C - P = \frac{F - X}{1 + r \times t} \approx \frac{[S \times (1 + r \times t) - D] - X}{1 + r \times t}$$

¿Cómo podríamos simplificar este cálculo?

Obsérvese que multiplicamos el precio de las acciones por el componente del tipo de interés y, a continuación, dividimos el precio de las acciones, el dividendo y el precio de ejercicio por el mismo componente del tipo de interés. El resultado es el precio de la acción menos los valores descontados del dividendo y del precio de ejercicio.

$$C - P = S - \frac{D}{(1 + r \times t)} - \frac{X}{(1 + r \times t)}$$

Los dividendos suelen ser pequeños en comparación con el precio de las acciones y el precio de ejercicio, por lo que una aproximación razonable para el valor descontado del dividendo es simplemente el propio dividendo D . Podríamos aproximar el valor descontado del precio de ejercicio y eliminar la necesidad de hacer cualquier división restando el interés sobre el precio de ejercicio del propio precio de ejercicio

$$\frac{D}{1+r \times t} \approx D$$

$$\frac{X}{1+r \times t} \approx X - X \times r \times t$$

Sustituyendo nuestras aproximaciones en la ecuación de paridad put-call, tenemos

$$C - P \approx S - (X - X \times r \times t) - D = S - X + X \times r \times t - D$$

La diferencia entre el precio de compra y el precio de venta es aproximadamente igual al precio de las acciones menos el precio de ejercicio más los intereses sobre el precio de ejercicio menos los dividendos previstos.

¿Cómo de buena es esta aproximación? Evidentemente, si los tipos de interés son muy altos, el dividendo es muy grande o estamos tratando con opciones a largo plazo, los errores empezarán a aumentar. Pero para las opciones a corto plazo, nuestra aproximación suele representar un compromiso razonable entre velocidad y precisión.

Volvamos a nuestro ejemplo anterior de opciones sobre acciones:

Precio de las acciones= 68,50
 Plazo de vencimiento = 6 meses Tipo
 de interés = 4,00
 por ciento Dividendos esperados= .45

Hemos calculado el valor del combo 65 ($C - P$) como 4,33. ¿Cómo será nuestra aproximación?

$$\begin{aligned} C - P &\approx S - X + X \times r \times t - D \\ &= 68.50 - 65 + 65 \times .04 \times 6/12 - .45 \\ &= 4.35 \end{aligned}$$

Nuestra aproximación difiere en 0,02 del valor real. Dependiendo de las condiciones del mercado, esto podría ser un margen de error aceptable a cambio de poder tomar una decisión de negociación más rápida.

Todos los operadores experimentados están familiarizados con la paridad put-call, por lo que es probable que cualquier desequilibrio de precios sea muy efímero. Si la combinación está sobrevalorada en comparación con el subyacente, todos los operadores querrán ejecutar una conversión (es decir, comprar el subyacente, vender la opción de compra y comprar la opción de venta). Si el combo está infravalorado, todos los operadores querrán realizar una inversión (es decir, vender el subyacente, comprar la opción de compra, vender la opción de venta).

la venta). Esta actividad, en la que todos intentan hacer lo mismo, hará que los precios vuelvan rápidamente al equilibrio. De hecho, los desequilibrios de precios en la relación sintética suelen ser pequeños y rara vez duran más de unos segundos. Cuando desequilibrios, un operador de opciones suele estar dispuesto a ejecutar conversiones o retrocesos de gran tamaño debido al bajo riesgo asociado a tales estrategias.

La paridad put-call especifica la relación de precios entre tres contratos: una opción de compra, una opción de venta y un contrato subyacente. Si se conoce el precio de dos contratos cualesquiera, debería ser posible calcular el precio del tercer contrato. Si los precios en el mercado no parecen ser coherentes con esta relación, ¿qué podría deducir un operador?

Considere esta de opciones sobre acciones:

90 llamada= 7.20

90 put= 1,40

Plazo de vencimiento = 3 meses Tipo

de interés = 8,00 por ciento Dividendos

previstos = 0,47

¿Cuál debería ser el precio de la acción subyacente?

Utilizando nuestra aproximación de opciones sobre acciones para la paridad put-call, sabemos que

$$C - P \approx S - X + X \times r \times t - D$$

Por lo tanto,

$$S \approx C - P + X - X \times r \times t + D$$

$$S \approx 7.20 - 1.40 + 90 - 90 \times 0.08 \times 3/12 + 0.47 = 94.47$$

Supongamos, sin embargo, que la acción cotiza realmente a 94,30. ¿Significa esto que existe una oportunidad de arbitraje?

El cálculo del precio de las acciones dependía de supuestos sobre intereses y dividendos. ¿Estamos seguros de que esos supuestos son correctos? Una posibilidad es que el tipo de interés que estamos utilizando, el 8%, sea demasiado bajo. Si suponemos que los precios de los contratos y los dividendos son correctos, podemos calcular el *tipo de interés implícito*

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{(C - P - S + X + D)/X}{t} \\
 &= \frac{(7.20 - 1.40 - 94.30 + 90 + 0.47)/90}{3/12} \\
 &= 0.0875 \text{ (8.75\%)}
 \end{aligned}$$

Otra posibilidad es que el dividendo que estamos utilizando, 0,47, sea demasiado alto. Si suponemos que los precios de los contratos y los intereses son correctos, podemos calcular el *dividendo implícito*

$$\begin{aligned}
 D &= S - C + P - X + X \times r \times t \\
 &= 94.30 - 7.20 + 1.40 - 90 + 90 \times .08 \times 3/12 \\
 &= .30
 \end{aligned}$$

El mercado parece esperar un dividendo de sólo 0,30. Si nuestro cálculo original se basaba en una estimación del dividendo esperado, deberíamos considerar la posibilidad de que la empresa recorte el dividendo antes del vencimiento.

Riesgo de arbitraje

A menudo se anima a los nuevos operadores que están aprendiendo a operar con opciones profesionalmente a que se centren en las conversiones y los retrocesos porque, según se les dice, estas estrategias, una vez ejecutadas, carecen esencialmente de riesgo. Una advertencia: *muy pocas estrategias carecen realmente de riesgo*. Algunas estrategias entrañan un riesgo mayor, mientras que otras entrañan un riesgo menor. Sin embargo, rara vez una estrategia no conlleva ningún riesgo. Los riesgos de realizar conversiones o inversiones pueden no ser evidentes a primera vista, pero existen.

Riesgo de ejecución

Dado que nadie quiere regalar dinero, es poco probable que a un operador se le ofrezca una conversión o inversión rentable de una sola vez. En consecuencia, un operador que se centre en estas estrategias tendrá que empezar ejecutando uno o dos tramos y esperar a ejecutar el tramo o tramos finales más . Por ejemplo, puede comprar inicialmente puts junto con contratos subyacentes y esperar ejecutar más tarde

completar la conversión vendiendo opciones de compra. Sin embargo, si los precios de las opciones de compra empiezan a bajar, es posible que nunca pueda completar la conversión de forma rentable. Incluso un operador profesional en una bolsa, que parecería estar en buena posición para conocer los precios de los tres contratos, puede equivocarse. Puede crear una posición larga sintética subyacente comprando una opción de compra y vendiendo una opción de venta a precios que considera favorables. Sin embargo, cuando intenta vender el contrato subyacente para completar la inversión, puede encontrarse con que el precio es más bajo de lo que esperaba. Siempre que una estrategia se ejecuta tramo a tramo, existe el riesgo de que se produzca un cambio adverso en los precios antes de que la estrategia pueda completarse.

Pin Riesgo

Cuando introdujimos el concepto de posición sintética, supusimos que, al vencimiento, el mercado subyacente estaría por encima del precio de ejercicio, en cuyo caso se ejercería la opción de compra, o por debajo del de ejercicio, en cuyo caso se ejercería la opción de venta. Pero, ¿qué ocurrirá si el mercado subyacente es exactamente igual al precio de ejercicio en el momento del vencimiento?

Supongamos que un operador ha ejecutado una conversión a 100 de junio: está corto en una opción de compra a 100 de junio, largo en una opción de venta a 100 de junio y largo en el contrato subyacente. Si el contrato subyacente está por encima o por debajo de 100 al vencimiento, no hay ningún problema. Se le asignará la opción de compra o ejercerá la opción de venta. En cualquiera de los dos casos, la posición subyacente larga se compensará y no tendrá posición de mercado al día siguiente del vencimiento.

Pero supongamos que en el momento del vencimiento, el mercado subyacente está justo en 100. El operador desea deshacerse de su posición subyacente. Si no está asignado a la opción de compra, puede ejercer su opción de venta; si está asignado a la opción de compra, puede dejar que venza la opción de venta. Para tomar una decisión, debe saber si se va a ejercer la opción de compra. Pero no lo sabrá hasta el día después del vencimiento, cuando reciba o no una notificación de asignación. Si descubre que no se le ha asignado la opción de compra, será demasiado tarde para ejercer la opción de venta, ya que habrá vencido.

Puede parecer que una opción que está exactamente en el dinero al vencimiento nunca se ejercerá porque, en teoría, no tiene valor. De hecho, muchas opciones at-the-money se ejercen. Aunque la opción no tenga valor teórico, sí tiene algún valor práctico. Por ejemplo, supongamos que el propietario de una opción de compra que está exactamente at the money al vencimiento quiere tomar una posición larga en el

contrato subyacente. Tiene dos opciones. Puede ejercer la opción de compra o comprar el contrato subyacente. Dado que una opción negociada en bolsa suele incluir el derecho de ejercicio en el coste de transacción original, casi siempre es más barato ejercer la opción de compra. Incluso si hay un pequeño coste de transacción para ejercer una opción, casi siempre será menor que el coste de negociar el contrato subyacente. Cualquiera que posea una opción at-the-money y decida tomar una posición larga o corta al vencimiento se dará cuenta de que es más barato ejercer la opción que comprar o vender el contrato subyacente.

Claramente, un operador que está corto de una opción at-the-money a vencimiento tiene un problema. ¿Qué puede hacer? Una posibilidad es hacer una conjetura sobre si se ejercerá la opción at-the-money. Si el mercado parece fuerte el último día de negociación, el operador puede suponer que seguirá subiendo después del vencimiento. Si el tenedor de la opción de compra ve la situación de forma similar, es lógico suponer que se ejercerá la opción de compra. Por lo tanto, el operador no ejercer su opción de venta. Lamentablemente, si el operador se equivoca y no se le asigna la opción de compra, se encontrará con una posición subyacente larga que preferiría no tener. Por el contrario, si el mercado parece débil el último día de negociación, el operador puede suponer que no se le asignará la opción de compra. Por lo tanto, optará por ejercer la opción de venta. Pero, de nuevo, si se equivoca y recibe una notificación de asignación, se encontrará con una posición subyacente corta no deseada al día siguiente del vencimiento.

El riesgo de equivocarse puede verse agravado por el hecho de que las conversiones e inversiones, debido a su bajo riesgo, suelen realizarse en grandes cantidades. Si el operador se equivoca, puede encontrarse con que, el día después del vencimiento, esté en posición larga o corta, no en uno o dos, sino en muchos contratos subyacentes.

No puede haber una solución segura al problema del riesgo pin. Con muchos, quizás miles, de contratos abiertos en circulación, algunas at-the-money se ejercerán y otras no. Si el operador deja que la posición llegue a vencimiento y confía en la suerte, estará a merced del destino, y ésta es una posición que un operador de opciones inteligente prefiere evitar. La solución práctica consiste en evitar llevar una posición corta de opciones at-the-money hasta el vencimiento cuando existe una posibilidad real de vencimiento justo al precio de ejercicio. Si el operador tiene un gran número de conversiones o retrocesos a 100 de junio y se acerca el vencimiento con el mercado subyacente cerca de 100, lo más sensato es reducir el riesgo de pivote reduciendo el tamaño de la posición. Si el operador no reduce el tamaño, puede encontrarse con una presión cada vez mayor para salir de un gran número de contratos arriesgados a medida que se acerca el vencimiento.

A veces, incluso un operador cuidadoso se dará cuenta de que todavía tiene algunas conversiones o retrocesos at-the-money pendientes a medida que se acerca el vencimiento. Si está muy preocupado por el riesgo potencial de los pins, podría simplemente liquidar la posición a los precios de mercado vigentes. Desgraciadamente, es probable que esto se traduzca en pérdidas porque el operador se verá obligado a negociar cada contrato a un precio desfavorable, ya sea comprando a la oferta o vendiendo a la demanda. Afortunadamente, a menudo es posible liquidar la posición de una vez a un precio justo.

Dado que las conversiones y las inversiones son estrategias comunes, un operador que tiene una conversión at-the-money y está preocupado por el riesgo de pin puede estar bastante seguro de que también hay operadores en el mercado que tienen inversiones at-the-money y están preocupados por el mismo riesgo de pin. Si el operador con la conversión pudiera encontrar a un operador con una inversión y cruzar posiciones con él, ambos operadores eliminarían el riesgo de pin asociado a sus posiciones. Esta es la razón por la que en las bolsas de opciones a menudo se encuentran operadores que buscan a otros operadores que quieran negociar conversiones o retrocesos al mismo precio. Esto significa simplemente que un operador quiere negociar su posición a un precio que sea justo para todos los implicados, de modo que todos puedan evitar el problema del riesgo de pivote. Cualquiera que sea el beneficio que el operador esperaba obtener de la conversión o inversión, se supone que procede de la operación de apertura, no de la operación de cierre.

El riesgo de pivote sólo se produce en los mercados de opciones en los que el ejercicio da lugar a una posición larga o corta en el contrato subyacente. En algunos mercados, como el de índices bursátiles, las opciones se liquidan al vencimiento en efectivo en lugar de con la entrega de un contrato subyacente. Cuando vence la opción, se produce un pago en efectivo igual a la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio subyacente, pero no se produce ninguna posición subyacente. Por consiguiente, este tipo de liquidación no conlleva ningún riesgo de pivote.

Riesgo de liquidación

Volvamos a nuestro ejemplo de conversión a 100 de diciembre. Pero ahora supongamos que el subyacente es un contrato de futuros de diciembre

- 1 Diciembre 100 llamada
- +1 Diciembre 100 put
- +1 Contrato de futuros de diciembre

Si el contrato de futuros de diciembre cotiza a 102,00, hay tres meses

restante hasta el vencimiento de diciembre, los tipos de interés son del 8,00 por ciento y todas las opciones están sujetas a liquidación en acciones (efectivo), el valor de la combinación sintética 100 de diciembre (la diferencia entre la opción de compra 100 de diciembre y la opción de venta 100 de diciembre) debería ser

$$\frac{102 - 100}{1 + 8\% \times 3/12} = 1.96$$

Supongamos que un operador puede vender una opción de compra de 100 de diciembre por 5,00, comprar una opción de venta de 100 de diciembre por 3,00 y vender un contrato de futuros de diciembre por 102,00. Al vencimiento, debería obtener un beneficio de 0,04 porque ha realizado la conversión de 100 de diciembre a 0,04 mejor que su valor. Al vencimiento, el operador debería obtener un beneficio de 0,04 porque ha realizado la conversión de 100 de diciembre a 0,04 mejor que su valor.

Poco después de que el operador ejecute la conversión, el contrato de futuros de diciembre subyacente cae a 98,00. ¿Cuál será el flujo de caja? La posición sintética arrojará un beneficio de aproximadamente 4,00; la opción de compra corta y la opción de venta larga juntas, al constituir una posición subyacente corta, se revalorizarán un 4,00. Pero como las opciones se liquidan como las acciones, el beneficio de la posición sintética no se realizará, es decir, no se abonará efectivo en la cuenta del operador. Por otro lado, el operador también tiene un contrato de futuros de diciembre, y este contrato, al estar sujeto a una liquidación de tipo futuros, generará un débito inmediato de 4,00 cuando el mercado caiga a 98,00. Para cubrir este débito, el operador deberá liquidar el contrato de futuros de diciembre. Para cubrir este débito, el operador debe tomar prestado el dinero o sacarlo de una cuenta remunerada. En cualquier caso, habrá una pérdida en intereses y esta pérdida en intereses no se compensará con el beneficio no realizado de la posición de la opción. Si la pérdida en intereses es lo suficientemente grande, puede compensar con creces el beneficio de 0,04 que el operador esperaba inicialmente de la posición. En el caso más extremo, cuando el operador no tiene acceso a los fondos necesarios para cubrir la variación de la posición de futuros, puede verse obligado a liquidar la posición. Huelga decir que las liquidaciones forzosas nunca son rentables.

Por supuesto, esto funciona en ambos sentidos. Una subida del precio del contrato de futuros subyacente a 106,00 dará lugar a una pérdida de 4,00 en la posición de la opción sintética; la opción de compra corta y la opción de venta larga juntas se reducirán en 4,00. Pero esta pérdida no es real, no se cargará dinero a la cuenta del operador. Pero esta pérdida no se realizará, es decir, no se cargará dinero a la cuenta del operador-³En

Por otro lado, la subida del contrato de futuros se traducirá en un inmediato efectivo crédito sobre el que el operador puede ganar intereses. Estos intereses aumentarán el beneficio potencial por encima de la cantidad prevista de 0,04.

Los operadores de opciones tienden a asumir que las conversiones e inversiones son delta-

estrategias neutrales. Pero esto no siempre es cierto. Una posición exactamente delta-neutral no tiene preferencia en cuanto a la dirección del movimiento del contrato subyacente. En nuestro ejemplo, podemos ver que el operador prefiere un movimiento al alza porque puede ganar intereses sobre la variación abonada en su cuenta. Con el contrato de futuros subyacente a 102, las deltas en nuestro ejemplo podrían ser

Contract Position	Delta Position
Short December 100 call	-57
Long December 100 put	-41
Long December futures contract	+100
Total	+2

Las dos deltas adicionales reflejan el hecho de que el operador prefiere que el mercado suba en lugar de que baje para que fluya efectivo a su cuenta desde la posición de futuros. El interés de este flujo de efectivo puede dar lugar a un beneficio inesperado. Una caída del precio de los futuros tendrá el efecto contrario y puede dar lugar a una pérdida inesperada.

En circunstancias normales, pocos operadores se preocuparán por el riesgo de estar dos deltas largos o cortos. Pero las conversiones y los retrocesos, al ser estrategias de bajo riesgo, suelen realizarse en tamaños muy grandes. Un operador que ejecuta 300 de nuestras conversiones de ejemplo tiene un riesgo delta de $300 \times +2 = +600$. Esto equivale a estar largo seis contratos de futuros más. El riesgo proviene del interés que se puede ganar en cualquier crédito en efectivo o que se debe pagar en cualquier débito en efectivo resultante del movimiento en el contrato de futuros subyacente.

La diferencia entre la delta de una posición de futuros sintéticos y 100 depende del riesgo de interés asociado a la posición. Éste, a su vez, depende de dos factores: el nivel general de los tipos de interés y tiempo restante hasta el vencimiento. Cuanto más alto sea el tipo de interés y más tiempo quede hasta el vencimiento, mayor será el riesgo. Cuanto más bajo sea el tipo de interés y menos tiempo quede hasta el vencimiento, menor será el riesgo. Un tipo de interés del 10% a nueve meses del vencimiento representa un riesgo mucho mayor que un tipo de interés del a un mes del vencimiento. En el primer caso, las deltas de una posición sintética pueden sumar 93, mientras que en el segundo las deltas pueden sumar 99. En general, la delta total de un contrato de futuros sintético, en el que las opciones están sujetas a una liquidación de tipo bursátil, es de

$$\frac{100}{1 + r \times t}$$

donde r es el tipo de interés y t es el plazo de vencimiento de las .

Este tipo de *riesgo de liquidación* sólo se produce cuando las opciones y el contrato subyacente están sujetos a procedimientos de liquidación diferentes⁽⁴⁾. No existe riesgo de liquidación cuando ambos contratos están sujetos al mismo procedimiento de liquidación. Si todos los contratos están sujetos a un procedimiento de liquidación de tipo bursátil, como ocurre en una acción típica

mercado de opciones, no se deriva ningún flujo de caja de las fluctuaciones de los precios de las contratos antes de su vencimiento. Si todos los contratos están sujetos a una liquidación de tipo futuro, como ocurre en la mayoría de las bolsas de futuros fuera de Estados Unidos cualquier flujo de caja resultante de los cambios en el precio del contrato de futuros subyacente compensará exactamente el flujo de caja resultante de los cambios en los precios de los contratos de opciones.

Riesgo de intereses y dividendos

Volvamos de nuevo a nuestra conversión de 100 de diciembre, pero ahora supongamos que el contrato subyacente son acciones.

-1 Diciembre 100 llamada
+1 Diciembre 100 put
+1 contrato de acciones

¿Cuáles son los riesgos de ocupar este ?

El precio de las acciones siempre será superior al de las opciones, por lo que toda la posición se realizará por un débito aproximadamente igual al precio de ejercicio de la opción. Dado que el operador tendrá que pedir prestada esta cantidad, habrá un coste por intereses asociado a la posición. Si los tipos de interés suben durante la vida de la posición, los costes por intereses también subirán, aumentando el coste de mantener la posición y, en consecuencia, reduciendo el beneficio potencial. Si los tipos de interés bajan, el beneficio potencial aumentará porque los costes de mantener la posición se reducirán.

declive.⁵

Lo contrario ocurre con la conversión inversa:

Llamada +1 Diciembre 100
-1 Diciembre 100 put

-1 contrato de acciones

Dado que el operador recibirá efectivo por la venta de las acciones, la posición devengará intereses con el tiempo. Si los tipos de interés suben, los intereses también subirán, aumentando el valor de la . Si los tipos de interés bajan, los intereses bajarán, reduciendo el valor de la posición.

Es evidente que las conversiones y las conversiones inversas son sensibles a las variaciones de los tipos de interés. Esto se refleja en sus valores rho. En el mercado de opciones sobre acciones, una conversión tiene un valor rho negativo, lo que indica un deseo de que bajen los tipos de interés. Una conversión inversa tiene un rho positivo, lo que indica un deseo de que suban los tipos de interés. Esto es lógico si recordamos que en el mercado de opciones sobre acciones las opciones de compra tienen valores rho positivos y las opciones de venta tienen valores rho negativos. En una conversión o en una conversión inversa, los signos de las posiciones rho de la opción de compra y de la opción de venta serán los mismos, ambos positivos o ambos negativos, porque estamos comprando una opción y vendiendo la otra.

El hecho de que una conversión o conversión inversa incluya una posición en acciones también significa que existe el riesgo de que los dividendos suban o bajen. En una , estamos largos en acciones, por lo que cualquier aumento de los dividendos aumentará el valor de la posición, y cualquier recorte de los dividendos reducirá el valor. En una conversión inversa, ocurre lo contrario.

Aunque no existe una letra griega para representar el riesgo de dividendo, podríamos decir que una conversión tiene *un riesgo de dividendo positivo* y una conversión inversa tiene *un riesgo de dividendo negativo*. La primera se verá favorecida por cualquier aumento de los dividendos, mientras que la segunda se verá perjudicada.

Podemos ver el efecto del cambio de intereses y dividendos recordando nuestro ejemplo anterior:

Precio de las acciones= 68,50

Plazo de vencimiento = 6 meses Tipo

de interés = 4,00 por ciento Dividendo

previsto = 0,45

Calculamos el valor aproximado del combo ($C - P$) como 4,35

$$\begin{aligned} C - P &\approx S - X + X \times r \times t - D \\ &= 68.50 - 65 + 65 \times .04 \times 6/12 - .45 \\ &= 4.35 \end{aligned}$$

Si los tipos de interés suben al 5,00 por ciento, el valor será ahora de

$$68,50 - 65 + 65 \times .05 \times 6/12 - .45 \approx 4,68$$

Si, por el contrario, se aumenta el dividendo a 0,65, el valor será de

$$68,50 - 65 + 65 \times .04 \times 6/12 - .35 = 4,15$$

Una conversión o una inversión entrañan un riesgo porque estas estrategias combinan una posición subyacente sintética, que se compone de opciones, con una posición real en el contrato subyacente. El riesgo surge porque una posición sintética y la posición real, aunque muy similares, pueden tener características diferentes, ya sea en términos de procedimiento de liquidación, como en el mercado de opciones sobre futuros, o en términos de intereses o dividendos, como en el mercado de opciones sobre acciones. ¿Existe alguna forma de eliminar este riesgo?

Una forma de eliminar este riesgo es eliminar la posición en el contrato subyacente. Considere una conversión:

Corto una opción
de compra Largo
una opción de
venta
Largo de un contrato subyacente

Si queremos mantener esta posición, pero también queremos eliminar el riesgo de mantener una posición subyacente, podemos sustituir la posición subyacente larga por algo que actúe como un contrato subyacente, pero que no sea un contrato subyacente. Una posibilidad es sustituir la posición subyacente larga por una opción de compra muy dentro del dinero:

Corto una opción
de compra Largo
una opción de
venta
Compra de una opción de compra muy dentro del dinero

Si la opción de compra deeply in-the-money tiene una delta de 100 y, por tanto, actúa como un contrato subyacente largo, la posición tendrá las mismas características que la conversión.

Del mismo modo, en lugar de comprar una opción de compra "deeply in-the-money", podemos vender una opción de venta "deeply in-the-money":

Corto una opción
de compra Largo
una opción de
venta
Vender una opción de venta muy dentro del dinero

Este tipo de posición, en la que el instrumento subyacente en una conversión o inversión se sustituye por una opción deep in-the-money, se conoce como *three-way*. Aunque elimina algunos riesgos, un three-way no está exento de problemas. Si un operador vende una opción "deeply in-the-money" para completar un three-way, sigue corriendo el riesgo de que el mercado supere el precio de ejercicio. De hecho, a medida que el mercado subyacente se acerque cada vez más al precio de ejercicio de la opción deep in the money, dicha opción actuará cada vez menos como un contrato subyacente y la posición completa actuará cada vez menos como una verdadera conversión o inversión.

Cajas

¿Qué otra cosa actúa como un contrato subyacente pero no es un contrato subyacente? Otra posibilidad es sustituir la posición subyacente por una posición sintética, pero una sintética con un precio de ejercicio diferente. Por ejemplo, supongamos que tenemos una conversión a 100 de junio:

-1 Llamada 100 de junio
+1 Junio 100 put
+1 contrato subyacente

Al mismo tiempo, también ejecutamos una reversión a 90 de junio. La posición combinada es

+1 June 90 call	-1 June 100 call
-1 June 90 put	+1 June 100 put
-1 underlying contract	+1 underlying contract

Los contratos subyacentes largo y corto se anulan, dejando

+1 June 90 call	-1 June 100 call
-1 June 90 put	+1 June 100 put

Tenemos una posición subyacente larga sintética al precio de ejercicio 90 y posición subyacente corta sintética al precio de ejercicio 100. Esta ,

conocido como *box*, es similar a una conversión o reversión, salvo que hemos eliminado el riesgo asociado a mantener una posición en el contrato subyacente. Un operador está largo en la caja cuando está sintéticamente largo al precio de ejercicio más bajo y sintéticamente corto al precio de ejercicio más alto. Está corto en la caja cuando está sintéticamente corto al precio de ejercicio más bajo y sintéticamente largo al precio de ejercicio más alto. La posición del ejemplo es larga en una caja de 90/100 de junio.

Al igual que una conversión o una inversión, un box es un arbitraje: compramos y vendemos el mismo contrato pero en mercados diferentes. En nuestro ejemplo, estamos comprando el contrato subyacente en el mercado de precio de ejercicio 90 y vendiendo el mismo contrato subyacente en el mercado de precio de ejercicio 100.

¿Cuánto vale una caja? Ignorando el riesgo pin, al vencimiento, un operador que tenga una caja comprará simultáneamente el contrato subyacente a un precio de ejercicio y venderá el contrato subyacente al otro precio de ejercicio. El valor de la caja al vencimiento será exactamente el importe entre los precios de ejercicio. En nuestro ejemplo, al vencimiento, la caja 90/100 valdrá exactamente 10,00 porque el operador comprará simultáneamente el contrato subyacente a 90 (ejercerá la opción de compra 90 o se le asignará la opción de venta 90) y venderá el contrato subyacente a 100 (ejercerá la opción de venta 100 o se le asignará la opción de compra 100). Si la caja vale 10,00 al vencimiento, ¿cuánto vale hoy? Si las opciones están sujetas a liquidación de futuros, el valor hoy es el mismo que el valor a vencimiento. Si, por el contrario, las opciones están sujetas a liquidación tipo acciones, el valor de la caja hoy será el actual del importe entre los precios de ejercicio. Si nuestra caja 90/100 vence dentro de tres meses con los tipos de interés al 8 por ciento, el valor hoy es de

$$\frac{10.00}{1 + 3/12 \times 8\%} \approx 9.80$$

Dado que una caja elimina el riesgo asociado a mantener una posición en el contrato subyacente, las cajas son incluso menos arriesgadas que las conversiones y las reversiones, que son en sí mismas estrategias de bajo riesgo. Cuando todas las opciones son europeas (no hay riesgo de ejercicio anticipado) y las opciones se liquidan en efectivo en lugar de mediante la entrega del contrato subyacente (no hay riesgo de pin), la compra o venta de una caja es idéntica a prestar o tomar prestados fondos durante la vida de las opciones. En nuestro ejemplo, un operador que vende la caja 90/100 por 9,80 ha tomado prestados fondos del comprador de la caja durante tres meses a un tipo de interés del 8%. Vender la caja a un precio más bajo equivale a pedir prestados fondos a un tipo de interés más alto. Si el comerciante vende la caja a tres meses

a un precio de 9,70, ha aceptado, de hecho, pedir prestado a un tipo de interés anual del 12%.

Cuando no se dispone de otro método, una empresa comercial puede obtener el efectivo necesario a corto plazo vendiendo cajas. Dado que la empresa probablemente tendrá que vender las cajas a un precio inferior al valor teórico, esto aumentará los costes de endeudamiento de la empresa. Además, los requisitos de margen y los costes de transacción asociados a esta estrategia aumentarán aún más los costes de endeudamiento.

Originalmente introducimos una caja como una conversión a un precio de ejercicio y una inversión a un precio de ejercicio diferente. Al las posiciones subyacentes larga y cortas quedan dos posiciones subyacentes sintéticas:

$$\begin{array}{ll} +1 \text{ June } 90 \text{ call} & -1 \text{ June } 100 \text{ call} \\ -1 \text{ June } 90 \text{ put} & +1 \text{ June } 100 \text{ put} \end{array}$$

El lado izquierdo de la caja es una posición larga sintética a 90, y el lado derecho es una posición corta sintética a 100. En lugar de dividir la caja en un lado derecho y un lado izquierdo, supongamos que la dividimos en parte superior y parte inferior:

$$\begin{array}{l} +1 \text{ June } 90 \text{ call} / -1 \text{ June } 100 \text{ call} \\ -1 \text{ June } 90 \text{ put} / +1 \text{ June } 100 \text{ put} \end{array}$$

La estrategia de la parte superior es un diferencial vertical alcista de compra (es decir, compra 90 junio, venta 100 junio), mientras que la estrategia de la parte inferior es un diferencial vertical bajista de venta (es decir, compra 100 junio, venta 90 junio). Dado que una caja es una combinación de dos diferenciales verticales, los precios combinados de los diferenciales verticales deben ser iguales al valor de la caja.

A falta de tres meses para el vencimiento y con los tipos de interés al , el valor de nuestra caja 90/100 de junio es de 9,80. Supongamos que un operador sabe que el diferencial de compra 90/100 de junio se negocia a 6,00. El operador puede estimar el precio justo de mercado para el diferencial de venta 90/100 de junio porque sabe que la caja 90/100 vale 9,80 y que el valor de un diferencial de compra y venta debe sumar el valor de la caja. Por lo tanto, el precio del diferencial de venta debe ser

$$9.80 - 6.00 = 3.80$$

Si el operador cree que puede comprar o vender el call spread por 6,00 y se le pide un mercado en el put spread, hará su mercado en torno a un

valor supuesto de 3,80. Podría, por ejemplo, hacer un mercado de 3,70 comprador/3,90 vendedor. Si consigue comprar el diferencial de venta por 3,70, puede intentar comprar el diferencial de compra por 6,00. Si lo consigue, habrá pagado un total de 9,70 por una caja con un valor teórico de 9,80. Si lo consigue, habrá pagado un total de 9,70 por una caja con un valor teórico de 9,80. Por el contrario, si consigue vender la opción de venta por 3,90, puede intentar vender la opción de compra vertical por 6,00. Si lo consigue, habrá comprado la opción de compra por 6,00. Si tiene éxito, habrá vendido una caja con un valor teórico de 9,80 por un precio de 9,90.

Rolls

En una caja, el riesgo de mantener el contrato subyacente se compensa combinando una conversión y una inversión en el mismo mes pero a precios de ejercicio diferentes:

+1 June 90 call	-1 June 100 call
-1 June 90 put	+1 June 100 put
-1 underlying contract	+1 underlying contract

Supongamos, en cambio, que combinamos una conversión y una inversión, no a diferentes precios de ejercicio, sino en diferentes meses de vencimiento:

+1 June 90 call	-1 August 90 call
-1 June 90 put	+1 August 90 put
-1 underlying contract	+1 underlying contract

Si las posiciones subyacentes larga y corta se anulan, nos quedamos con un *rollo*:

+1 June 90 call	-1 August 90 call
-1 June 90 put	+1 August 90 put

Tenemos una posición subyacente larga sintética en junio y una posición subyacente corta sintética en agosto, en las que ambas posiciones tienen el mismo precio de ejercicio.

Aunque siempre es posible combinar una conversión en un mes con una inversión en un mes diferente, en un rollo, las posiciones subyacentes deben cancelarse. Por ejemplo, en un mercado de opciones sobre futuros, el subyacente para junio puede ser un contrato de futuros de junio y el subyacente para agosto puede ser un contrato de futuros de agosto. Al tratarse de contratos diferentes, las posiciones subyacentes larga y corta no se compensarán entre sí. Por lo tanto, la posición no es un verdadero rollo.

Los rollos se hacen más comúnmente en un mercado de opciones sobre acciones, donde el

El contrato subyacente para todos los meses de vencimiento es la misma acción subyacente. La posición larga en acciones en un mes de vencimiento siempre compensará la posición corta en acciones en el otro mes de vencimiento.

¿Cuál debe ser el valor de una tirada en el mercado de opciones sobre acciones? El valor de la tirada debe ser la diferencia de los valores de los combos

$$(C_l - P_l) - (C_s - P_s)$$

donde C_l y P_l son las opciones de compra y venta a largo plazo, y C_s y P_s son las opciones de compra y venta a corto plazo.

De momento, supongamos que la acción no paga dividendos. Sabemos que el valor de un combo

$$C - P = \frac{S - X}{1 + r \times t}$$

Por lo tanto, el valor del rollo debe ser

$$\left[S - \frac{X}{(1 + r_l \times t_l)} \right] - \left[S - \frac{X}{(1 + r_s \times t_s)} \right] = \frac{X}{(1 + r_s \times t_s)} - \frac{X}{(1 + r_l \times t_l)}$$

Excluyendo los dividendos, el valor del rollo es la diferencia entre los valores descontados del precio de ejercicio. Obsérvese que el valor del rollo depende de dos tipos de interés *diferentes* - r_s , el interés a vencimiento a corto plazo, y r_l , el interés a vencimiento a largo plazo. Estos tipos suelen ser muy similares, lo que significa que la expresión anterior es casi siempre un número positivo porque el descuento del precio de ejercicio a corto plazo es menor que el descuento del precio de ejercicio a largo plazo.

Si la acción paga un dividendo D entre vencimientos, el valor del rollo también debe incluir esta cantidad. Ignorando los intereses de los dividendos, el valor del rollo es

$$\frac{X}{(1 + r_s \times t_s)} - \frac{X}{(1 + r_l \times t_l)} - D$$

Consideremos nuestra tirada de 90 de junio/agosto, con dos meses para el vencimiento en junio y cuatro meses para el vencimiento en agosto. Si asumimos un tipo de interés constante del 6%, y se espera que la acción pague un dividendo de 0,40 entre vencimientos, el valor de la tirada de 90 es

$$\frac{90}{1+0.06 \times 2/12} - \frac{90}{1+0.06 \times 4/12} - 0.40 = 89.11 - 88.24 - 0.40 = 0.47$$

Un operador que necesite hacer cálculos sin ayuda de un ordenador podría, como en el caso de las conversiones y las inversiones, estar dispuesto a renunciar a cierta precisión a cambio de una mayor rapidez. ¿Cómo puede un operador simplificar el cálculo de una tirada? Un operador que esté corto en un rollo (es decir, largo en el sintético a corto plazo y corto en el sintético a largo plazo) comprará acciones al vencimiento a corto plazo y venderá acciones al vencimiento a largo plazo, realizándose ambas operaciones al mismo precio de ejercicio. Además, como el operador será propietario de las acciones durante la vida del rollo, recibirá los dividendos que se paguen durante este periodo. El valor del rollo debe ser aproximadamente el coste de llevar el precio de ejercicio de un vencimiento al otro menos los dividendos que se devenguen.

$$X \times r \times t - D$$

donde t es el tiempo entre vencimientos. En nuestro ejemplo, tenemos 90

$$\times .06 \times 2/12 - .40 = .90 - .40 = .50$$

Dependiendo del entorno de negociación y del objetivo final del operador, este error de 0,03 puede ser aceptable o no.

En lugar de escribir un rollo como una combinación de posiciones subyacentes sintéticas largas y cortas, también podemos escribir el rollo como una combinación de diferenciales de calendario:

$$\begin{aligned} & -1 \text{ junio } 90 \text{ convocatoria} / +1 \text{ agosto } 90 \text{ convocatoria} \\ & +1 \text{ put } 90 \text{ junio} / -1 \text{ put } 90 \text{ agosto} \end{aligned}$$

La estrategia de la parte superior es un calendar spread de compra largo; la estrategia de la parte inferior es un calendar spread de venta corto. Si compramos el calendar spread de compra y vendemos el calendar spread de venta, tenemos un rollo. Por lo tanto, el valor del rollo debe ser igual a la diferencia entre los dos diferenciales de calendario.⁶

Dado que el componente de intereses es casi siempre mayor que el de dividendos, una operación larga (es decir, comprar el sintético a largo plazo y vender el sintético a corto plazo) se negociará normalmente por un valor positivo, lo que requiere un desembolso de efectivo. En consecuencia, el diferencial calendario de compra será más valioso que el diferencial calendario de venta.

Sin embargo, si los dividendos son mayores que los intereses, una tirada puede tener un valor negativo.⁷

Entonces, la relación normal se invertirá: el diferencial del calendario de opciones de venta será más valioso que el diferencial del calendario de opciones de compra.

En nuestro ejemplo anterior, calculamos el valor de la tirada de junio/agosto de 90 como .47. Supongamos que el diferencial natural de compra de 90 junio/agosto se negocia a 2,25. ¿Cuál debería ser el valor del diferencial natural de venta de 90 junio/agosto? ¿Cuál debería ser el valor del diferencial de calendario de la opción de venta 90 junio/agosto? Sabemos que la diferencia entre los diferenciales debe ser de 0,47. El valor del diferencial de venta debe ser

$$2,25 - .47 = 1,78$$

Del mismo modo, si el put spread se negocia a 1,50, el call spread negociarse a

$$1,50 + .47 = 1,97$$

Dado que los dividendos son cantidades discretas que se aplican por igual a todos los rollos con las mismas fechas de vencimiento, los valores de los rollos con la misma fecha de vencimiento pero diferentes precios de ejercicio deberían diferir aproximadamente en el interés de los precios de ejercicio. En nuestro ejemplo, el valor del rollo de junio/agosto 90 era de 0,47. El valor de la tirada de junio/agosto 80 debería diferir del valor de la tirada de 90 en el interés sobre la diferencia entre 80 y 90

$$0,47 - (90 - 80) \times .06 \times 2/12 = .47 - .10 = 0,37$$

Aunque un operador puede ejecutar un roll con la intención de eliminar el riesgo de mantener el contrato subyacente, este riesgo sólo se elimina hasta el vencimiento a corto plazo. En ese , el operador comprará o venderá la acción subyacente al precio de ejercicio. Por tanto, la posición es sensible a las variaciones de los tipos de interés y los dividendos. El valor de los rollos fluctúa según suban o bajen los tipos de interés y según suban o bajen los dividendos. Cuanto más tiempo transcurra entre los vencimientos, más sensible será un rollo a estos cambios.

Cajas de tiempo

Una caja o roll consiste en posiciones sintéticas largas y cortas, ya sea en el mismo mes pero a distintos precios de ejercicio (una caja) o en distintos meses pero al mismo precio de ejercicio (un roll). También podemos combinar estas estrategias tomando

posiciones sintéticas a diferentes precios de ejercicio y en diferentes meses:

$$\begin{array}{ll} +1 \text{ June } 90 \text{ call} & -1 \text{ August } 100 \text{ call} \\ -1 \text{ June } 90 \text{ put} & +1 \text{ August } 100 \text{ put} \end{array}$$

Esta posición suele denominarse *caja de tiempo* o *rodillo diagonal*.

Podemos calcular el valor de una caja de tiempo de la misma manera que calculamos el valor de un rollo - tomando la diferencia entre los precios de ejercicio descontados menos los dividendos esperados

$$\frac{X_s}{(1+r_s \times t_s)} - \frac{X_l}{(1+r_l \times t_l)} - D$$

donde los subíndices s y l se refieren a opciones a corto plazo y opciones a largo plazo.

¿Cuál debería ser el valor de la caja de tiempo junio 90/agosto 100 si faltan dos meses para el vencimiento de junio y cuatro meses para el vencimiento de agosto, los tipos de interés son un 6% constante y se espera que la acción pague un dividendo de 0,40 durante este período?

$$\frac{X_s}{(1+r_s \times t_s)} - \frac{X_l}{(1+r_l \times t_l)} - D = \frac{90}{1.01} - \frac{100}{1.02} - 0.40 = -9.33$$

El signo negativo indica que si un operador quiere vender esta tendrá que pagar 9,33 euros. Esto es lógico porque la posición consiste en comprar el sintético de precio de ejercicio más bajo (es decir, comprar el subyacente a 90 a vencimiento en junio) y vender el sintético de precio de ejercicio más alto (es decir, vender el subyacente a 100 a vencimiento en agosto).

Del mismo modo que las cajas se componen de diferenciales alcistas y bajistas y los rollos se componen de diferenciales de calendario, las cajas de tiempo se componen de diferenciales diagonales. Podemos escribir nuestra caja de tiempo como dos diferenciales diagonales:

$$\begin{array}{l} +1 \text{ convocatoria de junio } 90 / -1 \text{ convocatoria de agosto } 100 \\ -1 \text{ put } 90 \text{ junio} / +1 \text{ put } 100 \text{ agosto} \end{array}$$

¿Estamos pagando o recibiendo dinero por cada uno de estos diferenciales? Está claro que estamos pagando por el put spread porque la put 100 de agosto siempre tendrá más valor que la put 90 de junio. Pero no está claro cuál es el flujo de caja del call spread. El menor precio de ejercicio parece implicar que la call de junio será más

El valor de la opción de compra dependerá tanto del precio subyacente como de la volatilidad. Los valores de las opciones de compra dependerán tanto del precio subyacente como de la volatilidad. En algunos casos, puede que paguemos por el diferencial de compra; en otros, puede que nos paguen. Sin embargo, independientemente de los precios de los diferenciales individuales, el débito total debe ser de 9,33. Si el diferencial de compra se negocia a 3,50, el diferencial de venta negociarse a $9,33 - 3,50 = 5,83$. Si el diferencial de venta se negocia a 7,75, el diferencial de compra debería negociarse a $9,33 - 7,75 = 1,58$.

Dado que una caja de tiempo es una combinación de una caja y un rollo, si podemos valorar una caja y un rollo, deberíamos poder valorar una caja de tiempo. Supongamos que compramos la caja 90/100 de junio

+1 June 90 call	-1 June 100 call
-1 June 90 put	+1 June 100 put

y al mismo tiempo vender el rollo 100 de junio/agosto

+1 June 100 call	-1 August 100 call
-1 June 100 put	+1 August 100 put

Los largos y cortos sintéticos de junio 100 se anulan, dejando la caja de tiempo de junio 90/agosto 100:

+1 June 90 call	-1 August 100 call
-1 June 90 put	+1 August 100 put

Por lo tanto, la caja del tiempo debe ser una combinación de compra de la caja 90/100 de junio y de venta del rollo 100 de junio/agosto.

Del mismo modo, supongamos que compramos la caja 90/100 de agosto

+1 August 90 call	-1 August 100 call
-1 August 90 put	+1 August 100 put

y al mismo tiempo vender el rollo de junio/agosto 90

+1 June 90 call	-1 August 90 call
-1 June 90 put	+1 August 90 put

Los largos y cortos sintéticos de agosto 90 se anulan, dejando de nuevo la caja de tiempo de junio 90/agosto 100:

$$\begin{array}{ll}
 +1 \text{ June } 90 \text{ call} & -1 \text{ August } 100 \text{ call} \\
 -1 \text{ June } 90 \text{ put} & +1 \text{ August } 100 \text{ put}
 \end{array}$$

En este, la caja del tiempo es una combinación de compra de la caja de 90/100 de agosto y venta de la tirada de 90 de junio/agosto.

De los ejemplos anteriores se desprende que si compramos una caja a largo plazo y vendemos una tirada de menor precio de ejercicio o compramos una caja a corto plazo y vendemos una de mayor precio de ejercicio, ambas combinaciones dan como resultado la misma caja temporal. Podemos confirmarlo calculando el valor de las cajas de 90/100 de junio y agosto, así como de los rollos de 90 y 100 de junio/agosto

$$\text{June } 90/100 \text{ box} = \frac{10}{1 + 0.06 \times 2/12} = 9.90$$

$$\text{August } 90/100 \text{ box} = \frac{10}{1 + 0.06 \times 4/12} = 9.80$$

$$\text{June/August } 90 \text{ roll} = \frac{90}{1 + 0.06 \times 2/12} - \frac{90}{1 + 0.06 \times 4/12} - 0.40 = 0.17$$

$$\text{June/August } 100 \text{ roll} = \frac{100}{1 + 0.06 \times 2/12} - \frac{100}{1 + 0.06 \times 4/12} - 0.40 = 0.57$$

Si compramos la caja de 90/100 de junio y vendemos el rollo de 100 de junio/agosto, el valor total es de

$$-9.90 + .57 = -9.33$$

Si compramos la caja de 90/100 de agosto y vendemos el rollo de 90 de junio/agosto, el valor total es de

$$-9.80 + .47 = -9.33$$

El total en ambos casos es igual al valor de la casilla de tiempo.

Uso de productos sintéticos en los diferenciales de volatilidad

Casi todos los operadores reconocerán rápidamente cualquier relación de arbitraje con un precio erróneo. Por lo tanto, hay pocas oportunidades de beneficiarse de una conversión o inversión de precios errónea. Cuando produce un error de valoración, es probable que sea pequeño y

muy efímera. Es probable que sólo un operador profesional, con bajos costes de transacción y acceso inmediato a los mercados, pueda beneficiarse de una situación así. Pero incluso si un operador no tiene intención de ejecutar un , puede utilizar el conocimiento de las relaciones de precios de arbitraje para ejecutar una estrategia a precios más favorables.

En el [capítulo 14](#), señalamos que, dado que existe un equivalente sintético para cada contrato, hay tres formas de comprar un straddle:

1. Compra una opción de compra, compra una opción de venta.
2. Comprar una opción de compra, comprar una opción de venta sintética (comprar dos opciones de compra, vender un contrato subyacente)
3. Comprar una opción de compra sintética, pero una opción de venta (comprar dos opciones de venta, comprar un contrato subyacente).

Supongamos que tenemos los siguientes precios para una opción de compra, una opción de venta y una acción subyacente:

	Bid	Offer
Stock	51.45	51.50
50 call	4.10	4.20
50 put	2.35	2.40

Si quedan tres meses para el vencimiento, los tipos de interés son del 4,00 por ciento y esperamos que la acción pague un dividendo de 0,25 antes del vencimiento, ¿cuál es la mejor forma de comprar el straddle de 50?

Suponiendo que debemos vender al precio de compra y comprar al precio de venta, si compramos el straddle directamente, pagaremos un total de $4,20 + 2,40 = 6,60$. Supongamos, sin embargo, que compramos la opción de venta sintéticamente (es decir, compramos la opción de compra y vendemos el activo subyacente). ¿Cuánto pagamos realmente por la opción de venta?

Recordemos la aproximación de la paridad put-call para las opciones sobre acciones

$$\text{Precio de compra} - \text{precio de venta} = \text{precio de las acciones} - \text{precio de ejercicio} + \text{intereses sobre el precio de ejercicio} - \text{dividendos previstos}$$

Si compramos la opción de venta sintéticamente, tendremos que pagar 4,20 por la opción de compra y vender la acción a 51,45. Por lo tanto,

$$4.20 - ?? = 51,45 - 50 + 50 \times .04 \times 3/12 - .25 = 1,70$$

El coste de comprar la opción de venta sintéticamente debe ser de 2,50. Esto es más alto que el precio real de 2,40, por lo que es una opción peor que comprar el straddle directamente.

¿Y si compramos la call sintéticamente (es decir, compramos la put, compramos el subyacente)? Pagaremos 2,40 por la opción de venta y 51,50 por la acción. Esto nos da

$$?? - 2,40 = 51,50 - 50 + 50 \times .04 \times 3/12 - .25 = 1,75$$

El precio de compra sintético es de 4,15. De hecho, es mejor que el precio real de la opción de compra de 4,20. Si compramos el straddle sintéticamente, comprando dos calls y comprando acciones estamos pagando un total de $4,15 + 2,40 = 6,55$, o 0,05 mejor que comprando el straddle directamente.

¿Qué importancia tiene un ahorro de 0,05? Probablemente dependa de varios factores: el tamaño diferencial, la liquidez del mercado, los costes de ejecución y las comisiones de intermediación. Un operador profesional, que tiene unos costes de transacción muy bajos y suele operar con grandes volúmenes, debería estar muy contento de ahorrarse 0,05 puntos. Por otra parte, un cliente minorista puede considerar que el straddle directo, al implicar sólo dos contratos en lugar de tres, conlleva menores costes de transacción y puede ejecutarse más fácilmente en el mercado. Podría ser una opción más práctica, aunque signifique renunciar a un ahorro potencial de 0,05.

Podría parecer que cuando somos capaces de negociar un contrato sintéticamente a un precio mejor que el precio real, debe existir una oportunidad de arbitraje. Pero en nuestro ejemplo no ninguna oportunidad de arbitraje. Si hacemos una conversión (es decir, vendemos call, compramos put, compramos acciones), el cálculo de la paridad put-call es

$$4.10 - 2.40 = 51.50 - 50 + 50 \times .04 \times 3/12 - .25$$

$$1.70 = 1.75$$

Venderemos acciones, sintéticamente, a 1,70 y compraremos a 1,75.

Si, en cambio, hacemos una conversión inversa (es decir, compramos call, vendemos put, vendemos acciones), el cálculo es el siguiente

$$4.20 - 2.35 = 51.45 - 50 + 50 \times .04 \times 3/12 - .25$$

$$1.85 = 1.70$$

Ahora estamos comprando acciones, sintéticamente, a 1,85 y vendiendo a 1,70. Como tenemos que comprar a la oferta y vender a la demanda, no hay arbitraje en ninguno de los dos casos. Nuestro objetivo, sin embargo, era un diferencial de volatilidad, no un . Y los diferenciales de compra y venta eran tales que pudimos comprar el straddle sintéticamente con un ahorro de 0,05 euros.

Amplíemos el número de opciones y consideremos un ejemplo diferente:

	Bid	Offer
45 call	7.40	7.55
45 put	0.70	0.75
50 call	4.10	4.20
50 put	2.35	2.40
55 call	1.95	2.00
55 put	5.10	5.25

Si, como antes, quedan tres meses para el vencimiento y los tipos de interés son del 4%, ¿cuál es la mejor forma de comprar la mariposa 45/50/55?

Podríamos empezar comparando los precios de las mariposas call y put. Sabemos que son estrategias equivalentes y deberían tener los mismos precios.

Call butterfly:

Buy one 45 call	-7.55
Sell two 50 calls	+8.20
Buy one 55 call	<u>-2.00</u>
	-1.35

Put butterfly:

Buy one 45 put	-0.75
Sell two 50 puts	+4.70
Buy one 55 put	<u>-5.25</u>
	-1.30

Comprar la mariposa put es ligeramente mejor que comprar la mariposa call.

Además de comprar la mariposa call o put, tenemos una tercera opción: podemos

puede vender una mariposa de hierro. En el [Capítulo 14](#), señalamos que vender una iron butterfly (es decir, comprar un strangle y vender un straddle) equivale a comprar una butterfly. Además, el valor de la mariposa de hierro y el valor de una mariposa real deben sumar el valor actual de la cantidad entre los precios de ejercicio. En nuestro ejemplo, los valores deben sumar

$$5,00/(1+ .04 \times 3/12)= 4,95$$

Por lo tanto, pagar 1,30 por la mariposa put es lo mismo que vender la mariposa iron por 4,95 - 1,30= 3,65. ¿A qué precio podemos vender la mariposa de hierro?

Iron butterfly:	
Buy one 45 put	-0.75
Buy one 55 call	-2.00
Sell one 50 put	+2.35
Sell one 50 call	<u>+4.10</u>
	+3.70

Si comprar la mariposa put a 1,30 equivale a vender la mariposa iron a 3,65, entonces vender la mariposa iron a un precio de 3,70 debe ser 0,05 mejor. Esto, en teoría, parece ser la mejor manera de comprar la mariposa 45/50/55.

Aunque la venta de la mariposa de hierro es la mejor en teoría, otros factores, como la facilidad de ejecución y los costes de transacción, pueden influir. En igualdad de condiciones, sin embargo, vender la mariposa de hierro a 3,70 es la mejor manera de ejecutar nuestra estrategia de mariposa.

La relación entre los precios de las mariposas de compra, las mariposas de venta y las mariposas de hierro se basa en relaciones sintéticas, es decir, en la capacidad de expresar cualquier contrato como un equivalente sintético. Es posible que el lector desee confirmar que no existen oportunidades de arbitraje, ya sea en forma de conversiones, conversiones inversas o cajas. Sin embargo, nuestro objetivo no era aprovechar una oportunidad de arbitraje, sino encontrar el mejor precio al que comprar una mariposa. Nuestro conocimiento de las relaciones sintéticas de precios nos permitió hacerlo.

[La Figura 15-3](#) es un resumen de las relaciones básicas de fijación de precios de arbitraje. Siempre que un operador considere una estrategia, debe preguntarse si puede obtener mejores resultados ejecutando sintéticamente alguna parte de su estrategia. Normalmente esto no será posible porque las relaciones sintéticas tienden a ser muy eficientes. Ocasionalmente, sin embargo, el operador encontrará que la posición sintética es ligeramente más favorable. Y a lo largo de una carrera de trading, incluso los pequeños ahorros pueden sumar.

Figura 15-3 Resumen de las relaciones de arbitraje para las opciones europeas.

Note: Calculations exclude interest on dividends.			
C=call price P=put price F=underlying futures price S=underlying stock price X=exercise price r=annual interest rate t=time to expiration in years D=expected dividends			
	<u>simple interest</u>	<u>continuous interest</u>	<u>approximation</u>
put-call parity:	$C - P = (F - X)/(1 + rt)$	$C - P = (F - X)e^{-rt}$	
	$C - P = S - X/(1 + rt) - D$	$C - P = S - Xe^{-rt} - D$	$C - P \approx S - X + Xrt - D$
box value:	$(X_h - X_l)/(1 + rt)$	$(X_h - X_l)e^{-rt}$	$(X_h - X_l) - (X_h - X_l)rt$
X_l = lower exercise price X_h = higher exercise price	long box = long (bull) call spread + long (bear) put spread		
roll value for stock options:	$X/(1 + r_s t_s) - X/(1 + r_l t_l) - D$	$Xe^{-r_s t_s} - Xe^{-r_l t_l} - D$	$X(t_l - t_s)r - D$
t_l = time to expiration for long-term option	long roll = long call calendar spread + short put calendar spread		
t_s = time to expiration for short-term option			
D = expected dividends between expirations			
time box (diagonal roll) for stock options:	$X_l/(1 + r_s t_s) - X_h/(1 + r_l t_l) - D$	$X_s e^{-r_s t_s} - X_l e^{-r_l t_l} - D$	
	time box value = long-term box - lower exercise price roll = short-term box - higher exercise price roll		

¹ Algunos operadores se refieren a una conversión como una *conversión a plazo* porque la parte sintética de la estrategia es realmente un contrato a plazo sintético. No se convertirá en un contrato subyacente hasta el vencimiento.

² Las opciones de [la Figura 15-2](#) son, de hecho, americanas y, por tanto, conllevan la posibilidad de ejercicio anticipado. Sin embargo, cuando las opciones sobre futuros están sujetas a una liquidación de tipo futuro, como ocurre en Eurex, veremos en el [capítulo 16](#) que no hay ninguna diferencia entre una opción europea y una americana.

³ Puede haber un requisito de margen asociado a los cambios en los precios de las opciones. Pero, como se ha comentado en el [Capítulo 1](#), los depósitos de margen, en teoría, pertenecen al operador y, por tanto, no conllevan pérdida de intereses.

⁴ Un tipo similar de riesgo de liquidación se produce cuando se utiliza un contrato de futuros para cubrir una posición física en una materia prima o un valor. Cuando el valor de la materia prima física o del valor sube o baja, cualquier beneficio o pérdida no se realiza. Pero el beneficio o la pérdida en la posición de futuros se realiza inmediatamente en forma de variación.

Por lo tanto, la cobertura correcta no es uno a uno, sino que viene determinada por el interés de la variación de la posición de futuros. Los coberturistas a veces se refieren a este riesgo como *tailing*.

⁵ En teoría, un operador puede pedir prestado dinero a un tipo fijo, eliminando así cualquier riesgo de tipo de interés. En la práctica, sin embargo, los operadores suelen financiar sus actividades de negociación a través de su corredor o empresa de compensación a un tipo variable. El coste del préstamo o empréstito varía diariamente según suban o bajen los tipos de interés.

⁶ Obsérvese que el valor de una caja es igual a la *suma* de dos diferenciales, un diferencial alcista y un diferencial bajista, mientras que el valor de un rollo es igual a la *diferencia* entre dos diferenciales, un diferencial de calendario de compra y un diferencial de calendario de venta.

⁷ Los operadores deben tener cuidado con lo que entienden por *comprar* y *vender*. Normalmente, comprar significa pagar alguna cantidad (un débito en efectivo), mientras que vender significa recibir alguna cantidad (un crédito en efectivo). Sin embargo, en algunas estrategias puede no estar claro si el operador está pagando o recibiendo. Los rollos son un ejemplo de ello.

Ejercicio anticipado de opciones americanas

Hasta ahora hemos supuesto que todas las estrategias de opciones implican mantener una posición hasta el vencimiento. Dado que muchas opciones negociadas en bolsa son americanas, lo que conlleva el derecho de ejercicio anticipado, merecerá la pena considerar algunas de las características de las opciones americanas. En concreto, queremos responder a tres preguntas:

1. ¿En qué circunstancias podría un operador considerar la posibilidad de ejercer una opción americana antes de su vencimiento?
2. Si se considera conveniente el ejercicio temprano, ¿existe un momento óptimo para hacerlo?
3. ¿Cuánto más debería estar dispuesto a pagar un operador por una estadounidense frente a una opción europea equivalente?

Para que el ejercicio anticipado sea deseable, debe haber alguna ventaja en mantener una posición en el contrato subyacente en lugar de una posición en el contrato de opciones. Esta ventaja puede venir en forma de dividendos que recibirá el propietario de las acciones o en forma de un flujo de caja positivo sobre el que se pueden ganar intereses. Si no hay dividendos ni intereses, el ejercicio anticipado no tiene ningún valor. En ese caso,

valor de una opción americana = valor de una opción europea

Esto es generalmente cierto para las opciones sobre futuros negociadas en bolsas fuera de Estados Unidos, donde las opciones están sujetas a una liquidación de tipo futuro. Los contratos de futuros no pagan dividendos, y no se produce ningún flujo de efectivo cuando se negocian ni el contrato de futuros subyacente ni las opciones sobre dicho contrato. Aunque las opciones puedan ser americanas, no hay efectivamente ningún valor de ejercicio anticipado asociado a dichas opciones.

Límites del arbitraje

Al evaluar un contrato, un operador puede intentar determinar un *límite de arbitraje* para ese contrato, es decir, el precio más bajo (el límite inferior de arbitraje) o el precio más alto (el límite superior de arbitraje) al que puede negociarse el contrato sin que haya alguna oportunidad de arbitraje. Identificar los límites de arbitraje de las opciones europeas y americanas puede ayudarnos a entender los criterios de ejercicio anticipado de las opciones americanas.

Considera estos precios:

Contract	Price
June 90 call	9.90
Underlying contract	100.00

Si la opción de compra a 90 de junio es americana, todo el mundo querrá comprar la opción de compra a 9,90, vender el contrato subyacente a 100,00 y ejercer inmediatamente la opción. El flujo de caja resultante será

Buy the June 90 call	-9.90
Sell the underlying contract	+100.00
Exercise the call	-90.00
Total profit and loss (P&L)	+10.10

Hay un beneficio de arbitraje de 0,10.

Ahora considere estos precios:

Contract	Price
June 70 put	4.80
Underlying contract	65.00

Si la opción de venta a 70 de junio es americana, todo el mundo querrá comprar la opción de venta a 4,80, comprar el contrato subyacente a 65,00 y ejercer inmediatamente la opción. El flujo de caja resultante será

Buy the June 70 put	-4.80
Buy the underlying contract	-65.00
Exercise the put	<u>+70.00</u>
Total P&L	+0.20

Hay un beneficio de arbitraje de 0,20.

De estos ejemplos podemos concluir que una opción americana nunca debe negociarse por debajo de su valor intrínseco. Si lo hace, todo el mundo comprará la opción, cubrirá la posición con el contrato subyacente y ejercerá la opción, todo lo cual dará lugar a un beneficio de arbitraje inmediato. Podemos expresar el límite inferior de arbitraje para una opción americana como

For a call:	At least the maximum of $[0, S - X]$
For a put:	At least the maximum of $[0, X - S]$

donde X es el precio de ejercicio y S es el precio del contrato subyacente.

Hemos incluido el calificativo *al menos* para las opciones de compra y de venta porque, como veremos, el límite inferior de arbitraje para una opción americana puede ser, de hecho, mayor que el valor intrínseco. Por el momento, diremos simplemente que no puede ser inferior al valor intrínseco.

Para determinar el límite inferior de arbitraje de una opción europea, podemos utilizar la paridad put-call

$$C - P = \frac{F - X}{1 + r \times t}$$

El precio más bajo posible para una opción de venta es 0, por lo que el límite inferior de arbitraje para una opción de compra europea debe ser

$$C \geq \frac{F - X}{1 + r \times t}$$

donde F es el precio de un contrato de futuros subyacente o el precio a plazo de una acción subyacente.

Para una opción sobre futuros, el límite inferior de arbitraje para una opción de compra es el valor actual del valor intrínseco. Esto significa que si las opciones europeas sobre futuros están sujetas a una liquidación de tipo bursátil, el límite inferior de arbitraje siempre será inferior al valor intrínseco porque el valor actual debe ser inferior al valor intrínseco.

Por ejemplo,

Precio de los futuros= 1.167,00
Plazo de vencimiento = 6 meses
Tipo de interés = 4,00 por ciento

Si las opciones están sujetas a una liquidación de tipo bursátil, el límite inferior de arbitraje para la opción de compra de 1.100 es

$$\frac{1,167.00 - 1,100}{1 + 0.04 \times 6/12} = 65.69$$

Aunque el valor intrínseco es 67,00, el límite inferior de arbitraje es 65,69.

En el caso de las opciones sobre acciones, si sustituimos F por el precio a plazo de la acción e ignoramos los intereses de los dividendos, el límite inferior de arbitraje para una opción de compra europea es

$$C \geq S - \frac{X}{(1 + r \times t)} - D$$

Una opción de compra de acciones no puede negociarse a un precio inferior al precio de las acciones menos el valor descontado del precio de ejercicio menos los dividendos. Esto significa que el límite inferior de arbitraje para una opción de compra de acciones out-of-the-money puede ser superior a

0. Por ejemplo,

Stock price	= 49.50
Time to expiration	= 6 months
Interest rate	= 4.00 percent
Dividend	= 0

Una opción de compra a 50, aunque esté fuera de dinero, tiene un límite de arbitraje inferior de

$$\frac{49.50 - 50}{1 + 0.04 \times 6/12} = 0.48$$

Si la opción de compra se negocia a menos de 0,48, por ejemplo, 0,40, podemos comprar la opción de compra, vender las acciones y ejercer la opción de compra al vencimiento. Los flujos de caja serán

Buy the 50 call	-0.40
Pay interest on the call price $(0.40 \times 0.04 \times 6/12)$	0.01
Sell stock	+49.50
Collect interest on the stock price $(49.50 \times 0.04 \times 6/12)$	+0.99
Exercise the call at expiration	-50.00
Total P&L	+0.08

Es exactamente la diferencia entre el precio de compra de 0,40 y el límite inferior de arbitraje de 0,48.

En este ejemplo, podemos estar seguros de obtener un beneficio de arbitraje de al menos 0,08, porque sabemos que podemos cerrar la posición al vencimiento ejerciendo la opción de compra, con lo que volveremos a comprar las acciones a un precio no superior a 50. Supongamos, sin embargo, que el precio de las acciones al vencimiento es inferior a 50. Supongamos, sin embargo, que el precio de la acción al vencimiento es inferior a 50. En lugar de ejecutar la opción de compra, podemos comprar la acción a un precio no superior a 50. En lugar de ejercer la opción de compra, podemos comprar las acciones a su precio de mercado. El resultado será un beneficio aún mayor que 0,08. El límite inferior de arbitraje nos indica el precio por debajo del cual existe una oportunidad de arbitraje y, al mismo tiempo, determina el importe *mínimo* que puede obtenerse. El importe máximo puede ser aún mayor si al vencimiento la acción cotiza a un precio inferior al precio de ejercicio.

¿Cuál es el límite inferior de arbitraje para la opción de compra de 50 si se trata de una opción americana? Podríamos suponer que debe ser 0 porque la opción está fuera del dinero, y nadie ejercería nunca una opción fuera del dinero. Pero el ejercicio anticipado es un derecho, no una obligación. Podemos convertir una opción americana en una opción europea simplemente eligiendo no ejercerla anticipadamente. Por lo tanto, el límite inferior de arbitraje de una opción americana es, como mínimo, el valor intrínseco. Si el límite inferior de arbitraje para una opción europea equivalente es mayor que el valor intrínseco, como ocurre en este ejemplo, entonces este número también sirve como límite inferior de arbitraje para la opción americana:

$$\text{Americana llamada} \geq \text{máximo } [0, S - X, (F - X)/(1 + r \times t)]$$

En este ejemplo, el límite inferior de arbitraje para la opción de compra 50 es 0,48, independientemente de si la opción es europea o americana.

Cambiamos ligeramente nuestro ejemplo:

Precio de las acciones= 49,50

Plazo de vencimiento = 6 meses Tipo

de interés = 4,00 por ciento

Dividendo= 0,65 pagadero cada tres meses (dividendo total de

1.30)

¿Cuál es el límite inferior de arbitraje para una opción de compra europea a 45?

$$\frac{49.50 - 45}{1 + 0.04 \times 6/12} - 1.30 = 4.08$$

Si la call es americana, su valor intrínseco ($49,50 - 45 = 4,50$) es al valor europeo de 4,08. Por lo tanto, el límite inferior de arbitraje para una call 45 americana es 4,50.

Invirtiendo F y X , podemos utilizar la paridad put-call para determinar el límite inferior de arbitraje de una opción de venta europea

$$P \geq \frac{X - F}{1 + r \times t}$$

Al igual que con una opción de compra de futuros, el límite inferior de arbitraje para una opción de venta europea es el valor actual del valor intrínseco.

Para las opciones sobre acciones, podemos sustituir F por el precio a plazo de las acciones, lo que nos da el límite inferior de arbitraje para una opción de venta

$$P \geq \frac{X}{1 + r \times t} - S + D$$

Una opción de venta de acciones no puede negociarse por menos del valor descontado del precio de ejercicio menos el precio de las acciones más los dividendos.

Precio de las acciones = 49,50
Plazo de vencimiento = 6 meses
Tipo de interés = 4,00 por ciento
Dividendo = 0

El límite inferior de arbitraje para una opción de venta europea de 50 debe ser 0 porque

$$\frac{50}{1 + 0.04 \times 6/12} - 49.50 = -.48$$

Si, por el contrario, la opción es americana, el límite inferior de arbitraje será el valor intrínseco de la opción de 0,50.

Porque siempre podemos convertir un put americano en un put europeo simplemente

optando por no ejercerla, el límite inferior de arbitraje para una opción de venta americana es de

$$\text{Americana poner} \geq \text{máximo } [0, X - S, (X - F)/(1 + r \times t)]$$

Dado que el límite inferior de arbitraje de las opciones europeas está en función del tiempo, los tipos de interés y, en el caso de las acciones, los dividendos, a medida que pasa el tiempo, el límite cambia constantemente. En el caso de las opciones sobre futuros sujetas a liquidación de tipo bursátil, el límite siempre es creciente porque valor actual siempre aumenta hacia el valor intrínseco. Para las opciones sobre acciones, sin embargo, el límite puede subir o bajar dependiendo de si el precio a plazo es mayor o menor que el precio al contado. Si el precio a plazo es mayor que el precio al contado (los intereses son mayores que los dividendos), el límite inferior de arbitraje subirá para las opciones de compra y bajará para las opciones de venta. Si el precio a plazo es menor que el precio al contado (el interés es menor que los dividendos), el límite bajará para las opciones de compra y subirá para las opciones de venta. [En las figuras 16-1 a 16-4](#) se muestra una representación gráfica de estos cambios.

Figura 16-1 Límite inferior de arbitraje para una opción de compra europea sobre futuros (liquidación de tipo bursátil).

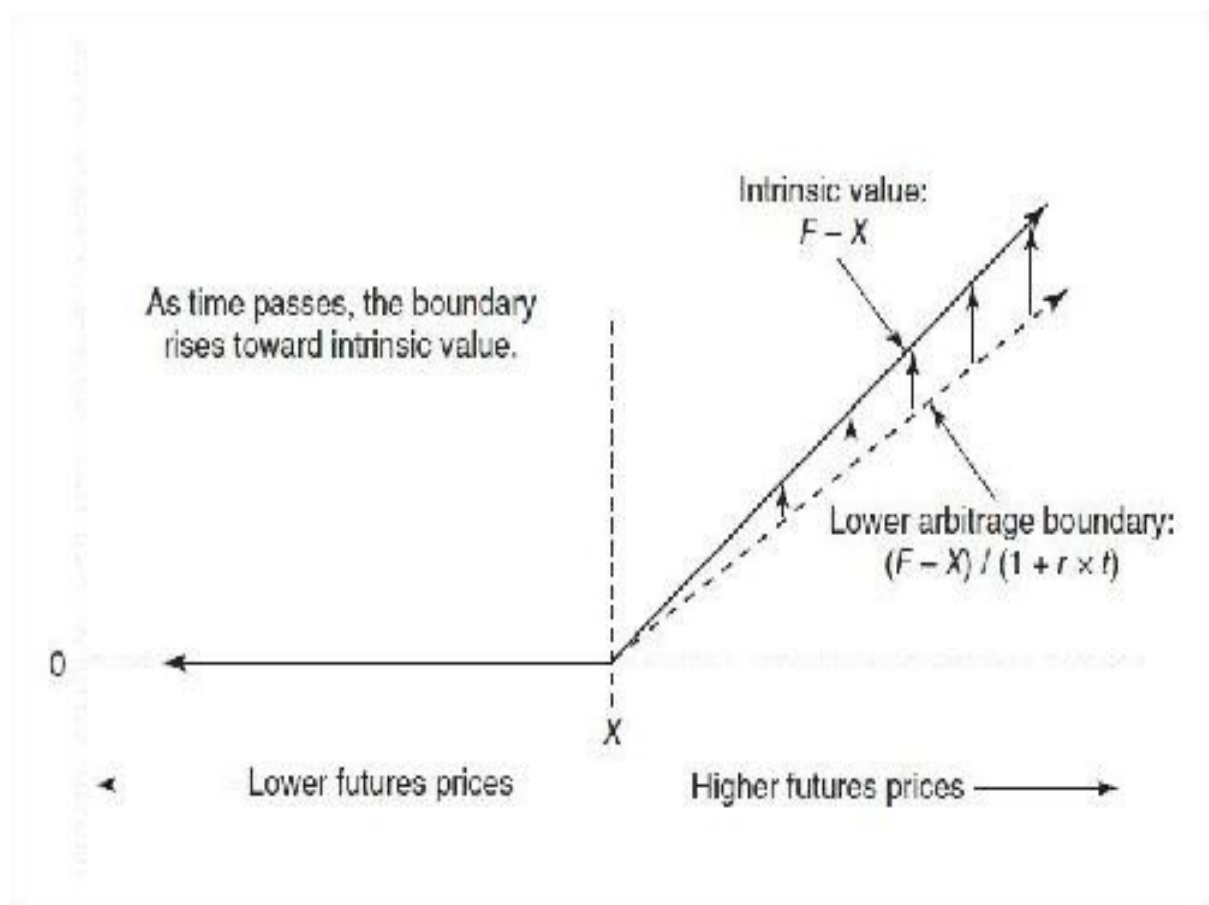


Figura 16-2 Límite inferior de arbitraje para una opción de venta europea sobre futuros (liquidación de tipo bursátil).

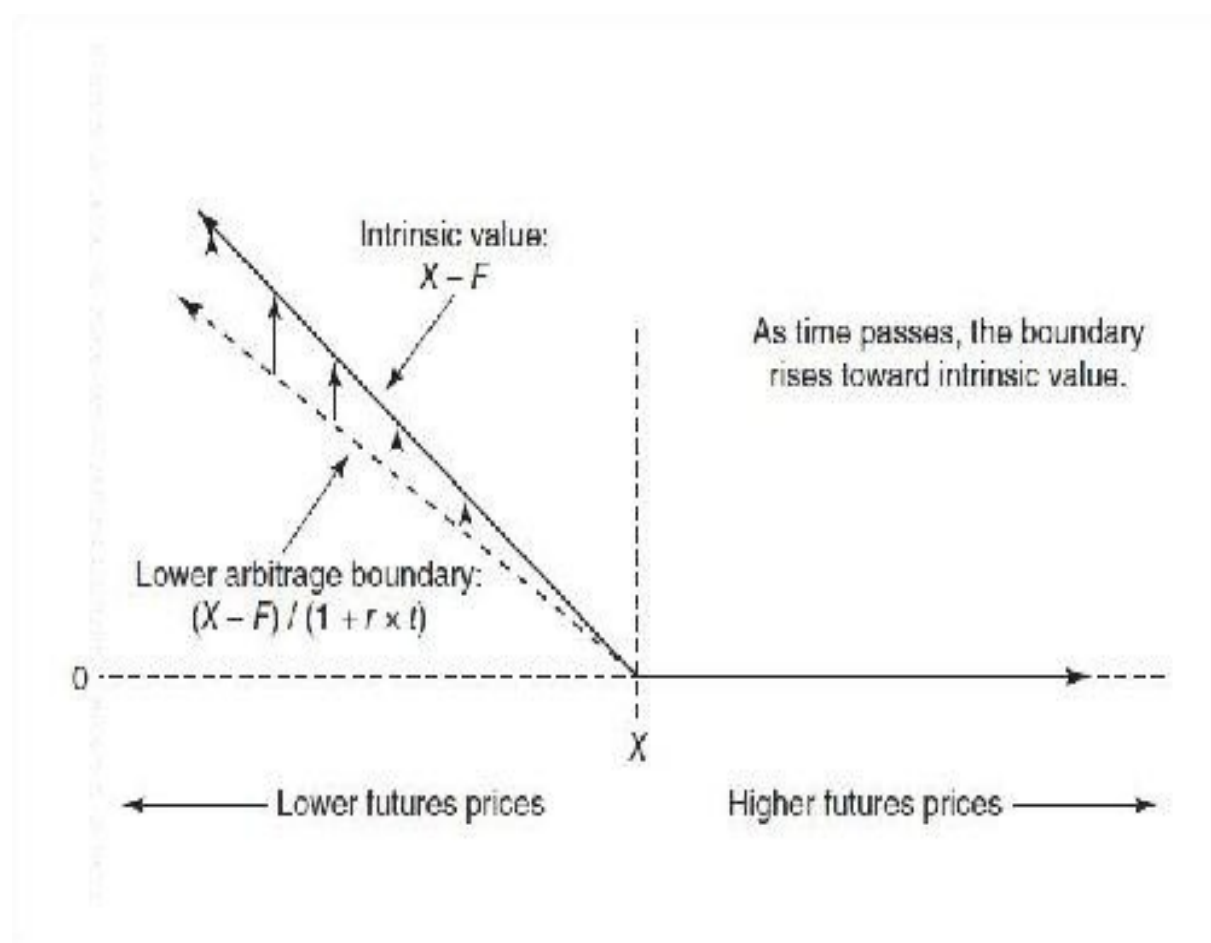


Figura 16-3 Límite inferior de arbitraje para una call europea sobre acciones.

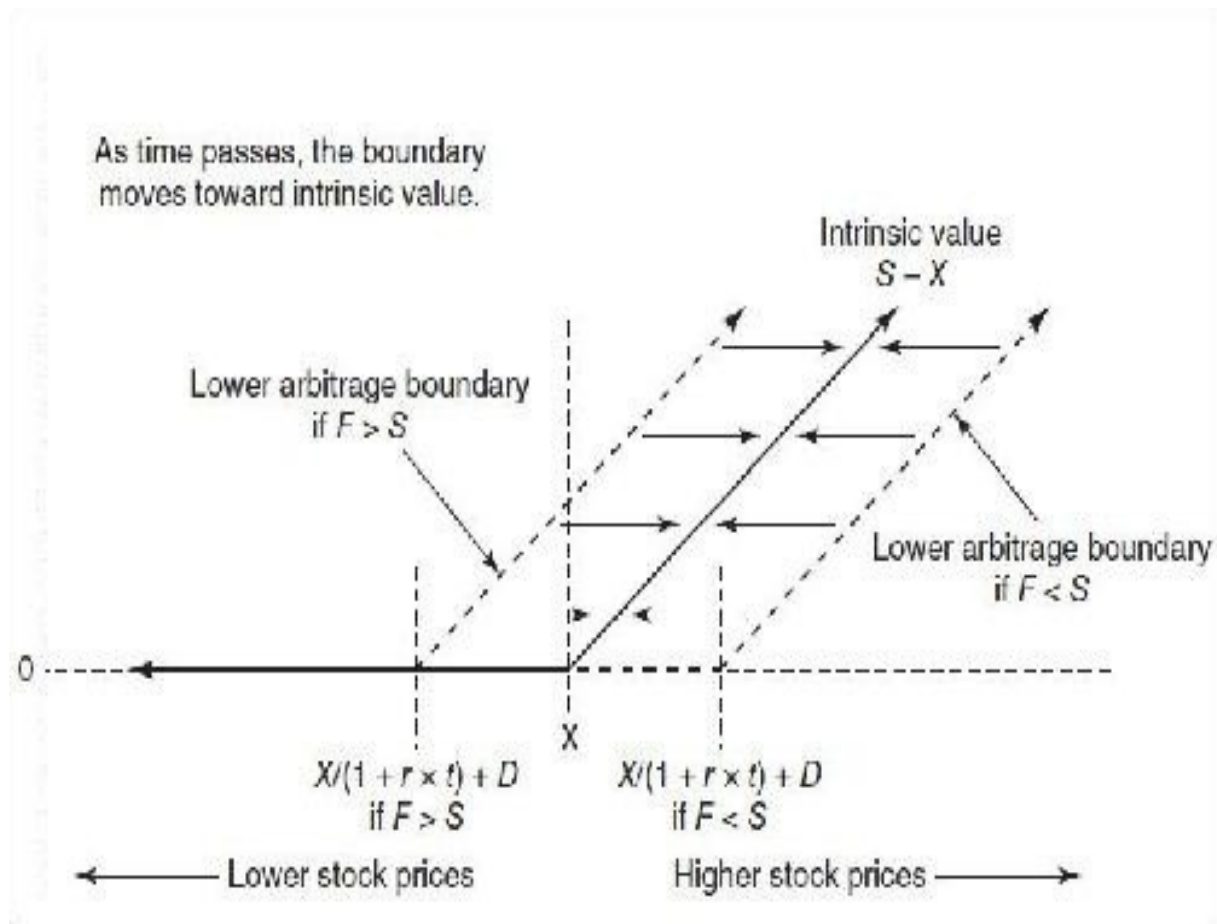
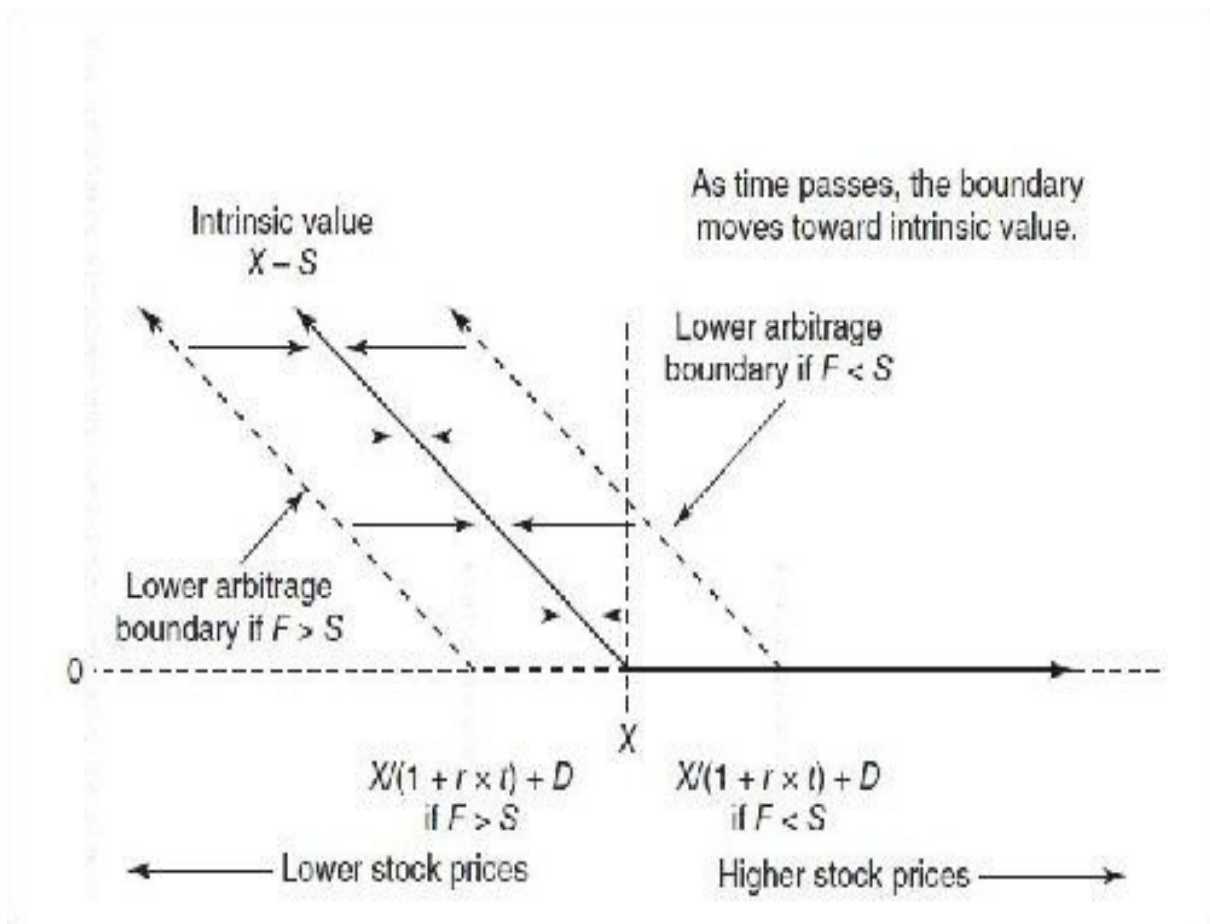


Figura 16-4 Límite inferior de arbitraje para una opción de venta europea sobre acciones.



Si el límite inferior de arbitraje para una opción europea es inferior al valor intrínseco, una opción europea puede, en algunos casos, valer menos que el valor intrínseco. Cuando esto ocurre, a medida que pasa el tiempo, el valor de la opción aumentará hacia el valor intrínseco. Como consecuencia, la opción tendrá un theta positivo. Esto se discutió en [el Capítulo 7](#) y se mostró gráficamente en [la Figura 7-9](#).

Aunque los operadores se interesan principalmente por el límite inferior de ejercicio de una opción, para completar la información, es posible que también queramos determinar el límite superior de arbitraje de una opción. Dado que el contrato subyacente no puede caer por debajo de 0, el límite superior de arbitraje para una opción de venta americana, ya sea sobre futuros o acciones, debe ser el precio de ejercicio. Para una opción de venta europea, que está sujeta a una liquidación de tipo bursátil, el límite superior es el valor actual del precio de ejercicio

$$\text{Puesta americana} \leq X$$

$$\text{Europea poner} \leq X/(1 + r \times t)$$

Para determinar el límite superior de arbitraje de una opción de compra, podemos utilizar la fórmula put-call

paridad

$$C - P = \frac{F - X}{1 + r \times t}$$

Sabemos que el valor máximo de una opción de venta europea es $X/(1 + r \times t)$. Por lo tanto, el valor máximo para una convocatoria europea es

$$C \leq \frac{F - X}{1 + r \times t} + \frac{X}{1 + r \times t} = \frac{F}{1 + r \times t}$$

Una opción de compra europea sobre un contrato de futuros tiene un valor máximo igual al precio de los futuros descontado el interés. Si las opciones están sujetas a liquidación de futuros, el valor máximo es simplemente el precio del contrato de futuros subyacente.

Para una opción de compra europea de acciones, podemos sustituir F por el precio a plazo de las acciones $S \times (1 + r \times t) - D$

$$C \leq \frac{S \times (1 + r \times t) - D - X}{1 + r \times t} + \frac{X}{1 + r \times t}$$

Si ignoramos los intereses de los dividendos, tenemos

$$C \leq \frac{S - D - X}{1 + r \times t} + \frac{X}{1 + r \times t} = S - D$$

Una opción de compra europea sobre acciones tiene un valor máximo igual al precio de las acciones menos los dividendos. Una opción de compra americana tiene un valor máximo igual al precio de las acciones. En [la Figura 16-5](#) se muestra un resumen de los límites del arbitraje.

Figura 16-5 Resumen de los límites del arbitraje.

Lower Arbitrage Boundary		American	European
Options on futures (stock type settlement)	Call	$\max[0, F - X]$	$\max[0, (F - X)/(1 + r \times t)]$
	Put	$\max[0, X - F]$	$\max[0, (X - F)/(1 + r \times t)]$
Options on stock	Call	$\max[0, S - X, S - X/(1 + r \times t) - D]$	$\max[0, S - X/(1 + r \times t) - D]$
	Put	$\max[0, X - S, X/(1 + r \times t) - S + D]$	$\max[0, X/(1 + r \times t) - S + D]$
Upper Arbitrage Boundary		American	European
Options on futures (stock type settlement)	Call	F	$F/(1 + r \times t)$
	Put	X	$X/(1 + r \times t)$
Options on stock	Call	S	$S - D$
	Put	X	$X/(1 + r \times t)$

Ejercicio anticipado de opciones de compra de acciones

¿En qué condiciones podríamos optar por ejercer una opción de compra americana sobre acciones antes de su vencimiento? Para responder a esta pregunta, pensemos en los componentes que conforman el valor de una opción de compra.

Evidentemente, si nos planteamos ejercer una opción, ésta debe estar en dinero. Por lo tanto, uno de los componentes debe ser *el valor intrínseco*. Una opción de compra también ofrece cierto valor de protección sobre una posición en acciones porque la pérdida de la opción de compra está limitada por el precio de ejercicio. La probabilidad de que la acción caiga por debajo del precio de ejercicio depende de la volatilidad, por lo que podríamos referirnos a este valor protector como *valor de volatilidad*. A medida que aumenta la volatilidad, estamos dispuestos a pagar más por la opción de compra. La opción de compra también incluye cierto *valor de tipo de interés*. A medida que suben los tipos de interés, la opción de compra se convierte en un sustituto más deseable de mantener una posición en acciones. Por último, está el *valor de los dividendos*. Pero a diferencia del valor de la volatilidad y del valor del interés, que aumentan el valor de la opción de compra, el dividendo reduce el valor de la opción de compra. Por lo tanto,

Valor de compra = valor intrínseco + valor de volatilidad + valor de interés - valor de

dividendo Supongamos que somos capaces de determinar el valor de cada uno de estos

componentes

y encontrar que el valor del dividendo es mayor que el valor combinado de volatilidad y valor de los intereses

Valor del dividendo > valor de la volatilidad + valor del interés

En este caso, el valor de la opción de compra será inferior al valor intrínseco. Y, de hecho, las opciones europeas pueden, en algunos, negociarse por debajo del valor intrínseco. Pero, si la opción de compra es americana, se convierte en una candidata a ejercicio anticipado porque podemos cobrar el valor intrínseco ahora ejerciendo simultáneamente la opción de compra y vendiendo las acciones.

¿Cómo podemos estimar el valor de los componentes de volatilidad, tipos de interés y dividendos? El componente de dividendos es simplemente el dividendo total que se espera que pague la acción durante la vida de la opción. El valor del interés debe ser el interés que tendríamos que pagar si vendiéramos la opción de compra y compráramos las acciones y mantuviéramos esta posición hasta el vencimiento. Si la opción de compra está muy dentro del dinero, su valor se aproximará mucho al valor intrínseco y el flujo de caja total será aproximadamente igual al precio de ejercicio.

Valor intrínseco = cotización - precio de ejercicio

Podríamos llegar a la misma conclusión observando que si ejercemos la opción de compra, tendremos que pagar el precio de ejercicio. El valor del interés debe ser el coste aproximado de llevar el precio de ejercicio hasta el vencimiento.

El componente de volatilidad es algo más difícil de determinar. Pero sabemos que el valor de la volatilidad depende de la probabilidad de que el precio de la acción caiga por debajo del precio de ejercicio. El valor de la opción de venta compañera (la opción de venta con el mismo precio de ejercicio y la misma fecha de vencimiento que la opción de compra) debe ser una buena estimación de este valor. Sabemos por la paridad put-call que las vegas de las calls y puts con el mismo precio de ejercicio y fecha de vencimiento son las mismas: tienen la misma sensibilidad a los cambios en la volatilidad. Por lo tanto, sus valores de volatilidad deberían ser el mismo ⁽¹⁾

Por ejemplo, considere lo siguiente:

Precio de las acciones = 100
Plazo de vencimiento = 1 mes
Tipo de interés = 6,00 por ciento
Dividendo = 0,75, pagadero en 15 días

¿Es la opción de compra a 90 un candidato a ejercicio anticipado si el precio de la opción de venta a 90 es de 0,20?

Conocemos el valor del dividendo (0,75) y el valor de la volatilidad (0,20), por lo que el

El único componente que debemos calcular es el coste de llevar el precio de ejercicio hasta el vencimiento.

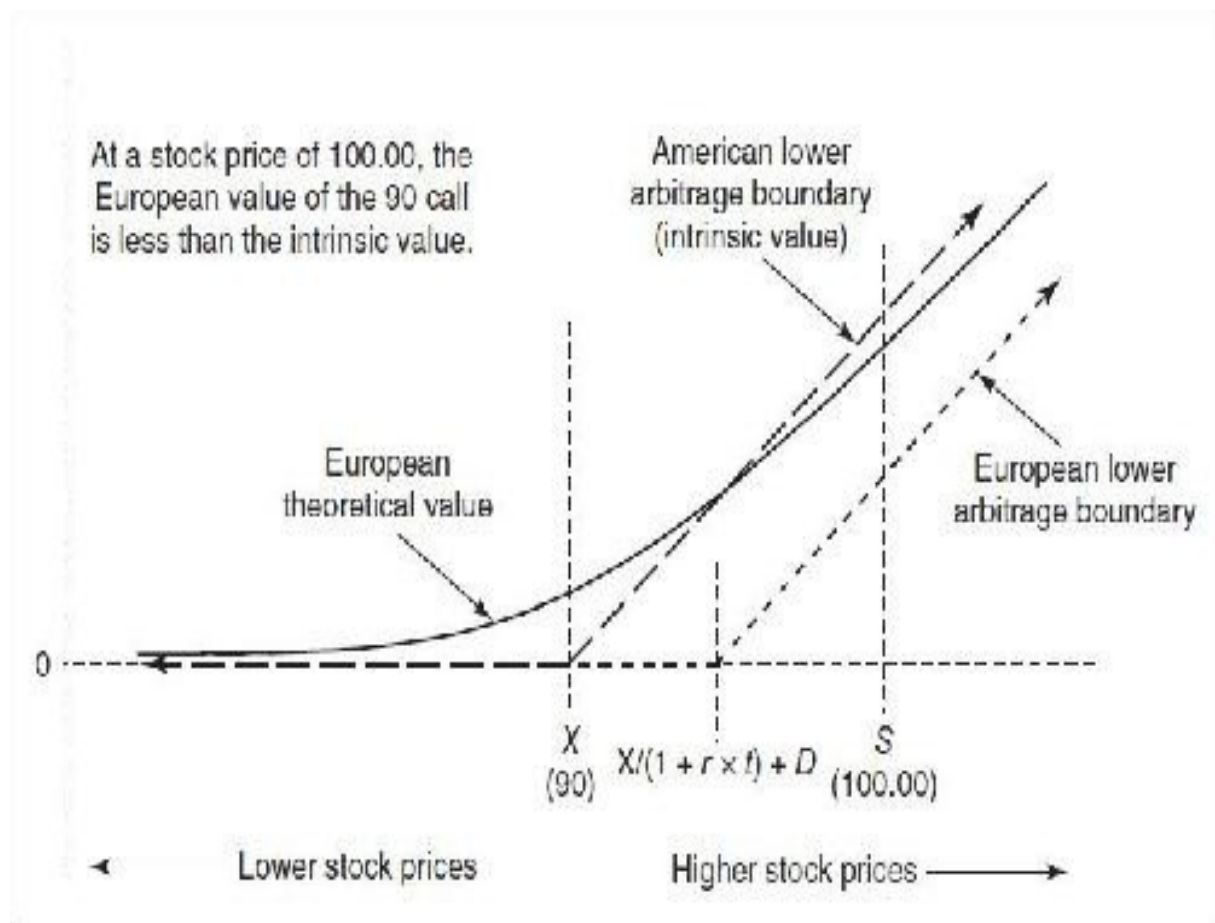
$$90 \times .06 \times 1/12 = .45$$

Los criterios de ejercicio anticipado se cumplen porque

$$\text{Valor del dividendo} > \text{valor de la volatilidad} + \text{valor del interés } 0,75 > 0,20 + 0,45 = 0,65$$

En la Figura 16-6 podemos ver por qué la opción de compra de 90 se ha convertido en una candidata a ejercicio anticipado: su valor europeo ha caído por debajo del valor intrínseco. Si nos dan a elegir entre ejercer ahora o mantener la posición de la opción hasta el vencimiento, saldremos ganando por 0,10 si ejercemos ahora.

Figura 16-6



Pero, ¿son éstas nuestras dos únicas opciones: ejercerla ahora o no ? Una opción americana puede ejercerse en cualquier momento antes de su vencimiento. En lugar de

ejercer hoy, ¿qué tal ejercer la opción mañana? ¿O pasado mañana?

Supongamos que hacemos ejercicio hoy en lugar de hacerlo mañana. ¿Qué ganaremos y qué perderemos? Perderemos el valor de un día de volatilidad. También perderemos un día de intereses sobre el precio de ejercicio. A cambio, obtenemos... nada. Estamos ejerciendo para obtener el . Pero el dividendo no se pagará hasta dentro de 15 días. Dado que siempre renunciamos a algún valor de volatilidad y a algún valor de interés cuando ejercemos una opción de compra americana sobre acciones antes de su vencimiento, el único momento en que consideraremos ejercer la opción anticipadamente es el día antes de que la acción pague el . En ningún otro día será óptimo el ejercicio anticipado.

Para que una opción de compra americana sobre acciones sea candidata al ejercicio anticipado, los criterios de ejercicio anticipado deben cumplirse durante toda la vida de la opción

$$\text{Valor del dividendo} > \text{valor de la volatilidad} + \text{valor del interés}$$

Pero, para que una opción sea candidata *al* ejercicio anticipado *inmediato*, esta condición también debe cumplirse al día siguiente. En el caso de una opción de compra sobre acciones, el único día en el que un inversor debe plantearse el ejercicio anticipado es el día anterior a que la acción pague un dividendo. De hecho, si una acción no paga dividendos durante la vida de la opción, nunca hay motivo para ejercer la opción de compra antes del vencimiento.

Ejercicio anticipado de opciones de venta de acciones

¿En qué condiciones podríamos optar por ejercer una opción de venta americana sobre acciones antes de su vencimiento? Al igual que separamos el valor de una opción de compra de acciones en sus componentes, podemos hacer lo mismo con una opción de venta de acciones. De nuevo empezamos con el valor intrínseco. A éste, podemos añadir el valor de volatilidad, es decir, el valor de protección que ofrece la opción de venta en caso de que el precio de las acciones suba por encima del precio de ejercicio. También habrá valor de interés: si ejercemos la opción de venta cobraremos intereses sobre el precio de ejercicio. Por último, habrá un cierto valor de dividendo.

$$\text{Valor de la opción de venta} = \text{valor intrínseco} + \text{valor de la volatilidad} - \text{valor del interés} +$$

valor del dividendo Obsérvese que el valor de la volatilidad y el valor del dividendo

aumentan el valor de la opción de venta,

mientras que el valor del interés reduce el valor de la opción de venta. Supongamos que podemos

determinar el valor de cada uno de estos componentes y encontrar que el valor del interés es mayor que el valor combinado de la volatilidad y el valor del dividendo

$$\text{Valor de los intereses} > \text{valor de la volatilidad} + \text{valor de los dividendos}$$

Si esto es cierto, el valor de la opción será inferior al valor intrínseco. Pero, si la opción es americana, se convierte en una candidata a ejercicio anticipado porque podemos cobrar el valor intrínseco ahora mismo ejerciendo la opción de venta.

Podemos estimar el valor de estos componentes del mismo modo que los estimamos para una opción de compra. El valor del interés es la cantidad de interés que ganaremos sobre el precio de ejercicio hasta el vencimiento si ejercemos la opción de venta. El valor del dividendo es el dividendo total que se espera que paguen las acciones durante la vida de la opción. El valor de volatilidad es aproximadamente el precio de la opción de compra compañera fuera del dinero.

Considere esta :

Precio de las acciones= 100
Plazo de vencimiento = 2 meses Tipo
de interés = 6,00 por ciento Dividendo
= 0,40

¿Es la opción de venta de 120 un candidato a ejercicio anticipado si el precio de la opción de compra de 120 es de 0,55?

Conocemos el valor de la volatilidad (0,55) y el valor del dividendo (0,40). El interés sobre el precio de ejercicio a vencimiento es

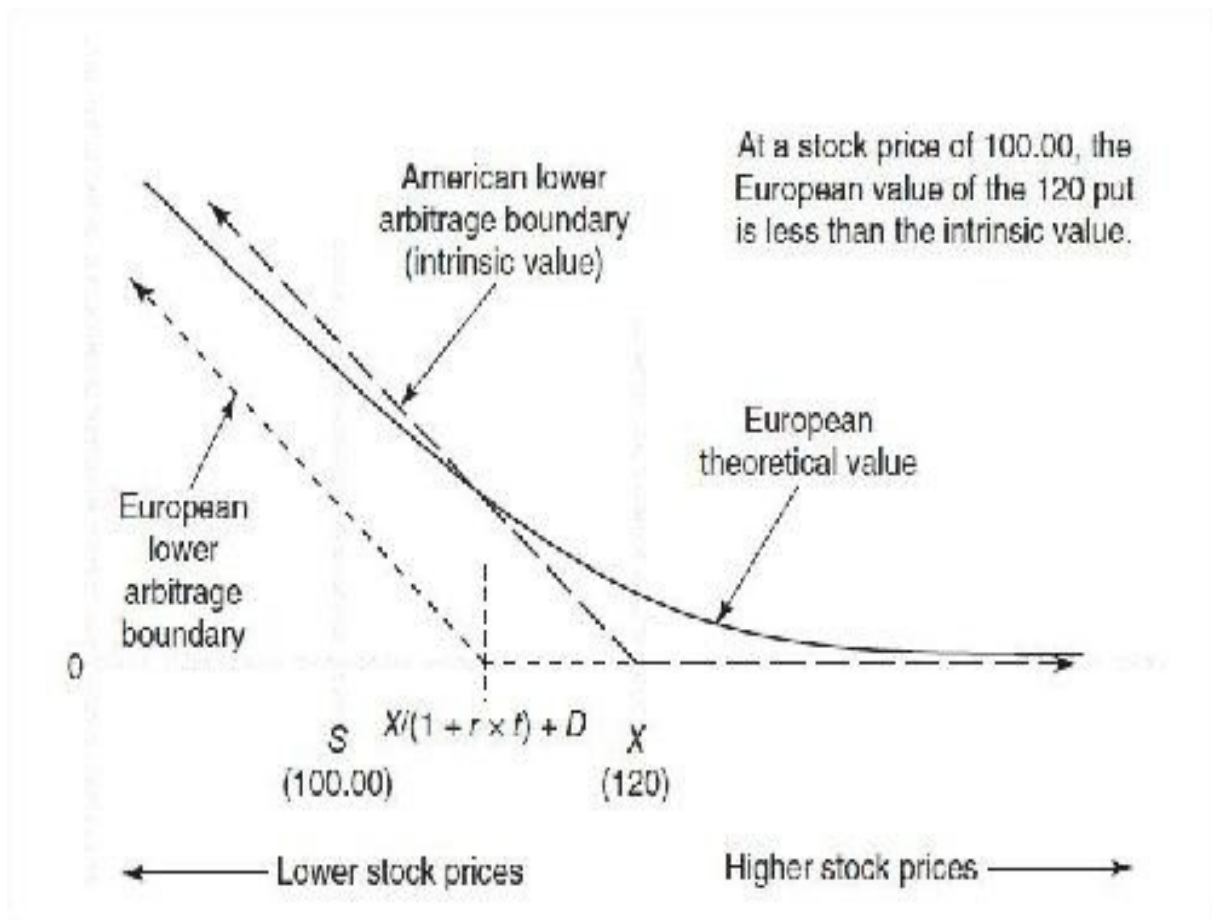
$$120 \times .06 \times 1/6 = 1.20$$

Los criterios de ejercicio anticipado se cumplen porque

$$\text{Valor de interés} > \text{valor de volatilidad} + \text{valor de dividendo } 1,20 > .55 + .40 = .95$$

Podemos ver en [la Figura 16-7](#) que a un precio de 100, el valor de la opción de venta europea de 120 cae por debajo del valor intrínseco, lo que la convierte en una opción de ejercicio anticipado. Si tenemos que elegir entre ejercer la opción ahora o mantenerla hasta el vencimiento saldremos ganando por 0,25 si la ejercemos ahora [\(3\)](#)

Figura 16-7



Al igual que en el caso de una opción de compra, para que una opción de venta sea candidata al ejercicio anticipado inmediato, los criterios de ejercicio anticipado deben cumplirse no sólo durante toda la vida de la , sino también durante el día siguiente. Sólo ejerceremos hoy si esperamos ganar más al día siguiente con el ejercicio anticipado de lo que perdamos. ¿Será esto cierto para nuestra opción de venta de 120?

Supongamos que el dividendo de 0,40 se paga mañana. Si lo ejercemos hoy en lugar de mañana, ganaremos el interés de un día

$$120 \times 0,06/365 = 0,02$$

A cambio, estamos renunciando al valor de un día de volatilidad, así como al valor del dividendo. Incluso si suponemos que el valor de la volatilidad es insignificante, el dividendo de 0,40 que perderemos es mucho mayor que el interés de 0,02 que ganaremos. Está claro que deberíamos esperar un día antes de ejercer la opción, renunciando interés de un día pero conservando el valor del dividendo.

Supongamos que el dividendo se pagará dentro de dos días. Si ejercemos hoy en lugar de esperar hasta que se pague el dividendo, ganaremos el valor de dos días

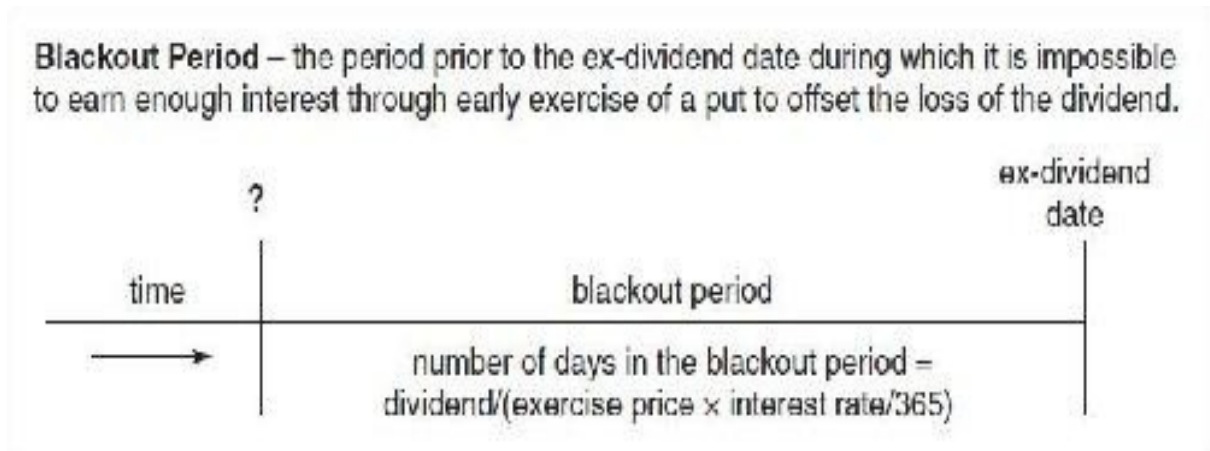
de interés, 0,04, pero seguiremos perdiendo el dividendo de 0,40. Esperar dos días para ejercer sigue siendo una estrategia mejor.

¿Cuándo debemos ejercer anticipadamente una opción de venta? Dado que un inversor no renunciar al valor del dividendo, el día más habitual para ejercer anticipadamente una opción de venta de acciones es el día en que la acción paga el . Pero a diferencia de las opciones de compra de acciones, en las que el *único* día en el que la opción debe ejercerse anticipadamente es el día anterior a que la acción pague el dividendo, una opción de venta de acciones puede ejercerse en cualquier momento antes del vencimiento. El ejercicio anticipado será óptimo si el interés que se puede ganar es mayor que el valor combinado de la volatilidad y el dividendo.

Ignorando el valor de volatilidad, podemos ver que ningún operador ejercerá una opción de venta anticipadamente si el interés total que se puede ganar es inferior al dividendo. En nuestro ejemplo, en el que esperamos ganar 0,02 de interés al día, el ejercicio anticipado nunca puede ser óptimo si el dividendo se pagará en los próximos 20 días porque

$$0,40/0,02 = 20$$

Con menos de 20 días para el pago del dividendo, nunca podremos ganar suficientes intereses para compensar la pérdida del dividendo. En el caso de las opciones de venta, este *periodo de bloqueo* puede calcularse fácilmente dividiendo el dividendo por el interés diario que puede ganarse sobre el precio de ejercicio. Durante este periodo, ningún inversor bien informado ejercerá una opción de venta porque la pérdida del dividendo será mayor que el total ganado.



Esto no significa que nunca deba ejercerse una opción de venta antes del pago del dividendo. En nuestro ejemplo, si el dividendo se paga dentro de 30 días y lo ejercemos ahora, ganaremos un interés de 30 días, es decir, $30 \times 0,02 = 0,60$.

0.60. Este valor es superior al 0,40 del dividendo. Mientras el valor de la volatilidad en los próximos 30 días sea inferior a 0,20, el ejercicio anticipado inmediato es una opción sensata.

Impacto de las acciones cortas en el ejercicio anticipado

Los tipos de interés son un factor importante a la hora de decidir si se ejerce anticipadamente una opción sobre acciones. Si reducimos los tipos de interés, es más probable que se ejerzan anticipadamente las opciones de compra (el ejercicio anticipado se traduce en una menor pérdida de intereses), y es menos probable se ejerzan anticipadamente las opciones de venta (el ejercicio anticipado se traduce en una menor ganancia de intereses). Dado que una posición corta en acciones conlleva un tipo de interés más bajo (el tipo se reduce por los costes de endeudamiento), es más probable un operador que tenga una posición corta en acciones ejerza anticipadamente una opción de compra. Al mismo tiempo, es menos probable que un operador que no posea acciones ejerza anticipadamente una opción de venta. Esto es coherente con la regla general que propusimos en [el capítulo 7](#):

Siempre que sea posible, un operador debe evitar una posición corta en acciones.

Si un operador tiene una posición corta en acciones, el ejercicio de una opción de compra reducirá o eliminará dicha posición. Si el operador no tiene ninguna posición en acciones, el ejercicio de una opción de venta dará lugar a una posición corta en acciones. En el primer caso, es más probable que la opción de compra se ejerza antes de tiempo; en el segundo, es menos probable que la opción de venta se ejerza antes de tiempo.

Ejercicio anticipado de opciones sobre futuros

¿Qué ocurre cuando ejercemos una opción de futuros? El ejercicio de una opción de compra nos permite comprar el contrato de futuros subyacente al precio de ejercicio. El ejercicio de una opción de venta nos permite vender el contrato de futuros subyacente al precio de ejercicio. Dado que el contrato de futuros está sujeto a liquidación de futuros, se producirá un crédito de variación igual al valor intrínseco de la opción, la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio del contrato de futuros. Si la opción está sujeta a una liquidación de tipo futuro, el ejercicio de la opción hará que ésta desaparezca, y se nos cargará un importe igual al valor de la opción. Suponiendo que el precio de la opción sea igual a su valor intrínseco el crédito y el débito se anularán, con lo que no habrá flujo de caja. Como no hay flujo de caja, no puede haber ninguna ventaja en el ejercicio anticipado. Sin embargo, si la opción está sujeta a un tipo de acciones

liquidación, como se hace en las bolsas de futuros de Estados Unidos, no hay flujo de caja cuando desaparece la posición de la opción. El único flujo de efectivo es el crédito de variación de la posición de futuros, un crédito sobre el que podemos ganar intereses.

Para que una opción de futuros sea candidata a ejercicio anticipado, la opción debe estar sujeta a liquidación de tipo bursátil, y el interés que se puede ganar sobre el valor intrínseco debe ser mayor que el valor de volatilidad al que estamos renunciando

Valor del interés > valor de la

volatilidad El interés del valor intrínseco de la opción es

$$(F - X) \times r \times t$$

para
llamadas o

$$(X - F) \times r \times t$$

para puts.

Al igual que con las opciones sobre acciones, podemos estimar el valor de volatilidad de una opción observando el precio de la opción out-of-the-money compañera. Supongamos lo siguiente:

Precio de los futuros= 100
Plazo de vencimiento = 3 meses Tipo
de interés = 8,00 por ciento

¿Es la opción de compra 80 una candidata a ejercicio anticipado si el precio de la opción de venta 80 es 0,15?

Los intereses que podemos ganar mediante el ejercicio anticipado son

$$(100 - 80) \times 0,08 \times 3/12 = 0,40$$

Al ser mayor que el valor de volatilidad de 0,15, la opción es candidata a ser ejercida anticipadamente. Si nos dan a elegir entre ejercerla ahora o mantener la posición hasta el vencimiento, saldremos ganando por 0,25 si la ejercemos ahora. Para que la opción sea candidata a ejercicio anticipado inmediato, también debe cumplir los criterios de ejercicio anticipado durante el día siguiente. El interés de un día debe ser mayor que el valor de la volatilidad de un día.

Podemos calcular fácilmente los intereses de un día

$$(100 - 80) \times .08/365 = 0.0044$$

¿Cómo podemos calcular el valor de volatilidad de un día? Sabemos que el precio de la opción compañera, en este caso, la opción de venta de 80, es casi todo valor de volatilidad. Cada día que pase, el valor de la opción caerá en el valor de un día de volatilidad. Esta pérdida diaria de valor es simplemente la theta de la opción. Determinando la theta de la opción out-of-the-money compañera, podemos estimar el valor de un día de volatilidad. A diferencia de los otros cálculos, esto requerirá el uso de un modelo teórico de fijación de precios.

Utilizando el modelo Black-Scholes, encontramos que la volatilidad implícita de la opción de venta de 80 es del 24,68%. Con esta volatilidad implícita, la theta de la opción es -0,0046, ligeramente superior (en valor absoluto) al interés diario. Si ejercemos la opción de compra 80 hoy en lugar de mañana, ganaremos 0,0044 en interés, pero perderemos 0,0046 en valor de volatilidad. Dado que perderemos más de lo que ganaremos, la opción no es una candidata a ejercicio anticipado inmediato.

¿Cuándo debemos ejercer la opción de compra 80? Suponiendo que se cumplan los criterios de ejercicio anticipado durante toda la vida de la opción, queremos ejercerla cuando el valor diario de volatilidad sea inferior al interés diario. En nuestro ejemplo, ejercer cuando la theta de la opción sea inferior a 0,0044. Utilizando el modelo Black-Scholes, podemos estimar que esto ocurrirá dentro de cuatro días, momento en el que

la theta de la opción de venta de 80 será -0,0043 ⁽⁴⁾

No ejercer una opción para conservar el valor de theta puede parecer contradictorio. Si no ejercemos la opción de compra 80 y el precio del contrato de futuros no se mueve, no sólo perdemos un día de intereses, sino que también perdemos un día de theta. Pero esto sólo es cierto si el precio del contrato de futuros no se mueve. Si el contrato de futuros se mueve, el hecho de que tengamos una posición gamma positiva jugará a nuestro favor. Si el movimiento es lo suficientemente grande, preferiremos mantener la posición en opciones en lugar de una posición en futuros. En un caso extremo, si el contrato de futuros cayera por debajo de 80 preferiríamos claramente la posición en opciones debido al valor de protección que ofrece la opción de compra de 80. ¿Qué probabilidad hay de que el precio de los futuros se mueva lo suficiente durante el día siguiente como para justificar mantener la opción de compra de 80 en lugar de ejercerla? Este es el valor de un día de volatilidad, la theta de la opción de venta de 80.

Para una opción americana que podría ser candidata a un ejercicio anticipado, hemos considerado dos opciones: mantener la opción o ejercerla. También existe una tercera opción: vender la opción y sustituirla por una posición en el contrato subyacente. El resultado es equivalente al ejercicio de la opción porque ambas estrategias

dar lugar a la sustitución de la posición de opción por una posición subyacente.

¿Cuándo tiene sentido vender una opción en lugar de ejercerla? Cuando decidimos ejercer una opción americana antes de su vencimiento, hemos llegado, en efecto, a la conclusión de que el valor de la opción es igual a su valor intrínseco. Si el precio de la opción en el mercado es exactamente el valor intrínseco, no hay diferencia entre ejercer la opción o vender la opción y sustituirla por una posición subyacente. Si, por el contrario, la opción cotiza a un precio superior a su valor intrínseco y los costes de transacción no influyen, la mejor opción será siempre vender la opción y sustituirla por una posición en el contrato subyacente. Sin embargo, en la práctica, la venta de una opción que puede ejercerse anticipadamente no suele ser una alternativa viable. Si la opción está lo suficientemente dentro del dinero como para justificar su ejercicio anticipado, el mercado para la opción será relativamente ilíquido. En estas condiciones, es probable que el diferencial entre la oferta y la demanda sea tan amplio que cualquier venta tendrá que realizarse casi con toda seguridad a un precio que no supere el valor intrínseco.

Valor protector y ejercicio precoz

Cuando ejercemos una opción antes de su vencimiento, estamos renunciando al valor de protección que ofrece el precio de ejercicio de la opción. Si el precio del contrato subyacente cayera por encima del precio de ejercicio en el caso de una opción de compra o subiera por encima del precio de ejercicio en el caso de una opción de venta, siempre preferiríamos la posición de la opción a una posición subyacente. Para comprender mejor las consecuencias de renunciar a este valor de protección, volvamos a un ejemplo anterior de opción sobre acciones, pero con el dividendo pagadero mañana:

Precio de las acciones= 100

Plazo de vencimiento = 1 mes Tipo de

interés = 6,00 por ciento Dividendo =

0,75, pagadero mañana

Si la opción de venta de 90 cotiza a 0,20, sabemos que la opción de compra de 90 es candidata a un ejercicio anticipado inmediato porque

$$\text{Valor del dividendo} > \text{Valor de la volatilidad} + \text{Valor del interés} \quad .75 > 0,20 + .45 = .65$$

Si ejercemos la opción de compra a 90, el resultado es que no tendremos ninguna posición en la opción,

pero tendremos una posición larga en la acción subyacente. Es la misma posición que tendríamos si hubiéramos vendido la opción y comprado la acción. Sin embargo, si vendemos una opción de compra y compramos el subyacente, esto equivale sintéticamente a vender una opción de venta. En cierto sentido, ejercer la opción de compra de 90 es lo mismo que vender la opción de venta de 90. ¿Por qué nos arrepentiremos de haber vendido la opción de venta a 90? Tanto si vendemos la opción de venta a 90 como si ejercemos la opción de compra a 90 anticipadamente, en ambos, nos arrepentiremos de nuestra elección si el precio de la acción está por debajo de 90 al vencimiento.

Si ejercer la opción de compra de 90 es lo mismo que vender la opción de venta de 90, podríamos preguntarnos, si ejercemos la opción de compra de 90, ¿a qué precio estamos vendiendo la opción de venta de 90? Porque

$$.75 > 0.20 + 0.45 = 0.65$$

podemos ver que ganaremos 0,10 al ejercer la opción de compra de 90. Esto significa que hemos vendido la opción de venta de 90 a un precio 0,10 mejor que su precio de mercado de 0,20. Por lo tanto, ejercer la opción de compra de 90 equivale a vender la opción de venta de 90 a un precio de 0,30. Por lo tanto, ejercer la opción de compra de 90 equivale a vender la opción de venta de 90 a un precio de 0,30.

¿Cómo puede protegerse de la posibilidad de que el contrato subyacente supere el precio de ejercicio un operador que considere indicado el ejercicio anticipado? La solución es sencilla: al mismo tiempo que ejerce una opción, puede comprar la opción out-of-the-money compañera. En nuestro ejemplo, si el operador ejerce la opción de compra de 90 y al mismo tiempo compra la opción de venta de 90 a un precio de 0,20, tendrá la misma protección que ofrece la opción de compra de 90, pero a un coste 0,10 inferior. Si el operador decide comprar la opción de venta de 90 es una decisión que tendrá que tomar basándose en su evaluación de las condiciones del mercado. Si el operador cree que la volatilidad implícita es baja, un precio de 0,20 le parecerá barato y debería estar contento de comprar la opción de venta de 90. Si la volatilidad implícita es alta, la opción de venta de 90 le parecerá barata. Si la volatilidad implícita es alta, un precio de 0,20 le parecerá caro y buscará otra forma de controlar el riesgo a la baja.

Fijación del precio de las opciones americanas

Hasta ahora nos hemos centrado en por qué y cuándo puede ejercerse una opción americana antes de su vencimiento. Pero también queremos considerar cuestión del precio. ¿Cuánto vale una opción americana? A menos que los tipos de interés sean 0 y no haya consideraciones de dividendos, una opción americana siempre debería valer más que una opción europea equivalente. ¿Pero cuánto más?

El modelo Black-Scholes no intenta evaluar las opciones americanas porque es un modelo europeo de fijación de precios. Cuando se abrió el Chicago Board Options Exchange en 1973, las primeras opciones sobre acciones cotizadas eran americanas. A pesar de ello, los operadores siguieron utilizando el modelo Black-Scholes durante varios años porque no existía ningún modelo igual de sencillo para las opciones americanas. Los operadores aproximarse a los valores americanos realizando ajustes en los valores generados por Black-Scholes.

Por ejemplo, cuando se espera que una acción pague un dividendo, el valor de una opción de compra americana puede aproximarse comparando el valor Black-Scholes de la opción de compra en dos circunstancias:

1. La opción de compra vence el día antes de que la acción deje de pagar dividendos.
2. La opción de compra vence en su fecha habitual, pero el precio de la acción subyacente utilizado para evaluar la opción de compra es el precio actual menos el dividendo previsto.

El valor que sea mayor es el valor de la llamada *pseudoamericana*.

En el caso de las opciones sobre futuros o las opciones de venta sobre acciones, los operadores utilizaban los valores generados por Black-Scholes, pero elevaban cualquier opción con un valor teórico inferior a la paridad a la paridad exacta. Lamentablemente, ninguno de estos métodos daba como resultado un valor realmente exacto para una opción americana.

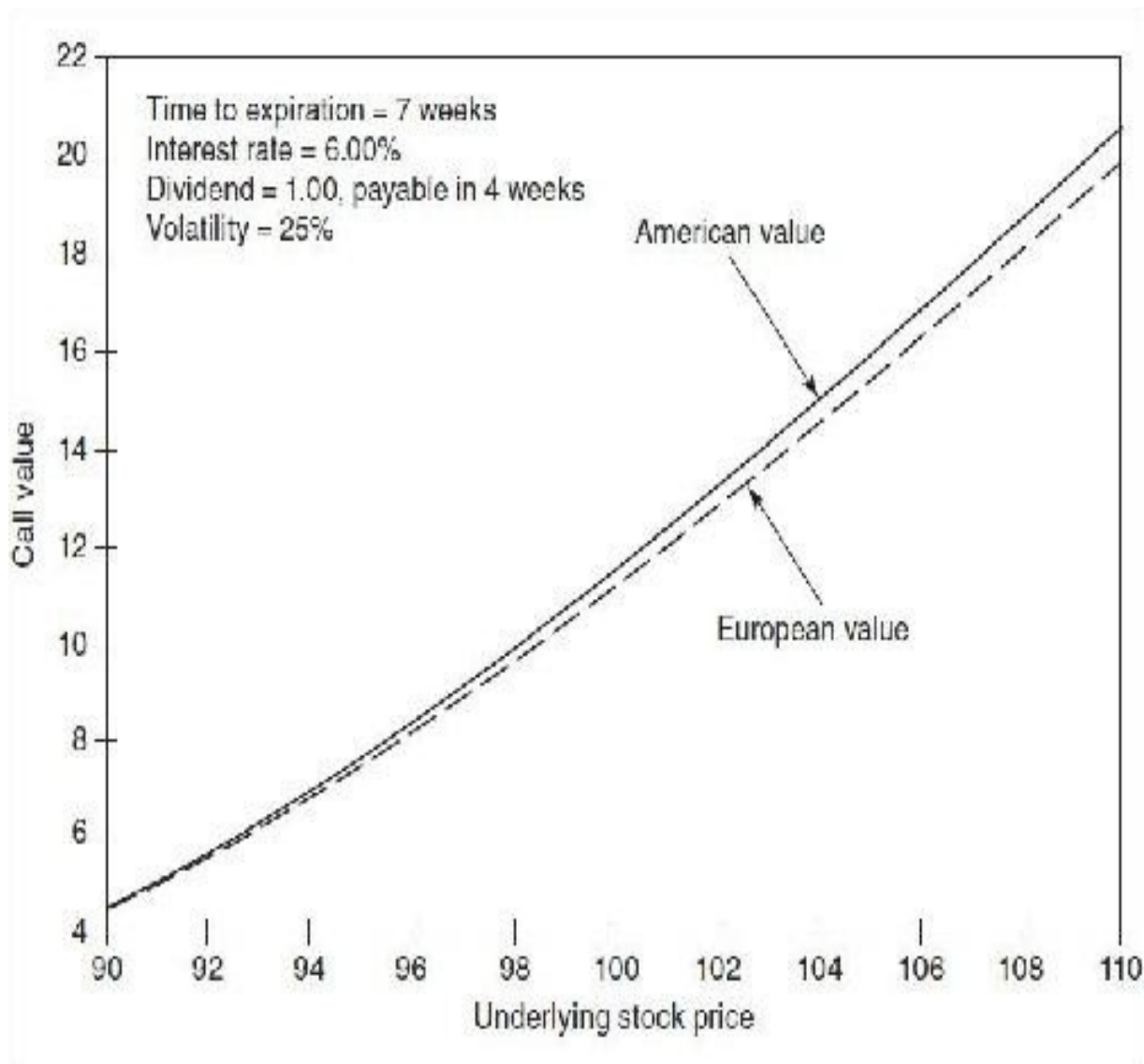
El primer modelo ampliamente utilizado para evaluar las opciones americanas fue introducido en 1979 por John Cox, del Instituto Tecnológico de Massachusetts, Stephen Ross, de la Universidad de Yale, y Mark Rubinstein, de la Universidad de California en Berkeley.⁵A diferencia del modelo Black-Scholes, que es de forma cerrada y por lo tanto devuelve un único valor de opción, *el modelo de Cox-Ross-Rubinstein, o binomial*, es un algoritmo o . Cuantas más veces pase el modelo por el , más se acercará al valor real de una opción americana. El modelo Cox-Ross-Rubinstein es relativamente fácil de entender, tanto intuitiva como matemáticamente, y es el método más común por el que se introduce a los estudiantes en la teoría de la valoración de opciones. (Examinaremos más detenidamente la valoración binomial de opciones en el [Capítulo 19](#).) Sin embargo, en términos de cálculo, el modelo puede requerir numerosas pasadas por el bucle para generar un valor aceptable. En un esfuerzo por reducir el tiempo de cálculo requerido por el modelo Cox-Ross-Rubinstein, en 1987, Giovanni Barone-Adesi de la Universidad de Alberta y Robert Whaley de Duke University introdujo un modelo alternativo para valorar las opciones americanas.⁶Aunque *el modelo Barone-Adesi-Whaley, o cuadrático*, es más complejo

matemáticamente, converge a un valor aceptable para las opciones americanas mucho más rápidamente que el modelo Cox-Ross-Rubinstein. El modelo Barone-Adesi-Whaley tiene la limitación de tratar todos los flujos de caja como si fueran pagos de intereses que se acumulan a un tipo constante. Sin embargo, los dividendos se pagan de una sola vez y, por este motivo, el modelo de Cox-Ross-Rubinstein se utiliza más a menudo para evaluar opciones sobre acciones que pagan dividendos.

Además de generar valores para las opciones americanas, tanto el modelo de Cox-Ross-Rubinstein como el de Barone-Adesi-Whaley especifican cuándo es óptimo el ejercicio anticipado de una opción americana. Aunque hemos sido algo subjetivos en este punto en nuestra discusión anterior, utilizando un verdadero modelo de fijación de precios americano, una opción se ejerce anticipadamente de forma óptima cuando su valor teórico es exactamente a la paridad y su delta es exactamente 100.

El grado de diferencia entre los valores de las opciones americanas y europeas depende de muchos factores, como el tiempo hasta el vencimiento, la volatilidad, los tipos de interés y, en el caso de las opciones sobre acciones, el importe del dividendo. La probabilidad de ejercicio anticipado aumentará, y con ella la diferencia entre los valores americano y europeo, a medida que la opción se encuentre más dentro del dinero. Podemos ver esto en [la Figura 16-8](#), el valor de una opción de compra de 90 sobre acciones donde

Figura 16-8 Valor teórico de una llamada 90.

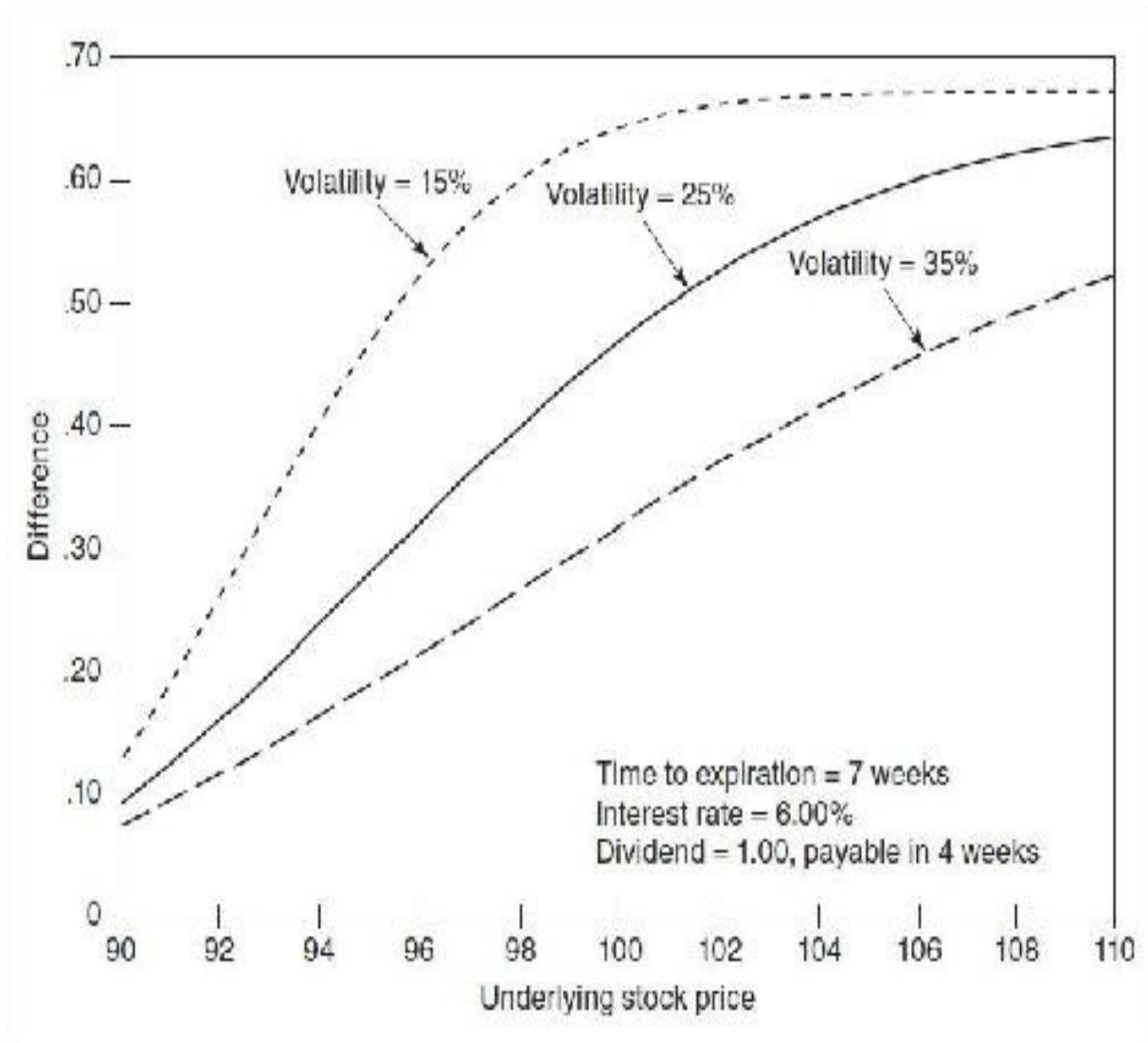


Plazo de vencimiento = 7 semanas Tipo
de interés= 6,00 por ciento Dividendo =
1,00, pagadero en 4 semanas Volatilidad
= 25 por ciento

A medida que el precio de la acción subyacente sube de 90 a 110, la opción de compra pasa de out of the money, con una probabilidad muy pequeña de ejercicio anticipado, a in the money, con una probabilidad muy alta. [La Figura 16-9](#) muestra la diferencia neta de valores no sólo con una volatilidad del 25%, sino también con volatilidades del 15% y del 35%. Con una volatilidad más alta, la diferencia de valores es menor porque es menos probable que la opción de compra americana se ejerza anticipadamente. Con una volatilidad más baja, la diferencia es mayor porque es más probable que la opción de compra se ejerza anticipadamente. En todos los casos, a medida que la opción

va más al dinero, la diferencia se acerca a 0,67, el importe del dividendo menos el coste de los intereses de comprar la acción a 90 el día anterior al pago del dividendo y llevar la posición hasta el vencimiento

Figura 16-9 Diferencia entre el valor teórico de una llamada americana y europea de 90 (valor americano menos valor europeo).



$$1,00 - (90 \times 0,06 \times 22/365) \approx 0,67$$

Consideremos ahora el valor de una opción de venta a 110 en las mismas condiciones. Al igual que en el caso de la opción de compra, cuanto mayor sea el valor de la opción de venta, mayor será la diferencia entre el valor americano y el valor europeo. Esto puede verse en [la Figura 16-10](#). En [la Figura 16-11](#) se muestra la diferencia neta en tres supuestos de volatilidad. A mayor , la diferencia de valores es menor porque la

Es menos probable que la opción de venta americana se ejerza anticipadamente. A menor volatilidad, la diferencia es mayor porque es más probable que la opción de venta se ejerza anticipadamente. En todos los casos, a medida que la opción entra más en el dinero, la diferencia se aproxima a 0,38, la cantidad de interés que puede devengarse sobre el precio de ejercicio durante las tres semanas que quedan hasta el vencimiento tras el pago del dividendo.

Figura 16-10 Valor teórico de una opción de venta de 110.

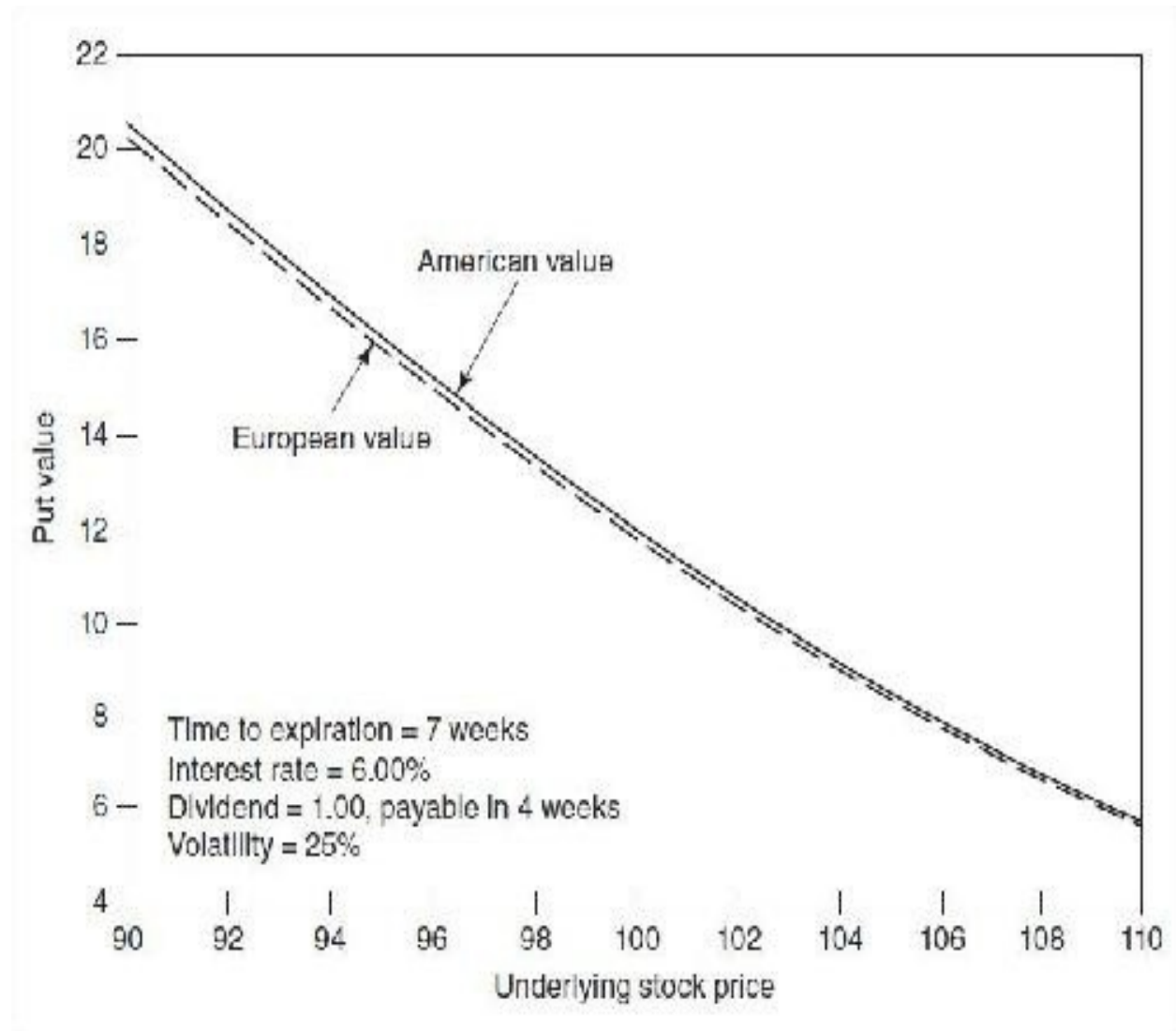
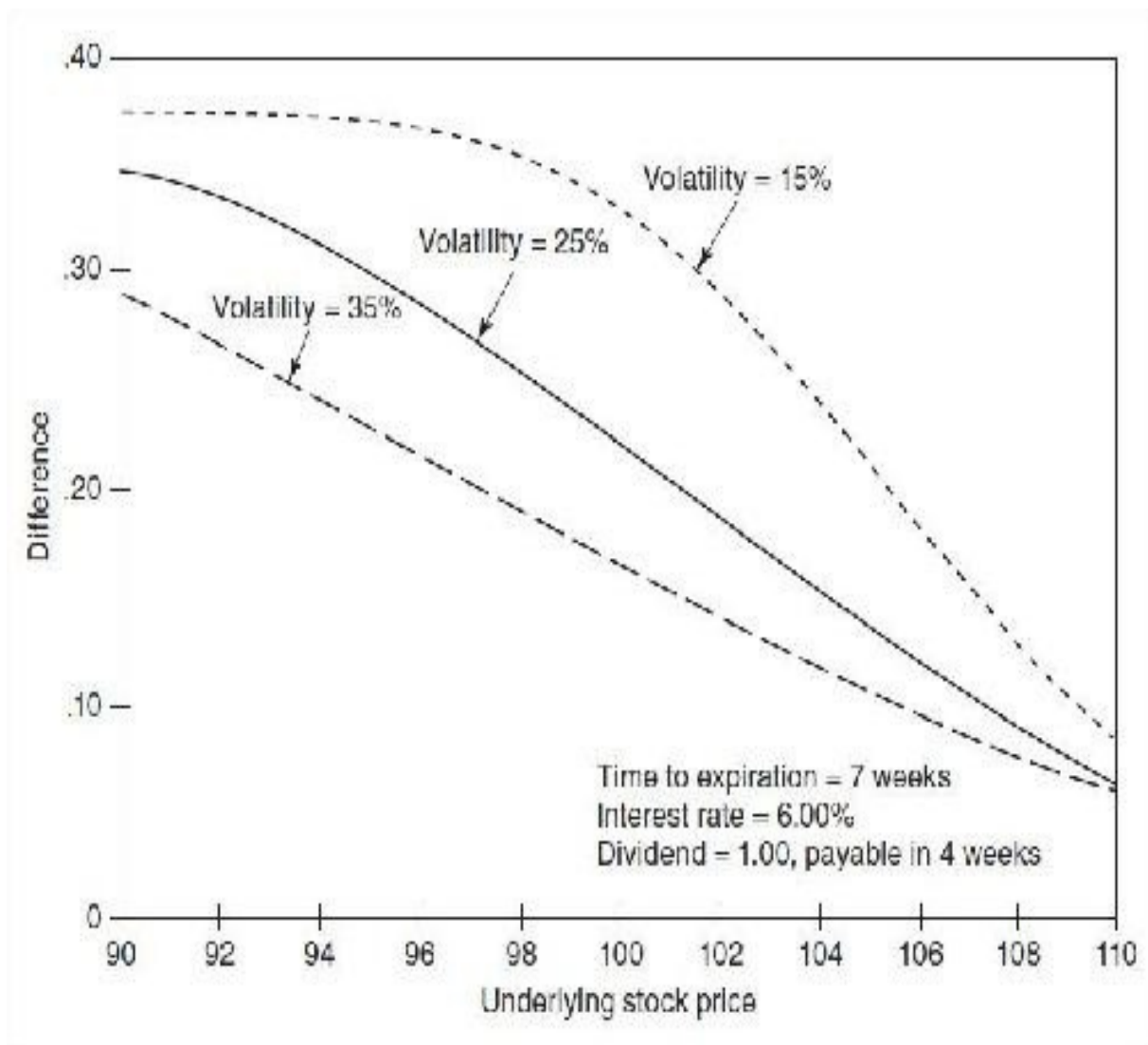


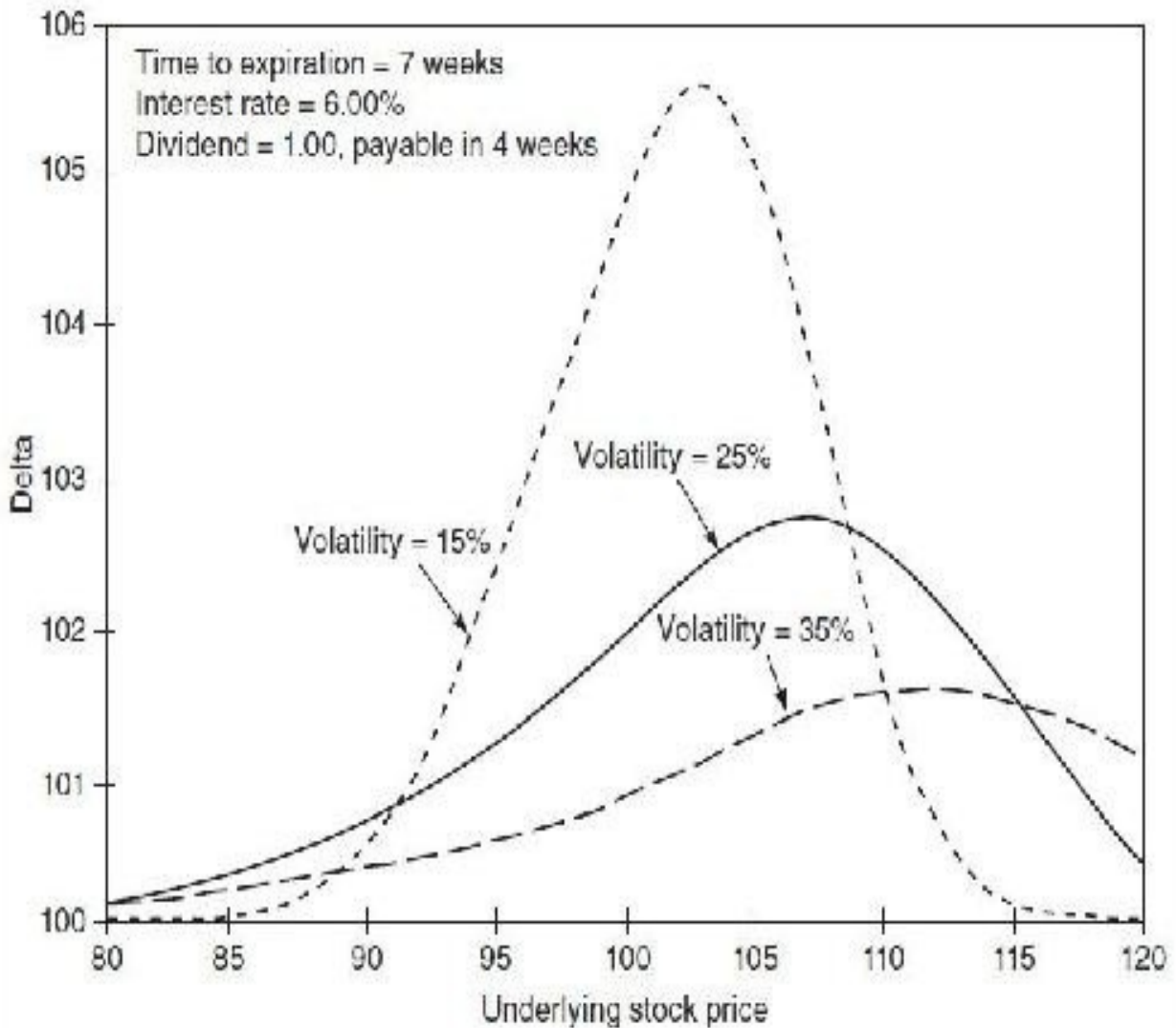
Figura 16-11 Diferencia entre el valor teórico de una opción de venta americana y europea de 110 (valor americano menos valor europeo).



$$110 \times 0,06 \times 21/365 \approx 0,38$$

En nuestro análisis de las opciones sintéticas, observamos que, en el caso de las opciones sobre acciones europeas, los valores delta de una opción de compra y una opción de venta con el mismo precio de ejercicio y la misma fecha de vencimiento siempre suman 100. Sin embargo, en el caso de las opciones americanas, los valores delta pueden sumar más de 100. Sin embargo, en el caso de las opciones americanas, las deltas pueden sumar más de 100. Esto se debe a que la delta de una opción de compra dentro del precio de ejercicio y de una opción de venta con la misma fecha de vencimiento siempre suma 100. Esto se debe a que el delta de una opción americana in-the-money llega a 100 más rápidamente que el de una opción europea equivalente. Al mismo tiempo, la opción compañera out-of-the-money sigue conservando cierto valor delta. En consecuencia, calculamos la delta del subyacente sintético (opción de compra larga y opción de venta corta) sumando la delta de la opción de compra americana y restando la delta de la opción de venta americana, observamos que las deltas suman más de 100. La Figura 16-12 muestra la delta de la opción americana dentro del dinero (in-the-money) y la delta de la opción europea (out-of-the-money). [En la figura 16-12](#) se muestran los valores de la delta americana del 100 sintético en las mismas condiciones que en nuestro ejemplo anterior:

Figura 16-12 Delta de la 100 sintética (100 call delta - 100 put delta) si todas las opciones son americanas.



Plazo de vencimiento = 7 semanas Tipo
de interés= 6,00 por ciento Dividendo =
1,00, pagadero en 4 semanas Volatilidad
= 25 por ciento

Una mayor volatilidad tiende a reducir las diferencias entre las opciones americanas y europeas, por lo que el delta de la sintética se mantendrá más próximo a 100.

Dado que los valores delta se ven afectados por la probabilidad de ejercicio anticipado, las estrategias de arbitraje como las conversiones e inversiones, las cajas y los rollos, que

puede ser delta neutral si todas las opciones son europeas, puede no serlo si las opciones son americanas. Aunque estas estrategias pueden desviarse de delta neutral sólo en una pequeña cantidad, el hecho de que a menudo se realicen en tamaños grandes puede dar lugar a un riesgo adicional que un operador no debe ignorar.

Es necesario un modelo de fijación de precios americano para evaluar las opciones americanas individuales, pero todavía puede ser posible estimar el valor de algunas estrategias sin el uso de un modelo de fijación de precios. Por ejemplo, supongamos que sabemos lo siguiente:

Plazo de vencimiento = 24 días Tipo de
interés = 6,00 por ciento Dividendo =
0,60, pagadero en 9 días

¿Cuál debería ser el valor de una caja 100/110 si todas las opciones son americanas? Para responder a esta pregunta, podemos evaluar primero una caja europea equivalente. A continuación, podemos ajustar el valor de la caja en función de las opciones que puedan ejercerse anticipadamente.

El valor de la caja europea es simplemente el valor actual del importe entre los precios de ejercicio

$$\frac{110 - 100}{1 + 0.06 \times 24/265} \approx 9.96$$

Ahora podemos considerar las distintas posibilidades de ejercicio temprano:

Caso 1: Tanto la opción de venta 100 como la 110 se ejercen anticipadamente. Las opciones de venta se ejercerán el día en que se pague el dividendo. El valor de la caja aumentará con los intereses devengados por 10,00 durante 15 días.

$$9,96 + (10 \times 0,06 \times 15/365) = 9,96 + 0,025 = 9,985$$

Caso 2: Tanto la opción de compra 100 como la 110 se ejercen anticipadamente. Las opciones de compra se ejercerán el día anterior al pago del dividendo. El valor de la caja aumentará con los intereses devengados por 10,00 durante 16 días.

$$9,96 + (10 \times 0,06 \times 16/365) = 9,96 + 0,026 = 9,986$$

Caso 3: Sólo se ejerce anticipadamente la opción de venta 110. El valor de la caja aumentará en los intereses devengados por la 110 durante 15 días

$$9,96 + (110 \times 0,06 \times 15/365) = 9,96 + 0,271 = 10,231$$

Caso 4: Sólo se ejerce anticipadamente la opción de compra de 100. El valor de la caja aumentará por el importe del dividendo menos el coste de los intereses de 100 durante 16 días

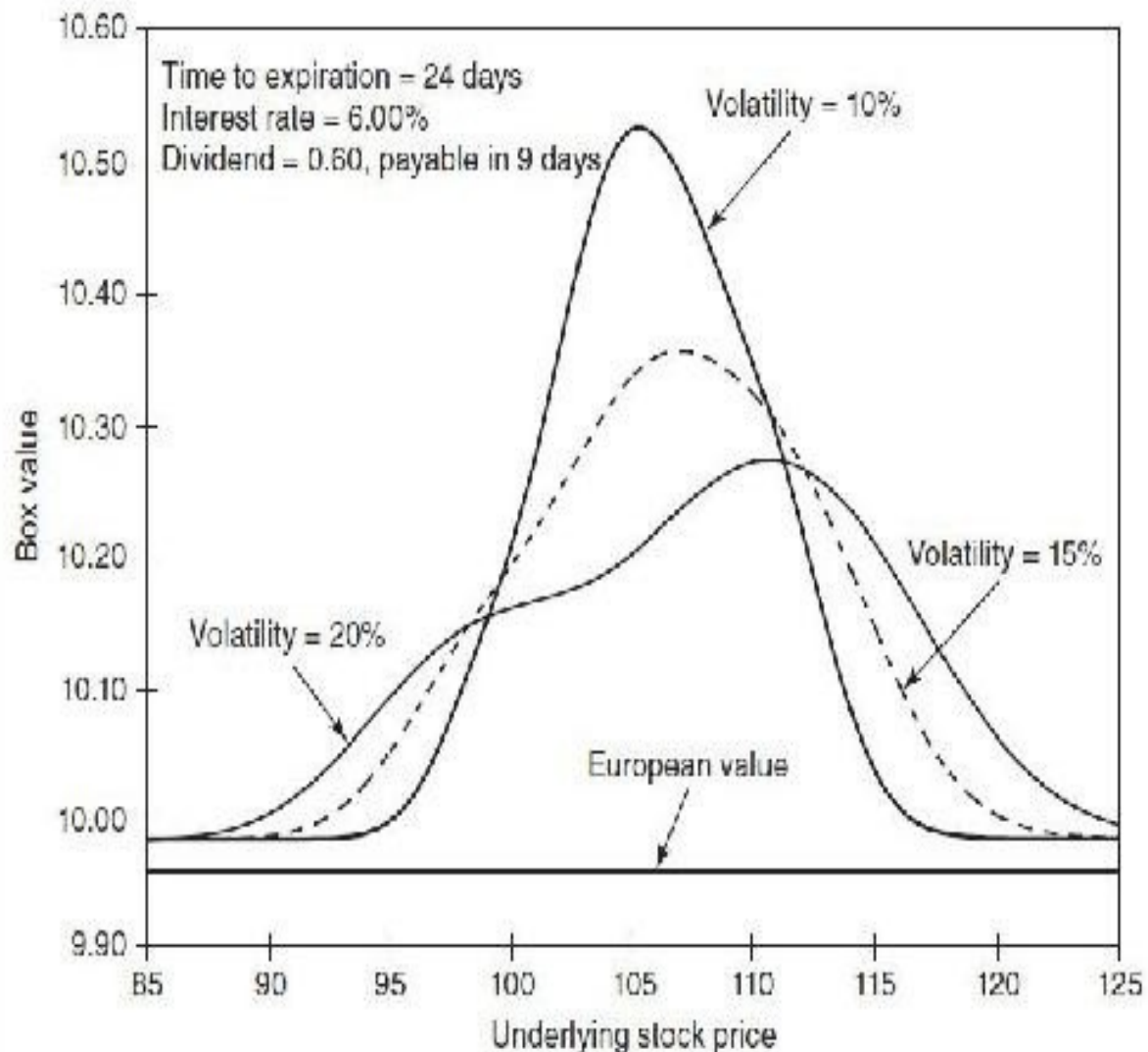
$$9,96 + 0,60 - (100 \times 0,06 \times 16/365) = 9,96 + 0,60 - 0,263 = 10,297$$

Caso 5: Tanto la opción de compra 100 como la de venta 110 se ejercen anticipadamente. El valor de la caja aumentará por el importe del dividendo más los intereses devengados por la 110 durante 15 días menos el coste de los intereses de la 100 durante 16 días

$$9,96 + 0,60 + (110 \times 0,06 \times 15/365) - (100 \times 0,06 \times 16/365) = 9,96 + 0, + 0,271 - 0,263 = 10,568$$

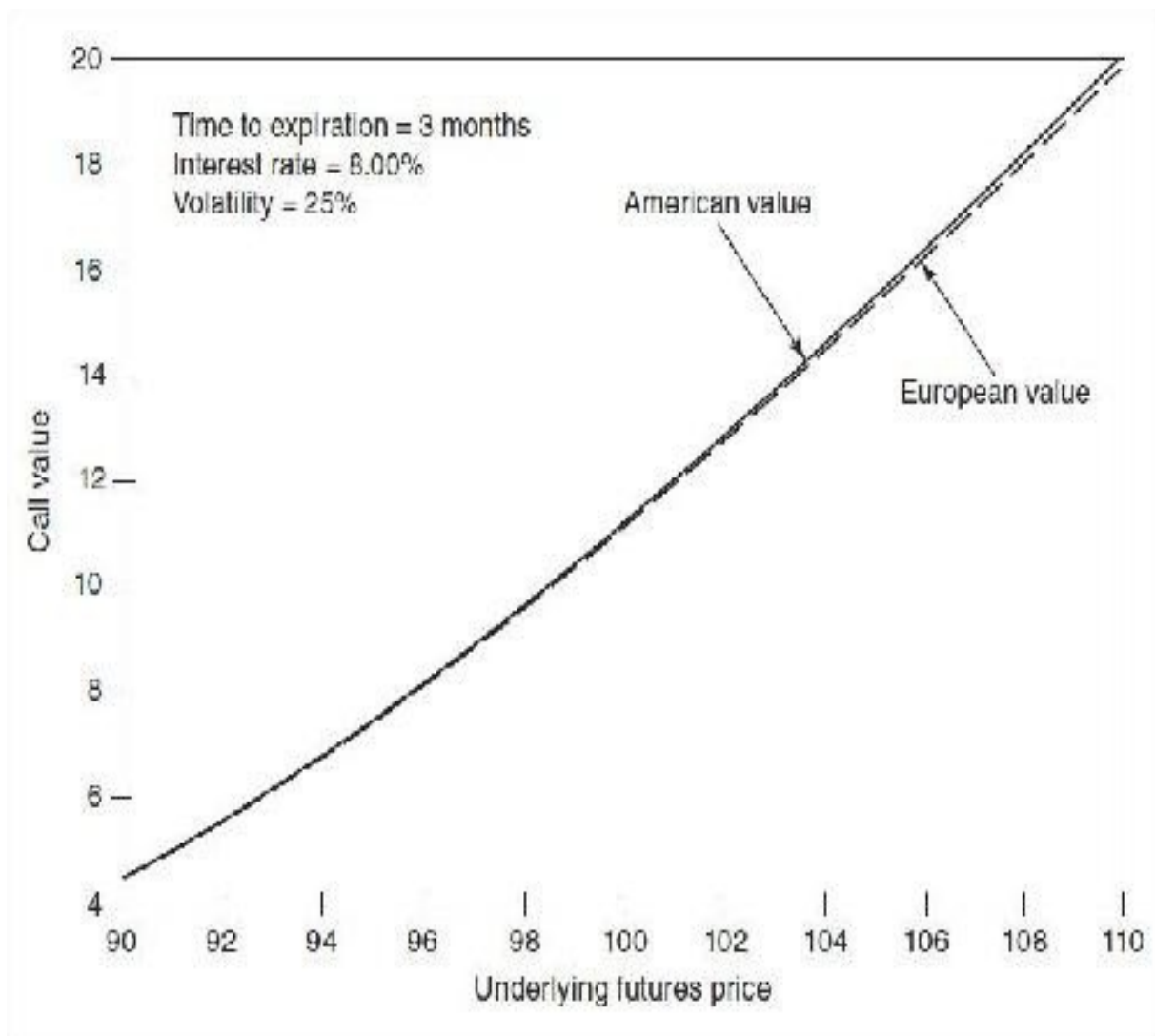
A precios muy bajos, en los que ambas opciones de venta son candidatas a ser ejercidas anticipadamente, y a precios muy altos, en los que ambas opciones de compra son candidatas a ser ejercidas anticipadamente, la casilla tendrá un valor cercano a 9,99. Si una de las opciones, la opción de compra 100 o la opción de venta 110, es candidata al ejercicio anticipado, el valor de la casilla se situará entre 10,23 y 10,30. Por último, la casilla tendrá un valor máximo de aproximadamente 10,57 si tanto la opción de compra 100 como la de venta 110 son candidatas al ejercicio anticipado. Esto ocurrirá si ambas opciones están dentro del dinero, muy probablemente con el precio de la acción cerca de 105. La volatilidad también debe ser baja. La volatilidad también debe ser baja porque, en un mercado de alta volatilidad, nadie renunciar al valor de volatilidad de una opción ejerciéndola anticipadamente. En [la Figura 16-13](#) se muestra el valor de la caja 100/110 a diferentes precios de las acciones y bajo tres supuestos de volatilidad diferentes.

Figura 16-13 Valor de una casilla 100/110 si todas las opciones son americanas.



La diferencia entre los valores europeos y americanos suele ser mayor en el caso de las opciones sobre acciones que pagan dividendos. Pero incluso opciones sobre futuros, si están sujetas a una liquidación de tipo bursátil, tienen algún valor adicional de ejercicio anticipado. Podemos ver esto en [la Figura 16-14](#), el valor de una opción de compra a 90 sobre un contrato de futuros, donde

Figura 16-14 Valor teórico de una opción de compra a 90 sobre un contrato de futuros en el que la opción está sujeta a una liquidación de tipo bursátil.

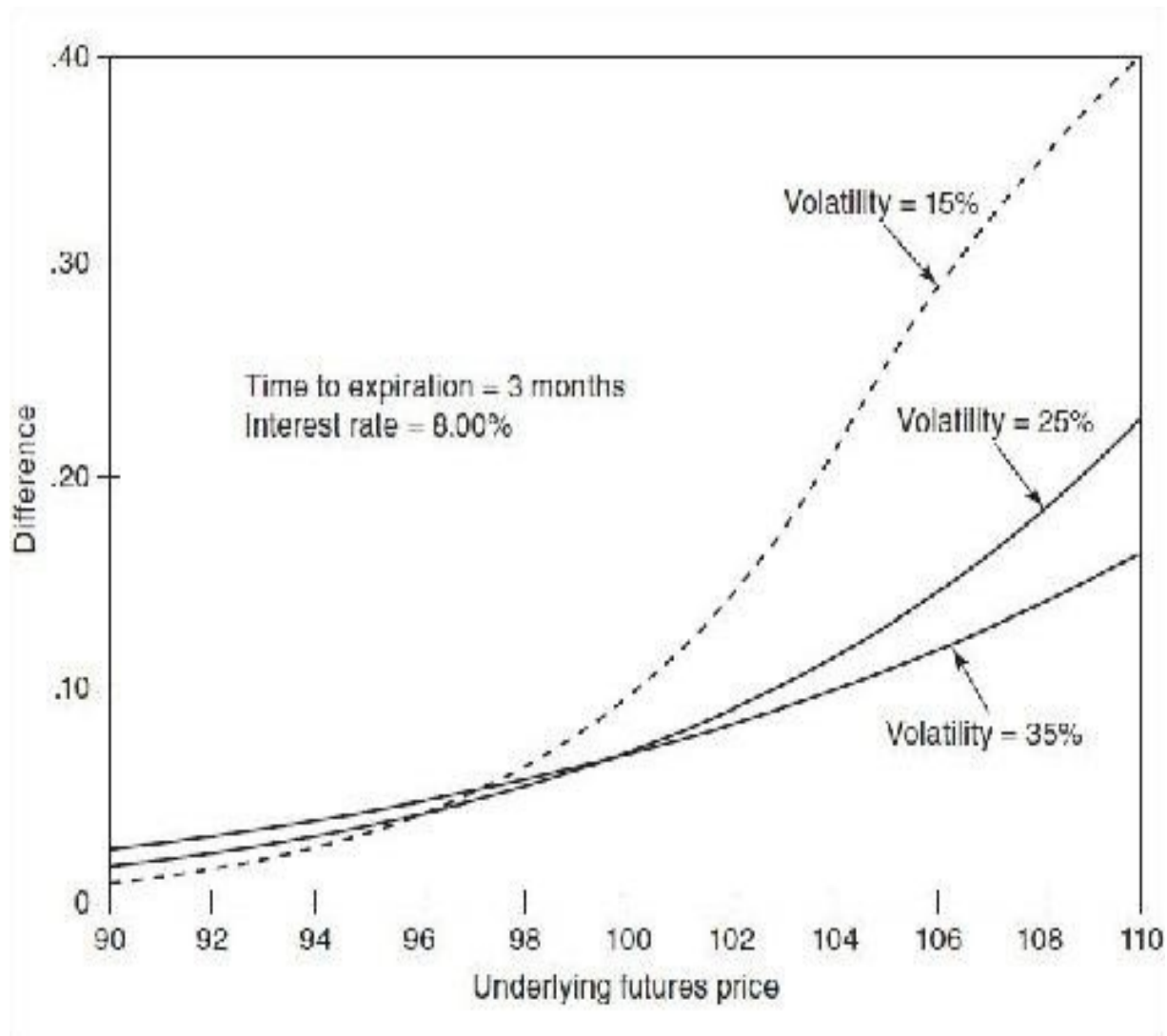


Plazo de vencimiento = 3 meses Tipo
de interés = 8,00 por ciento Volatilidad
= 25 por ciento

En [la Figura 16-15](#) se muestra la diferencia entre los valores de las opciones europeas y americanas. A diferencia de las opciones sobre acciones, en las que existe una diferencia máxima, la diferencia de las opciones sobre futuros sigue aumentando a medida que la opción se adentra más en el dinero. Esto se debe a que el valor de ejercicio anticipado depende del interés que se pueda ganar sobre el valor intrínseco de la opción. Y cuanto más dentro del dinero, mayor es el valor intrínseco. En nuestro ejemplo, con el contrato de futuros subyacente cotizando a 110, el valor de ejercicio anticipado adicional para la opción de compra a 90 se aproximará al interés que puede obtenerse sobre el valor intrínseco

Figura 16-15 Diferencia entre el valor teórico de una opción de compra americana y europea a 90 sobre un futuro

contrato en el que las opciones están sujetas a una liquidación de tipo bursátil (valor americano - valor europeo).



$$(110 - 90) \times 0,08 \times 3/12 = 0,40$$

Independientemente del modelo que elija el operador, la exactitud de los valores generados por el modelo dependerá al menos tanto de los datos introducidos en el modelo como de la exactitud teórica del propio modelo. Si un operador evalúa una opción americana utilizando una volatilidad incorrecta, un tipo de interés incorrecto o un precio subyacente incorrecto, es probable que el hecho de que obtenga sus valores de un modelo americano en lugar de uno europeo no suponga una gran diferencia. Ambos modelos generarán valores incorrectos porque las entradas son incorrectas. El modelo americano puede producir menos errores, pero eso será un pequeño consuelo si las entradas incorrectas conducen a una gran pérdida comercial.

La importancia del ejercicio precoz es mayor cuando existe una

diferencia entre el coste de mantener una posición en una opción y el coste de mantener una posición en el contrato subyacente. Esta diferencia puede ser relativamente grande en el mercado de opciones sobre acciones, donde el desembolso en efectivo necesario para comprar acciones es mucho mayor que el desembolso en efectivo necesario para comprar opciones. Además, las consideraciones sobre dividendos también afectarán al coste de mantener una posición en acciones en comparación con el coste de mantener una posición en opciones. Por lo general, un operador en un mercado de opciones sobre acciones considerará que la precisión adicional que ofrece un modelo americano merece la pena.

En los mercados de opciones sobre futuros, en los que las opciones están sujetas a una liquidación de tipo futuro, no hay coste de carry asociado ni a las opciones ni al contrato de futuros subyacente. En este caso, bastará con un modelo europeo de fijación de precios porque no hay diferencia entre los valores de las opciones europeas y americanas. Incluso si las opciones sobre futuros están sujetas a una liquidación de tipo bursátil, existe un coste relativamente pequeño asociado al mantenimiento de una posición en opciones, ya que el precio de la opción es pequeño en comparación con el precio del contrato de futuros subyacente. Por lo tanto, el valor adicional del ejercicio anticipado es pequeño y es probable que sólo se tenga en cuenta en el caso de opciones muy in-the-money. Las consideraciones prácticas, como la exactitud de la estimación de la volatilidad del operador, su capacidad para anticipar las tendencias direccionales del mercado subyacente y su capacidad para controlar el riesgo mediante estrategias de diversificación eficaces, compensarán con creces cualquier pequeña diferencia entre el precio de la opción y el precio del contrato de futuros. ventaja obtenida al utilizar un modelo estadounidense en lugar de uno europeo ⁽⁷⁾

Estrategias de ejercicio temprano

El ejercicio anticipado de una opción es un derecho más que una obligación, y hay estrategias que dependen de que alguien cometa un error y no ejerza una opción anticipadamente cuando debería ejercerla. Por ejemplo, considere esta situación:

Precio de las acciones= 98,75

Tiempo hasta vencimiento = 5 días

Dividendo = 1,00, pagadero mañana

Supongamos que existe una opción de compra a 90 que es americana y que debería ejercerse hoy para no perder el dividendo de 1,00. Si esto es cierto, la opción debería valer aproximadamente la paridad, es decir, 8,75. Supongamos que un operador puede vender una opción de compra de 90 por 8,75 y, al mismo tiempo, comprar 100 acciones por 98,75. Como la opción de compra es americana y debe ejercerse hoy para no perder el dividendo de 1,00, la opción debería valer aproximadamente lo mismo. Dado que la

Si hoy se ejerce la opción de compra a 90, es probable que se asigne al operador, lo que le obligará a vender las acciones a 90. Si esto ocurre, sin contar los costes de transacción, el operador saldrá ganando. Si esto ocurre, excluyendo los costes de transacción, el operador obtendrá beneficios:

Sell the 90 call	+8.75
Buy stock	-98.75
On assignment, sell stock at 90	<u>+90.00</u>
	0

Pero supongamos que el operador no tiene asignada la opción de compra a 90. Si la acción abre sin cambios, su nuevo precio será 97,75 (el precio de 98,75 menos el dividendo de 1,00). Dado que la opción de compra se negocia a la par, abrirá a 7,75 aproximadamente. El operador registrará una pérdida de 1,00 en la acción y un beneficio de 1,00 en la opción de compra a 90. Pero el operador, al ser propietario de la opción de compra a 90, no tendrá ningún beneficio. Pero el operador, al ser propietario de las acciones, también recibirá el dividendo. Excluyendo los costes de transacción, el beneficio de toda la posición será igual al dividendo de 1,00.

En un *juego de dividendos*, a medida que se acerca el día ex-dividendo, un operador tratará de vender opciones de compra muy dentro del dinero y, simultáneamente, comprar una cantidad igual de acciones. Si el operador tiene asignadas las opciones de compra, como debería ser, básicamente no tendrá pérdidas. Pero si no se le asigna, obtendrá un beneficio aproximadamente igual al importe del dividendo. ¿Cuál es la probabilidad de que el operador sea asignado? Dado que la asignación en la mayoría de las opciones negociadas en bolsa es aleatoria, un factor determinante es la cantidad de interés abierto en la opción de compra que se vendió. Cuanto mayor sea el número de opciones de compra en circulación, menor será la probabilidad de asignación. Un segundo factor determinante es la sofisticación relativa del mercado, es decir, si la mayoría de los participantes en el mercado están familiarizados con los criterios de ejercicio anticipado. Los juegos de dividendos eran mucho más comunes en los primeros tiempos de la negociación de opciones, cuando el mercado era menos sofisticado y muchas opciones que deberían haberse ejercido no lo fueron. A medida que los mercados se han vuelto más eficientes, sólo un operador profesional con costes de transacción muy bajos intentará aprovecharse de esa posibilidad. Incluso entonces, puede encontrarse con que se le asignan la gran mayoría de las opciones de compra que ha vendido.

Un operador también podría intentar ejecutar un *juego de intereses* vendiendo acciones y vendiendo simultáneamente opciones de venta americanas muy dentro del dinero que deberían ejercerse anticipadamente. Si las opciones de venta no se ejecutan, el operador obtendrá beneficios por el importe de los intereses que pueda ganar sobre el precio de ejercicio (el producto de la venta de acciones y de la venta de opciones de venta combinadas). Este beneficio seguirá acumulándose mientras no se ejerzan las opciones de venta. Si se ejercen las opciones de venta, el operador no obtiene más que un punto de equilibrio. Una vez más, sólo un profesional, con bajos costes de transacción, es capaz de obtener beneficios.

probable que intente tal estrategia.

Si las opciones están sujetas a una liquidación de tipo bursátil, también se puede hacer una jugada de intereses en un mercado de opciones sobre futuros comprando un contrato de futuros y vendiendo simultáneamente una opción de compra "deeply in-the-money" o vendiendo un contrato de futuros y vendiendo simultáneamente una opción de venta "deeply in-the-money". Si la opción está lo suficientemente dentro del dinero, debería ejercerse anticipadamente. Pero, si la opción no se ejerce, el operador seguirá ganando intereses sobre el producto de la venta de la opción. Dado que la cantidad sobre la que el operador ganará intereses es aproximadamente el valor intrínseco (la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio de los futuros), esta estrategia no será tan rentable como una estrategia similar en el mercado de opciones sobre acciones, en la que el operador ganaría intereses sobre el precio de ejercicio. Aun así, si los costes de transacción son lo suficientemente bajos, puede merecer la pena.

En lugar de entrar en una estrategia de ejercicio anticipado vendiendo opciones y negociando el contrato subyacente, un operador también puede ejecutar la estrategia negociando diferenciales de compra o venta muy dentro del dinero. En nuestro ejemplo de juego de dividendos, el operador vendió opciones de compra de 90 y compró acciones. Supongamos que tanto la opción de compra de 85 como la de 90 deben ejercerse para evitar la pérdida del dividendo. Si esto es cierto, el diferencial de compra 85/90 debería valer 5,00, exactamente la diferencia entre los precios de ejercicio. Se podría suponer que, si se le solicita, un creador de mercado cotizará un precio de compra para este diferencial por debajo de 5,00, quizás 4,90, y un precio de venta para el diferencial por encima de 5,00, quizás 5,10. De hecho, un creador de mercado podría cotizar un precio de compra para este diferencial por encima de 5,00, quizás 5,10. De hecho, un creador de mercado podría cotizar un precio idéntico de oferta y demanda de 5,00. Esto puede parecer ilógico, pero piense en lo que ocurriría si el creador de mercado pudiera comprar o vender el diferencial a un precio de 5,00.

Si el creador de mercado compra el diferencial (es decir, compra la opción de compra de 85 y vende la opción de compra de 90), ejercerá inmediatamente la opción de compra de 85, con lo que comprará acciones. De hecho, ha entrado en el mismo juego de dividendos que describimos originalmente (es decir, opción de compra corta, acción larga). Si no se le asigna la opción de compra de 90, volverá a obtener beneficios por el importe del . Si, por el contrario, el creador de mercado vende el diferencial (es decir, vende la opción de compra 85 y compra la opción de compra 90), ejercerá inmediatamente la opción de compra 90. Ahora ha ejecutado la jugada de dividendos que describimos inicialmente (es decir, opción de compra corta, acción larga). Ahora ha ejecutado la jugada del dividendo comprando acciones y vendiendo la opción de compra de 85 acciones. Si no se le asigna la opción de compra de 85, volverá a obtener beneficios por el importe del . El creador de mercado está dispuesto a renunciar a la ventaja en el diferencial entre precio de compra y precio de venta a cambio del beneficio potencial que obtendrá si las opciones cortas no se ejercen.

Riesgo de ejercicio precoz

¿Hasta qué punto debe preocupar a un operador que una opción que ha vendido se ejerza antes de tiempo? "¿Qué ocurrirá si se me asigna de repente?" La asignación anticipada a veces puede resultar en una pérdida. Pero hay muchos factores que pueden hacer que un operador pierda dinero; el ejercicio anticipado es sólo uno de ellos. Un operador debe estar preparado para afrontar la posibilidad de un ejercicio anticipado, del mismo modo que debe estar preparado para afrontar la posibilidad de movimientos en el precio del contrato subyacente o la posibilidad de cambios en la volatilidad implícita. Los requisitos de margen establecidos por las cámaras de compensación suelen exigir que el operador mantenga fondos suficientes en su cuenta para cubrir la posibilidad de una cesión anticipada. Pero esto no siempre es así. Si el operador está corto de opciones muy in-the-money, un aviso de cesión anticipada puede provocar una compresión de efectivo. Si esto ocurre, necesitará capital suficiente para hacer frente a la situación. De lo contrario, puede verse obligado a liquidar una parte o la totalidad de la posición restante. Y las liquidaciones forzosas son invariablemente propuestas perdedoras.

A pesar del riesgo de la cesión anticipada, rara vez debería sorprender. Un operador sólo tiene que : "Si yo tuviera esta , ¿la ejercería lógicamente ahora?". Si la respuesta es afirmativa, el operador debería estar preparado para la cesión. Si la respuesta es negativa y se sigue asignando al , probablemente sea bueno para él. Significa que alguien ha abandonado por error el valor de interés o volatilidad de la opción. Cuando esto ocurra, el operador asignado descubrirá que ha recibido un regalo inesperado.

¹ Aunque la opción de venta complementaria también tiene cierto valor de interés y dividendo, estos componentes tenderán a ser pequeños. La variación de los tipos de interés o de los dividendos hará variar el precio a plazo, lo que es similar a la variación del precio subyacente. Pero la opción de venta, con su pequeña delta, será relativamente insensible a estos cambios. En consecuencia, la opción de venta out-of-the-money sólo tiene un pequeño valor para los tipos de interés y los dividendos. No existe ninguna medida de sensibilidad para los dividendos, pero podemos confirmar que la opción de venta es relativamente insensible a los cambios en los tipos de interés observando que una opción out-of-the-money tiene un valor rho pequeño en comparación con una opción in-the- .

² Es evidente que [la Figura 16-6](#) no está dibujada a escala. El punto en el que se curva el gráfico del límite inferior del arbitraje europeo parece estar a medio camino entre 90 y 100. El punto real es $X/(1 + r \times t/(1 - 0.06/12))$. El punto real es $X/(1 + r \times t) + D = 90/(1 + 0.06/12 + 0.75) = 90.30$.

³ [La Figura 16-7](#), al igual que [la Figura 16-6](#), no está dibujada a escala. El punto en el que se curva el gráfico del límite inferior del arbitraje europeo es $X/(1 + r \times t) + D = 120/(1 + 0.06/6) + 0.40 = 119.21$.

⁴ El término *fugit* se utiliza a veces para referirse al número de días que faltan para que una opción se convierta en candidata a ejercicio anticipado inmediato.

⁵ John C. Cox, Stephen A. Ross y Mark Rubinstein, "Option Pricing: A Simplified Approach", *Journal of Financial Economics* 7:229-263, 1979.

⁶ Giovanni Baron-Adesi y Robert Whaley, "Efficient Analytic Approximation of American Option Values", *Journal of Finance* 42(2):301-320, 1987.

⁷ Las consideraciones sobre el ejercicio anticipado también pueden ser importantes en un mercado de divisas si los tipos de interés asociados a la divisa nacional (la divisa en la que se liquida la opción) y a la divisa extranjera (la divisa que se entregará en caso de ejercicio) son significativamente diferentes.

Cobertura con opciones

Los futuros y las opciones se introdujeron originalmente como contratos de seguro, que permitían a los participantes en el mercado transferir de una parte a otra el riesgo de mantener una posición en el instrumento subyacente. Pero a diferencia de un contrato de futuros, que esencialmente transfiere todo el riesgo, una opción transfiere sólo parte del riesgo. En este, una opción se parece mucho más a una póliza de seguro tradicional que a un contrato de futuros.

Aunque las opciones se concibieron originalmente para funcionar como pólizas de seguro, los mercados de opciones han evolucionado hasta el punto de que, en la mayoría de los mercados, los coberturistas (los que desean proteger una posición existente) constituyen sólo una pequeña parte de los participantes en el mercado. Otros operadores, como los arbitrajistas, los especuladores y los spreaders, suelen superar en número a los verdaderos coberturistas. No obstante, los coberturistas siguen representando una fuerza importante en el mercado, y cualquier participante activo en el mercado debería conocer las estrategias que puede utilizar un coberturista para proteger una posición.

Muchos coberturistas llegan al mercado como *largos* o *cortos naturales*. En el transcurso de su actividad empresarial normal, se beneficiarán de la subida o la bajada del precio de algún instrumento subyacente. El productor de una materia prima es un largo natural; si el precio de la materia prima sube, el productor recibirá más cuando venda en el mercado. El usuario de una mercancía es un vendedor natural; si el precio de la mercancía baja, el usuario tendrá que pagar menos por ella cuando la compre en el mercado. Del mismo modo, los prestamistas y los prestatarios son largos y cortos naturales en términos de tipos de interés. Una subida de los tipos de interés ayudará a los prestamistas y perjudicará a los prestatarios. Una bajada de los tipos de interés tendrá el efecto contrario.

Otros coberturistas potenciales acuden al mercado porque han decidido voluntariamente adoptar una posición larga o corta y ahora desean deshacerse de parte o de todo el riesgo de esa posición. Un especulador en una materia prima puede haber tomado una posición larga o corta, pero desea reducir temporalmente el riesgo asociado a una posición larga o corta. Un gestor de fondos puede tener una cartera de acciones, pero cree que el valor de la cartera puede bajar a corto plazo. En tal caso

puede resultar menos costoso cubrir temporalmente las acciones con opciones o futuros que vender las acciones y volver a comprarlas más adelante.

Como ocurre con los seguros, la cobertura tiene un coste. El coste puede ser inmediatamente evidente en forma de desembolso de efectivo. Pero el coste también puede ser más sutil, ya sea en términos de pérdida de oportunidades de beneficio o de riesgo adicional en determinadas circunstancias. Cada decisión de cobertura es un compromiso: a qué está dispuesto a renunciar el coberturista en una serie de condiciones de mercado a cambio de protección en otra serie de condiciones de mercado. Un coberturista con una posición larga que quiera proteger su posición bajista tendrá casi con toda seguridad que renunciar a algo en la parte alcista; un coberturista con una posición corta que quiera proteger su posición alcista tendrá que renunciar a algo en la parte bajista.

Opciones de compra y venta protegidas

La forma más sencilla de cubrir una posición subyacente mediante opciones es comprar una opción de venta para proteger una posición larga o una opción de compra para proteger una posición corta. En ambos casos, si el mercado se mueve de forma adversa, el coberturista queda aislado de cualquier pérdida que supere el precio de ejercicio. La diferencia entre el precio de ejercicio y el precio actual del activo subyacente es similar a la parte deducible de una póliza de seguros. El precio de la opción es similar a la prima que hay que pagar por la póliza de seguro.

Consideremos una empresa estadounidense que espera recibir en seis meses mercancías alemanas por valor de 1 millón de euros. Si el contrato exige el pago en euros en el momento de la entrega, la empresa estadounidense ha adquirido una posición corta en euros frente a Dólares estadounidenses. Si en los próximos seis meses el euro sube frente al dólar, mercancía costará más en dólares; si el euro baja, la mercancía costará menos. Si el euro cotiza actualmente a 1,35 (1,35 \$ por euro) y se mantiene así durante los próximos seis meses, el coste para la empresa estadounidense será de 1.350.000 \$. Si, por el contrario, en el momento de la entrega el euro ha subido a 1,45 (1,45 \$ por euro), el coste para la empresa americana será de 1.450.000 \$.

La empresa estadounidense puede compensar el riesgo que ha adquirido comprando una opción de compra sobre euros, por ejemplo, una opción de compra a 1,40. Para una cobertura completa, el contrato subyacente será de 1 millón de euros, y la opción tendrá una fecha de vencimiento correspondiente a la fecha en que se exige el pago. Si el valor del euro empieza a subir frente al dólar estadounidense, la empresa tendrá que pagar un precio superior al previsto cuando reciba la mercancía dentro de seis meses. Pero el precio que

que tendrá que pagar por los euros nunca puede ser superior a 1,40. Si el precio es superior a 1,40 al vencimiento, la empresa se limitará a ejercer su opción de compra, con lo que comprará euros a 1,40. Si el precio del euro es inferior a 1,40 al vencimiento, la empresa dejará que la opción venza sin valor porque le resultará más barato comprar euros en el mercado abierto.

Cuando se utilizan para cubrir el riesgo de tipo de interés, las opciones de protección se denominan a veces *caps* y *floors*. Una empresa que toma prestados fondos a un tipo de interés variable tiene una posición corta de tipos de interés: la bajada de los tipos de interés reducirá su coste de endeudamiento, mientras que subida de los tipos de interés aumentará sus costes. Para *limitar* el riesgo al alza, la empresa puede comprar una opción de compra de tipos de interés, estableciendo así una cantidad máxima que tendrá que pagar por los fondos prestados. Por mucho que suban los tipos de interés, el prestatario nunca tendrá que pagar más que el precio de ejercicio del límite.

Una institución que presta fondos a un tipo de interés variable tiene una posición larga de tipo de interés: la subida de los tipos de interés aumentará sus beneficios, mientras que la bajada de los tipos de interés reducirá sus beneficios. Para limitar su riesgo a la baja, la entidad puede comprar una opción de venta de tipos de interés, estableciendo así una cantidad mínima que recibirá por los fondos prestados. Por mucho que bajen los tipos de interés, el prestamista nunca recibirá menos que el precio de ejercicio del suelo.

Un coberturista que opta por comprar una opción de compra para proteger una posición corta o una opción de venta para proteger una posición larga tiene el riesgo limitado por el precio de ejercicio de la opción. Al mismo tiempo, el coberturista sigue manteniendo un potencial de beneficio abierto. Si el mercado subyacente se mueve a favor del coberturista, puede dejar que la opción venza y aprovechar la posición en el mercado abierto. Si, en nuestro ejemplo, el euro cae a 1,25 en el momento de la entrega, la empresa simplemente dejará vencer la opción de compra a 1,40 sin ejercerla. Al mismo tiempo, la empresa comprará 1 millón de euros por 1.250.000 dólares, con lo que obtendrá una ganancia inesperada de 100.000 dólares.

La compra de un seguro en forma de opción de compra o de venta de protección tiene un coste: el precio de la opción. El coste del seguro es proporcional a la protección que ofrece la opción. Si el precio de una opción de compra a 1,40 a seis meses es de 0,02, la empresa pagará 20.000 dólares más ($0,02 \times 1$ millón) pase lo que pase. Una opción de compra con un precio de ejercicio más alto costará menos, pero también ofrece menos protección en forma de una cantidad deducible adicional. Si la empresa opta por comprar una opción de compra de 1,45 que se negocia a 0,01, el coste de este seguro será sólo de 10.000 \$ ($0,01 \times 1$ millón), pero la empresa tendrá que asumir cualquier pérdida hasta un precio en euros de 1,45. Sólo por encima de 1,45 la empresa estará protegida contra cualquier pérdida. Sólo por encima de 1,45 estará totalmente protegida. Del mismo modo, una opción de compra con un precio de ejercicio más bajo ofrecerá protección adicional, pero a un precio más alto. Una opción de compra a 1,35 protegerá a la empresa contra cualquier subida por encima de 1,35, pero

si el precio de la opción de compra es 0,04 la compra de esta protección añadirá 40.000 \$ adicionales ($0,04 \times 1$ millón) al coste final.

El coste de comprar una opción de protección y el seguro que ofrece la estrategia se muestran en [las figuras 17-1](#) (opción de venta de protección) y [17-2](#) (opción de compra de protección). Dado que cada estrategia combina una posición subyacente con una posición larga en opciones, se deduce del [Capítulo 14](#) que la posición protegida resultante es una opción larga sintética

Figura 17-1 Posición larga en un subyacente y posición larga en una opción de venta de protección.

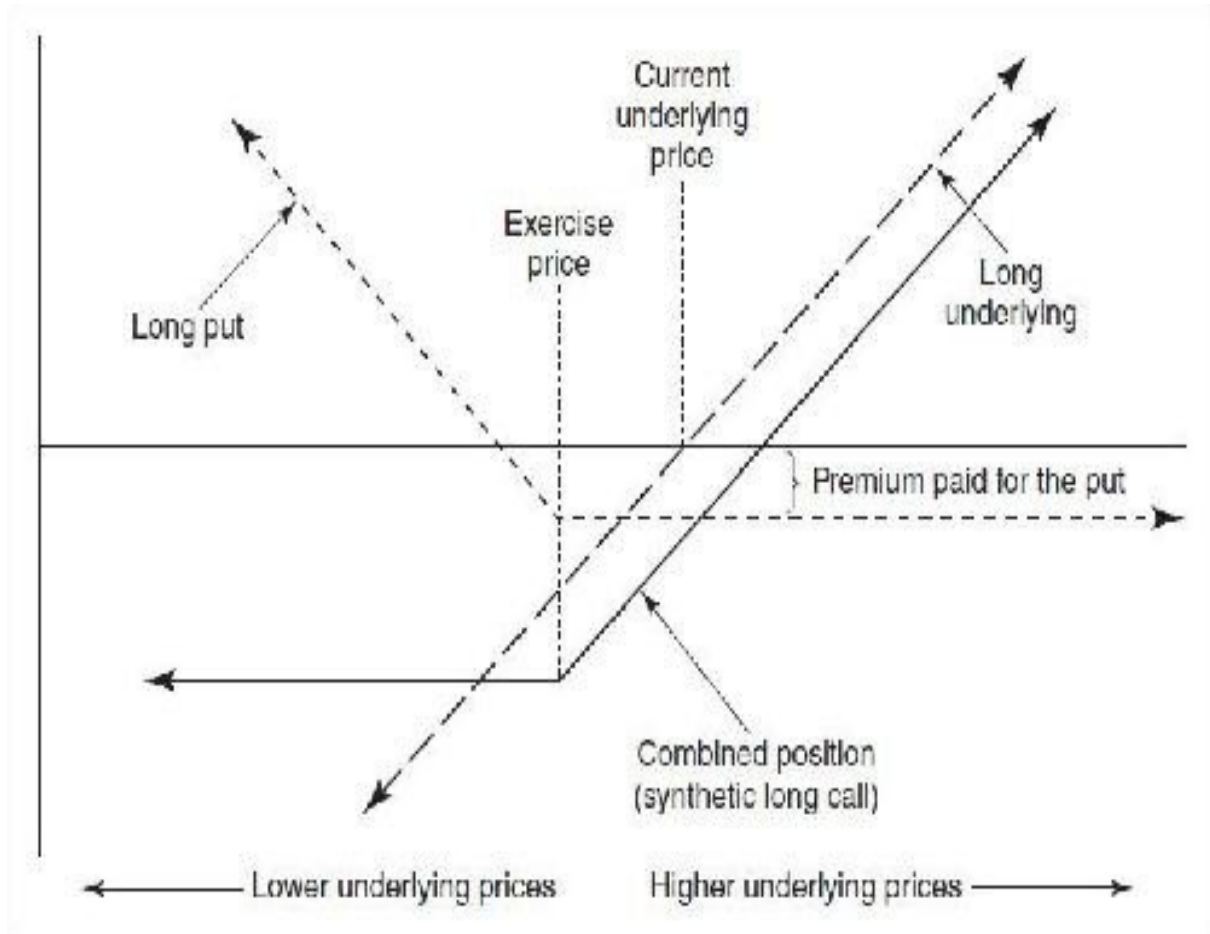
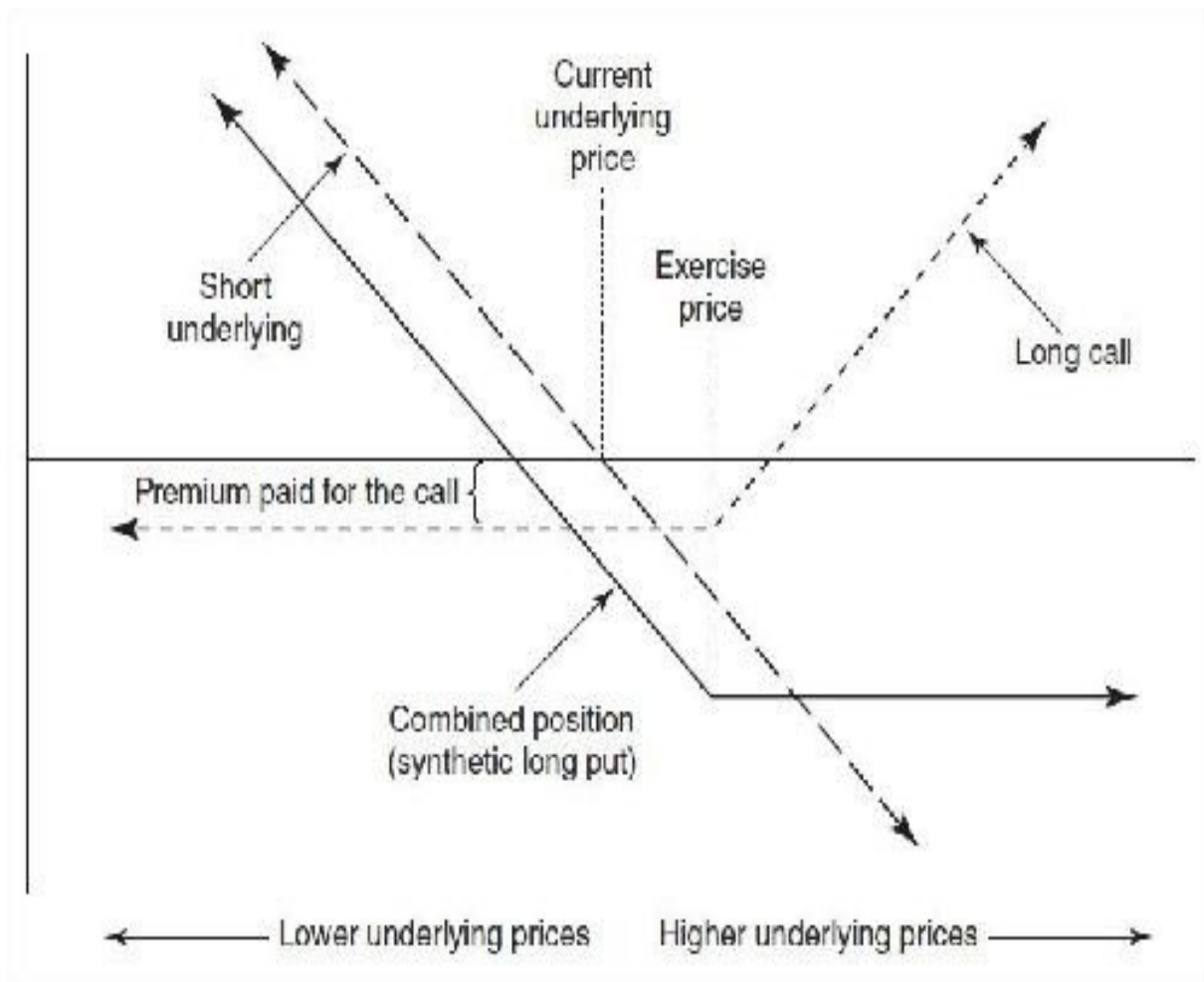


Figura 17-2 Posición corta en un subyacente y larga en una opción de compra de protección.



Subyacente corto + opción de compra larga \approx opción de
 venta larga sintética Subyacente largo + opción de venta
 larga \approx opción de compra larga sintética

Un coberturista que compra una opción de venta para proteger una posición subyacente larga ha creado de hecho una posición larga de compra al mismo precio de ejercicio. Un coberturista que compra una opción de compra para proteger una posición subyacente corta ha creado de hecho una posición larga de venta. En nuestro ejemplo, si la empresa compra una opción de compra a 1,40 para proteger una posición corta en euros, la posición combinada (es decir, subyacente corto, opción de compra larga) equivale a poseer un 1,40 put.

¿Qué opción de protección debe comprar un coberturista? Esto depende de la cantidad de riesgo que el coberturista esté dispuesto a asumir, algo que cada coberturista debe determinar individualmente. Una cosa es cierta: siempre habrá un coste asociado a la compra de una opción de protección. Si el seguro que ofrece la opción permite al coberturista proteger su posición financiera, el coste puede merecer la pena.

Escritos cubiertos

Si un coberturista es reacio a pagar por opciones de protección, que ofrecen un riesgo limitado y bien definido, el coberturista puede considerar vender, o suscribir, una opción contra una posición subyacente. Esta *suscripción cubierta* (a veces denominada "*overwrite*") no ofrece el riesgo limitado que ofrece la compra de una opción de protección, pero tiene la ventaja obvia de crear un crédito inmediato en efectivo. Este crédito ofrece una protección limitada contra un movimiento adverso en el mercado subyacente.

Pensemos en un inversor que posee acciones pero quiere protegerse contra una caída a corto plazo del precio de las acciones. Puede, por supuesto, comprar una opción de venta de protección. Pero si cree que es probable que la caída sea moderada, podría vender una opción de compra sobre la posición larga en acciones. El grado de protección que busque el inversor, así como la revalorización potencial, determinarán opción de compra vende, si dentro del dinero, en el dinero o fuera del dinero. La venta de una opción de compra dentro del dinero ofrece un alto grado de protección, pero eliminará la mayor parte del potencial de beneficios al alza. La venta de una opción de compra out-of-the-money ofrece menos protección, pero deja margen para beneficios adicionales.

Supongamos que un inversor posee una acción que cotiza actualmente a 100 \$. Si vende una opción de compra de 95 a un precio de 6,50, la venta de la opción de compra le ofrecerá un alto grado de protección frente a una caída del precio de la acción. Mientras la acción no baje más de 6,50 hasta 93,50, el inversor no tendrá más que un punto de equilibrio. Desgraciadamente, si las acciones empiezan a subir, no habrá oportunidad de participar en la subida del precio de las acciones porque éstas se retirarán cuando se asigne al inversor la opción de compra de 95 acciones. Aun así, aunque las acciones suban el inversor se beneficiará al menos de la prima temporal de 1,50 que recibió por la venta de opción de compra de 95 acciones.

Por otra parte, si el inversor desea participar en el movimiento alcista de la acción y también está dispuesto a aceptar una menor protección a la baja podría vender una opción de compra de 105. Si la opción de compra de 105 cotiza a un precio de 2,00, la venta de esta opción sólo protegerá al inversor hasta un precio de 98. Si la opción de compra de 105 se negocia a un precio de 2,00, la venta de esta opción sólo protegerá al inversor hasta un precio de 98 de la acción. Pero, si el precio de las acciones sube, el inversor participará hasta un precio de 105. Por encima de 105, puede esperar que el precio de las acciones suba. Por encima de 105, puede esperar que la acción se cancele, eliminando cualquier beneficio adicional.

¿Qué opción debe vender el inversor? Se trata de una decisión subjetiva basada en el riesgo que el inversor está dispuesto a aceptar, así como en la cantidad de revalorización al alza en la que desea participar. Muchas suscripciones cubiertas implican la venta de opciones at-the-money. Estas opciones ofrecen menos protección que las opciones in-

Las opciones de compra at-the-money tienen un mayor potencial de beneficios que las opciones out-of-the-money. Pero una opción at-the-money tiene la mayor cantidad de prima temporal. Si el mercado se mantiene cerca de su precio actual, una posición cubierta mediante la venta de opciones at-the-money registrará la mayor revalorización.

En [las figuras 17-3](#) (opción de compra cubierta) y [17-4](#) (opción de venta cubierta) se muestran las características de una opción de compra cubierta y la protección que ofrece la estrategia. Dado que cada estrategia combina una posición subyacente con una posición corta en opciones, del [Capítulo 14 se](#) deduce que la posición protegida resultante es una opción corta sintética:

Figura 17-3 Posición larga en un subyacente y posición corta en una opción de compra cubierta.

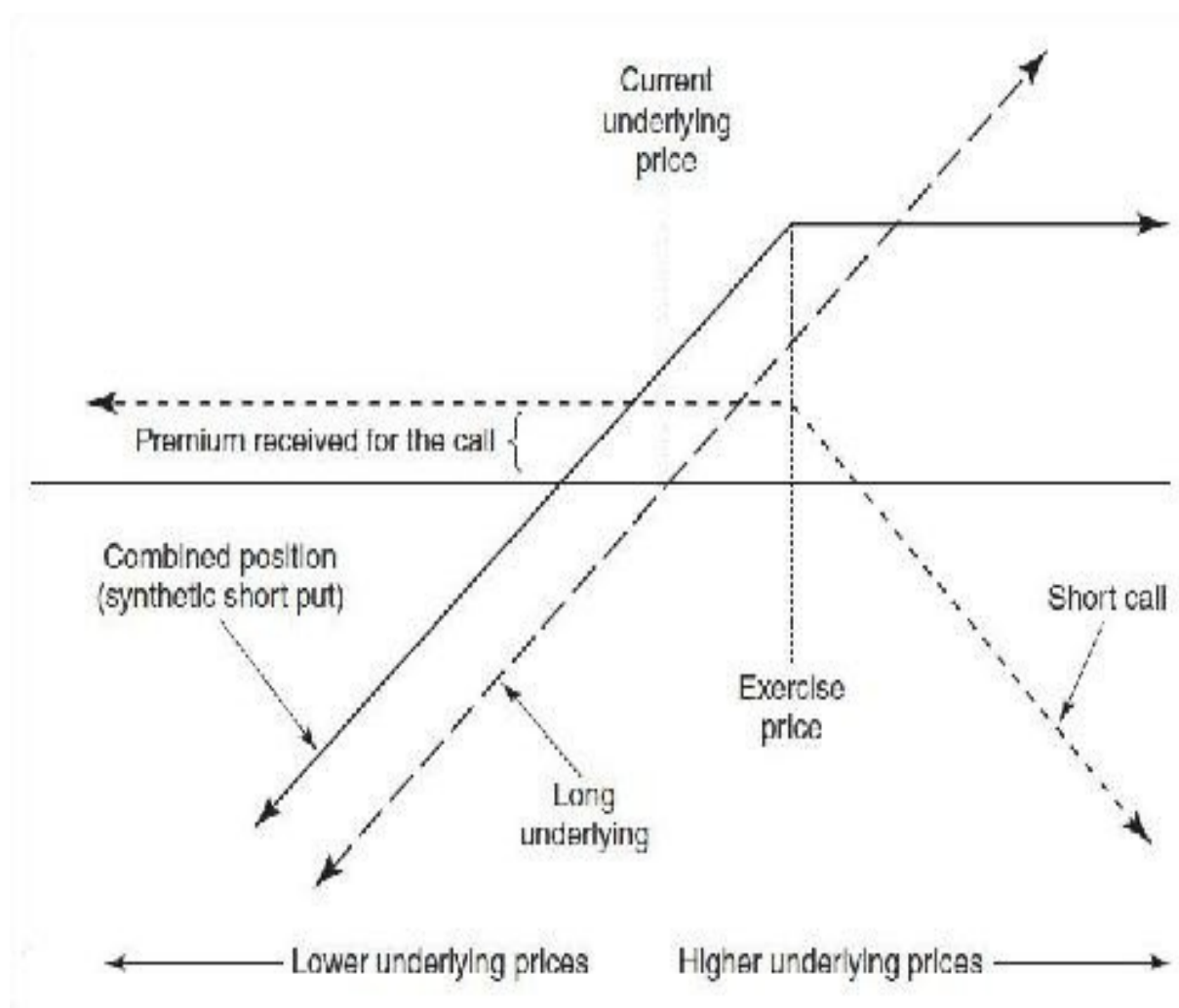
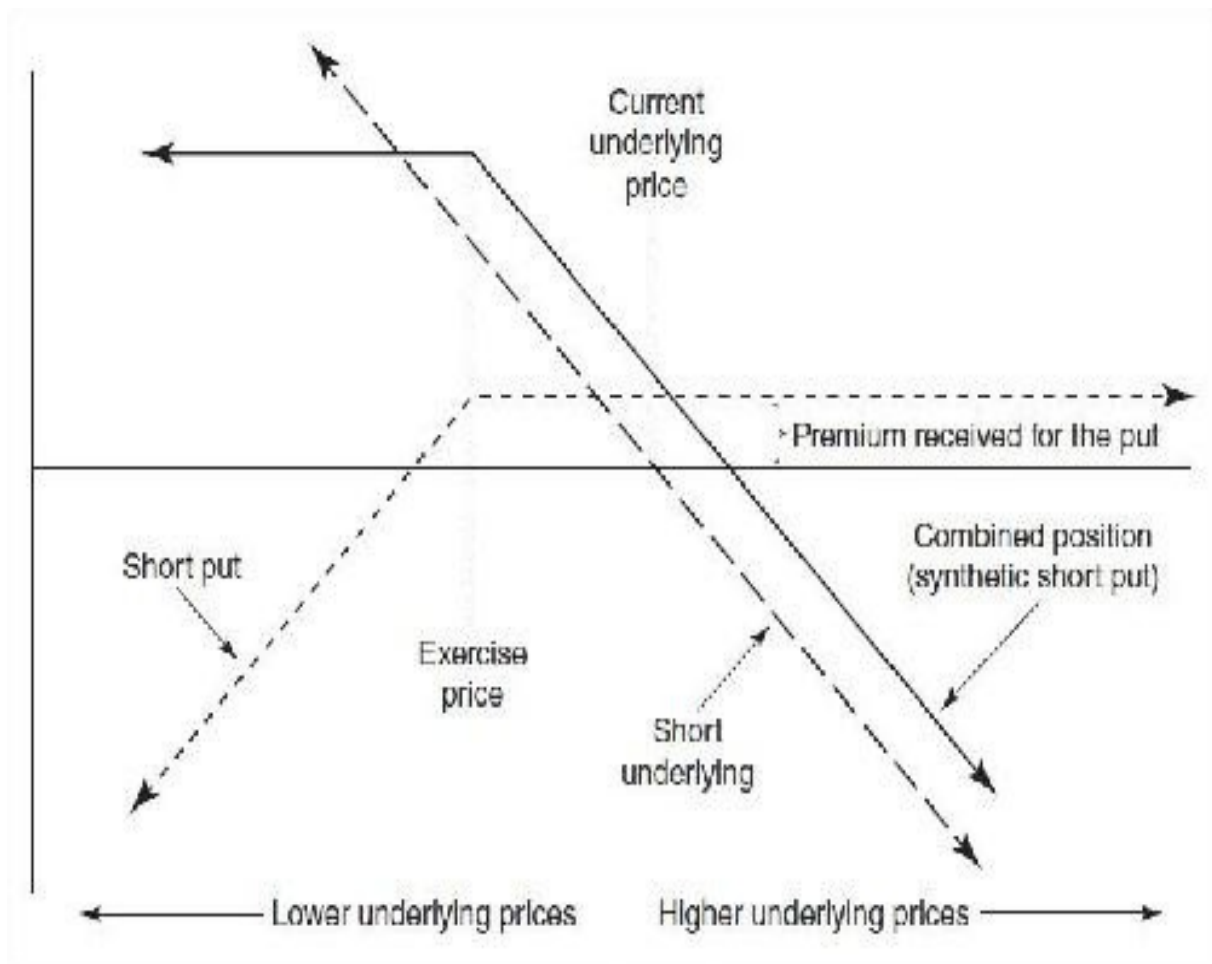


Figura 17-4 Vender una posición subyacente y vender una opción de venta cubierta.



Subyacente largo + short call \approx short put sintética

Subyacente corto + short put \approx short call sintética

Un coberturista que vende una opción de compra contra una posición subyacente larga ha creado de hecho una posición corta de venta al mismo precio de ejercicio. Un coberturista que vende una opción de venta para proteger una posición subyacente corta ha creado de hecho una posición corta de opción de venta. En nuestro ejemplo, si el coberturista vende una opción de compra de 105 para proteger una posición larga en acciones, la posición combinada (es decir, subyacente largo, opción de compra corta) equivale a vender una opción de venta de 105.

La venta de una opción de compra cubierta contra una posición larga en acciones es una de las estrategias de cobertura más populares en los mercados de opciones sobre acciones. Cuando se ejecuta todo a la vez -comprando acciones y vendiendo simultáneamente una opción de compra sobre las mismas-, la estrategia se denomina *compra/escritura*. La compra/venta de 105 de diciembre consiste en comprar un contrato de acciones (normalmente 100 acciones) y vender simultáneamente una compra de 105 de diciembre. Como ocurre con cualquier diferencial, puede cotizarse a un solo precio (el precio de la acción - el precio de la opción de compra).

precio de la opción de compra) y ejecutada con una única contraparte. Con una acción que cotiza a 100 y la opción de compra de 105 de diciembre a 2,00, compra/venta de 105 de diciembre cotiza a 98,00. El precio cotizado por un creador de mercado podría ser 97,90 - 98,10. El precio cotizado por un creador de mercado podría ser 97,90 - 98,10. En total, el creador de mercado está dispuesto a comprar la acción y vender la opción de compra por 97,90. Está dispuesto a vender la acción y comprar la opción de compra por 98,10.

Las estrategias de compra/escritura son tan comunes que algunas bolsas publican índices que reflejan el rendimiento de la estrategia, normalmente frente a uno de los principales índices bursátiles. El Chicago Board Options Exchange BuyWrite Index (BXM) refleja el rendimiento de una estrategia consistente en comprar una cartera del índice Standard and Poor's (S&P) 500 (SPX) y vender cada mes una opción ligeramente fuera de dinero (out-of-the-money).

opción de compra a un mes del índice S&P 500-[\(1\)](#)

También puede utilizarse para fijar un precio objetivo de compra o venta de un instrumento subyacente. Un inversor que posee una acción puede decidir que, si ésta alcanza un determinado precio, estará dispuesto a venderla. Al vender una opción de compra con un precio de ejercicio igual al precio objetivo el inversor ha asegurado la venta si la acción alcanza el precio de ejercicio. Si la acción no alcanza el precio de ejercicio, el inversor conserva la prima recibida por la venta de la opción de compra.

Del mismo modo, un inversor que esté dispuesto a comprar acciones si el precio disminuye en una cantidad determinada puede vender una opción de venta con un precio de ejercicio igual al precio de compra objetivo. Si la acción cae por debajo del precio de ejercicio, se asignará al inversor la opción de venta, obligándole a comprar la acción. Pero esa era su intención original. Si la acción no cae por debajo del precio de ejercicio, el inversor se queda con la prima recibida por la venta de la opción de venta. Esta estrategia de vender opciones de venta para desencadenar la compra de acciones la utilizan a menudo las empresas que quieren iniciar un programa de recompra de sus acciones. Al vender opciones de venta con precios de ejercicio al precio de recompra objetivo, la empresa recompra sus propias acciones o obtiene beneficios por el importe de la prima de la opción de venta.

La principal diferencia entre vender una opción de compra para fijar un precio de venta y vender una opción de venta para fijar un precio de compra es la forma en que se garantiza la operación. La venta de una opción de compra se garantiza con la propiedad de las acciones. Sin embargo, la venta de una opción de venta debe garantizarse con suficiente efectivo para respaldar la compra de las acciones en caso de que se ejerza la opción de venta. La venta *de una opción de venta garantizada* con efectivo requiere que el inversor mantenga en depósito un efectivo igual al precio de ejercicio de la opción de venta. Si la opción de venta es europea sin posibilidad de ejercicio anticipado, el inversor puede mantener en depósito efectivo por un importe igual al valor actual del precio de ejercicio.

$$\frac{X}{1+r \times t}$$

La compra de una opción de protección y la venta de una opción cubierta son las dos estrategias de cobertura más comunes con opciones. Si se le da a elegir entre estas estrategias, ¿cuál debería elegir un coberturista? En teoría, coberturista debería basar su decisión en los mismos criterios que utiliza un operador: precio frente a valor. Si los precios de las opciones parecen bajos, la compra de una opción de protección tiene sentido. Si los precios de las opciones parecen altos, la venta de una opción cubierta tiene sentido. Desde el punto de vista de un operador, *bajo* o *alto* suele expresarse en términos de volatilidad implícita. Comparando la volatilidad implícita con la volatilidad esperada durante la vida de la opción, un coberturista debería ser capaz de tomar una decisión sensata sobre si quiere comprar o vender opciones. Por supuesto, aún le queda la cuestión de qué precio de ejercicio elegir. Esto dependerá de la cantidad de movimiento adverso o favorable que el coberturista prevea, así como del riesgo que esté dispuesto a aceptar si se equivoca.

Aunque las consideraciones teóricas suelen influir en la decisión de un coberturista, pueden ser menos importantes que las consideraciones prácticas. Si un coberturista sabe que un movimiento en el contrato subyacente más allá de un determinado precio representará una amenaza para su negocio, la compra de una opción de protección en ese ejercicio puede ser la estrategia más sensata, independientemente de si la opción es teóricamente sobrevalorado.²

Muchos coberturistas parecen tener aversión a comprar opciones de protección. "¿Por qué debería pagar por una opción si probablemente perderé la prima?". Esto cierto. La mayoría de las opciones de protección vencen fuera de dinero. Sin embargo, el razonamiento parece ilógico si se tiene en cuenta que la mayoría de las personas contratan voluntariamente un seguro para proteger sus bienes personales. Y la gran mayoría de las pólizas de seguro expiran sin que se presenten reclamaciones contra ellas: las casas no se incendian, las personas no mueren y los coches no son robados. Esta es la razón por la que las compañías de seguros obtienen beneficios. Pero la mayoría de la gente no compra un seguro para obtener beneficios. Lo hacen por la tranquilidad que les proporciona la póliza de seguro. La misma filosofía debería aplicarse a la compra de opciones. Si un coberturista necesita una protección bien definida, la compra de una opción puede ser la mejor opción, independientemente del hecho de que la mayoría de las veces la opción expirará sin valor.

Collares

Un coberturista puede desear el riesgo limitado que ofrece la compra de una opción de protección, pero también puede ser reacio a pagar la prima asociada a dicha estrategia. ¿Qué puede hacer? *Un collar* implica la compra simultánea de una opción de protección y la venta de una opción cubierta contra una posición en un activo subyacente.

contrato—(3) Los collares son herramientas de cobertura populares porque ofrecen una protección conocida a bajo coste. Al mismo tiempo, permiten al coberturista participar, al menos parcialmente, en los movimientos favorables del mercado. Con una acción subyacente cotizando a 100, un coberturista con una posición larga puede optar por comprar una opción de venta a 95 y, al mismo tiempo, vender una opción de compra a 105. El coberturista queda aislado de los movimientos favorables del mercado. El coberturista se aísla de cualquier caída del precio por debajo de 95 porque entonces puede ejercer su opción de venta. Al mismo tiempo, puede participar en cualquier movimiento al alza hasta 105.

Los términos *largo* y *corto*, cuando se aplican a los collars, se refieren normalmente a la posición subyacente. Una posición subyacente larga junto con una opción de venta protectora y una opción de compra cubierta es un collar largo. Una posición subyacente corta junto con una opción de compra protectora y una opción de venta cubierta es un collar corto. Las características de un collar se muestran en [las figuras 17-5 y 17-6](#). Dado que cada contrato puede expresarse como un equivalente sintético, podemos ver que un collar largo ([Figura 17-5](#)) es simplemente un vertical alcista, mientras que un collar corto ([Figura 17-6](#)) es simplemente un spread vertical bajista. Ambas estrategias tienen un riesgo y una recompensa limitados.

Figura 17-5 Collar largo (largo un contrato subyacente, largo una opción de venta de protección, corto una opción de compra cubierta).

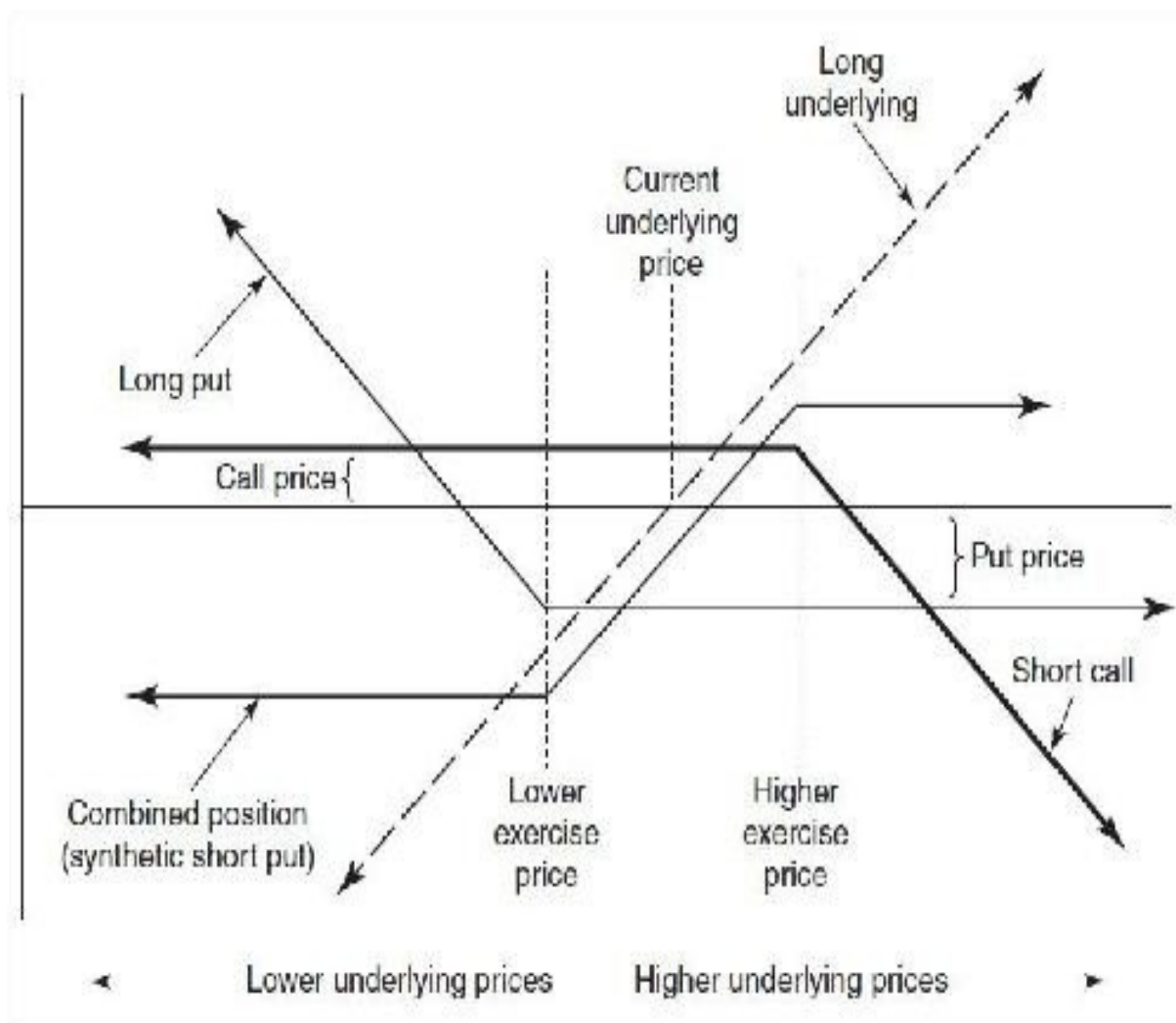
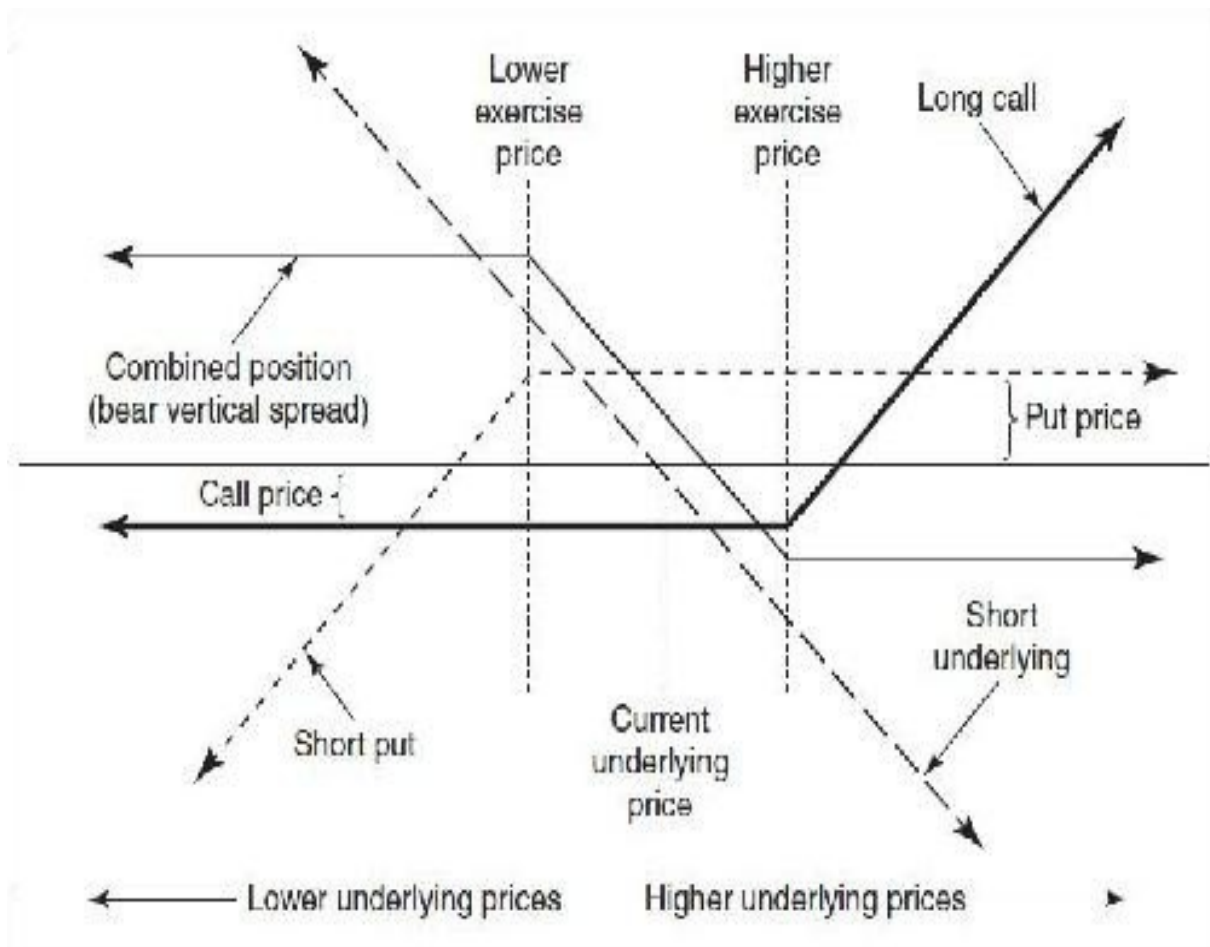


Figura 17-6 Collar corto (corto un contrato subyacente, largo una call de protección, corto una put cubierta).



Dado que un collar es un spread vertical, tendrá las características de riesgo descritas en [el Capítulo 12](#). Un collar largo siempre tendrá una delta positiva; un collar corto siempre tendrá una delta negativa. Un collar largo siempre tendrá una delta positiva; un collar corto siempre tendrá una delta negativa. La gamma, theta y vega vendrán determinadas por la elección de los precios de ejercicio. Si el precio subyacente está más cerca de la opción de protección, la posición tendrá normalmente una gamma positiva, una theta negativa y una vega positiva. Si el precio subyacente está más cerca de la opción cubierta, la posición tendrá normalmente una gamma negativa, una theta positiva y una vega negativa. A menos que una opción esté mucho más fuera del dinero que la otra, es probable que estas medidas de riesgo sean similares, dando como resultado una gamma, theta y vega pequeñas. Un coberturista también puede elegir los precios de ejercicio de forma que el collar sea aproximadamente neutral con respecto a gamma, theta o vega.

Los collares también son populares porque la venta de la opción cubierta puede compensar parte o la totalidad del coste de la opción de protección. Cuando el precio de la opción de protección es mayor que el precio de la opción cubierta, como ocurre en [la Figura 17-5](#), la sección media de la posición combinada caerá por debajo del gráfico de pérdidas y ganancias de la posición subyacente. Cuando el precio de la opción de protección es menor

que el precio de la opción cubierta, como ocurre en [la Figura 17-6](#), la sección media de la posición combinada estará por encima del gráfico P&L de la posición subyacente. Si el precio de la opción de protección y el de la opción cubierta son iguales, la estrategia se convierte en un *collar de coste cero*. En la [Figura 17-7](#) se presenta un resumen de las estrategias básicas de cobertura.

Figura 17-7 Resumen de las estrategias básicas de cobertura.

position	hedging strategy	advantages	disadvantages
long underlying	sell a future or forward	no downside risk	no upside profit potential
	buy a protective put	limited downside risk; unlimited upside profit potential	cost of the option
	sell a covered call	partial downside protection equal to the price of the call	unlimited downside risk; limited upside profit potential
	long collar (long a protective put/ short a covered call)	limited downside risk	limited upside profit potential
short underlying	buy a future or forward	no upside risk	no downside profit potential
	buy a protective call	limited upside risk; unlimited upside profit potential	cost of the option
	sell a covered put	partial upside protection equal to the cost of the put	unlimited upside risk; limited downside profit potential
	short collar (long a protective call/ short a covered put)	limited upside risk	limited downside profit potential

Estrategias de cobertura complejas

Dado que la mayoría de los coberturistas no son operadores de opciones profesionales y no tienen ni el tiempo ni el deseo de analizar detenidamente los precios de las opciones, las estrategias de cobertura simples que implican la compra o venta de opciones individuales son las más utilizadas. Sin embargo, si uno está dispuesto a hacer un análisis más detallado de las opciones, es posible construir una amplia variedad de estrategias de cobertura que impliquen tanto consideraciones de volatilidad como direccionales. Para , el coberturista debe estar familiarizado con la volatilidad y su impacto en el valor de las opciones, así como con la delta como medida del riesgo direccional. A continuación, el coberturista puede combinar su conocimiento de las opciones con la práctica

consideraciones sobre la cobertura.

Como primer paso para elegir una estrategia, un coberturista podría considerar lo siguiente:

1. ¿Es necesario que la cobertura ofrezca protección en el peor de los casos?
2. ¿Qué parte del riesgo direccional actual debe eliminar la cobertura?
3. ¿Qué riesgos adicionales está dispuesto a aceptar el coberturista?

Un coberturista que necesita un seguro contra catástrofes para protegerse contra el peor de los escenarios sólo puede elegir qué opción(es) comprar. Aun así, tiene que decidir qué precio de ejercicio comprar y cuántas opciones. Con una posición larga en un contrato subyacente que cotiza actualmente a 100, un coberturista decide comprar una opción de venta porque necesita limitar el riesgo a la baja a una cantidad conocida y fija. ¿Qué opción de venta debe comprar?

Si el coberturista ha determinado que, en general, las opciones están sobrevaloradas (es decir, la volatilidad implícita parece alta), cualquier compra de opciones le perjudicará claramente. Si su único objetivo es cubrir su riesgo a la baja sin tener en cuenta el potencial de beneficios al alza, debería evitar las opciones y cubrir su posición en el mercado de futuros o a plazo. Si, por el contrario, sigue queriendo un potencial de beneficios al alza, debe preguntarse cuánta posición larga quiere mantener. Si está dispuesto a mantener el 50% de su larga actual, comprar opciones de venta con un delta total de -50. Puede hacerlo comprando una opción de venta a -50. Para ello, puede comprar una opción de venta at-the-money con una delta de -50 o varias opciones de venta out-of-the-money cuyas deltas sumen -50. Sin embargo, en un mercado de alta volatilidad implícita, suele ser mejor comprar el menor número posible de opciones y vender el mayor número. (Por lo tanto, comprar una opción de venta con una delta de -50 será menos costoso, teóricamente, que comprar varias opciones de venta con una delta total de -50. Si el coberturista quiere eliminar la delta de una opción de venta con una delta de -50, deberá comprar una opción de venta con una delta total de -50 y vender la mayor cantidad posible de opciones. Si el coberturista desea eliminar aún más el riesgo direccional, digamos el 75%, en estas circunstancias, será mejor que compre una opción de venta con una delta de -75.

A igualdad de otros factores, en un mercado de volatilidad implícita alta, un coberturista debería comprar el menor número posible de opciones y/o vender el mayor número posible de opciones. Por el contrario, en un mercado de baja volatilidad implícita, un coberturista debería comprar el mayor número posible de opciones y/o vender el menor número posible de opciones.

Esto significa que si todas las opciones están sobrevaloradas (es decir, la volatilidad implícita parece alta) y el coberturista decide que está dispuesto a aceptar el riesgo a la baja ilimitado que conlleva la venta de una opción de compra cubierta, en teoría, debería vender tantas opciones de compra como sea posible para alcanzar sus objetivos de cobertura. Si está tratando de cubrir el 50% de su posición larga subyacente, puede hacer una *operación de cobertura* vendiendo varias opciones de compra out-of-the-money con una delta total de 50, en lugar de vender una única opción de compra at-the-money con una delta de 50. Si está dispuesto a aceptar un riesgo a la baja ilimitado que conlleva la venta de una opción de compra cubierta, en teoría debería vender tantas opciones de compra como sea posible para alcanzar sus objetivos de cobertura.

Existe una desventaja obvia si uno vende múltiples opciones de compra contra una única posición larga subyacente. Ahora el coberturista no sólo tiene el riesgo a la baja ilimitado que conlleva una posición de compra cubierta, sino que también tiene un riesgo al alza ilimitado porque ha vendido más opciones de compra de las que puede cubrir con el subyacente. Si el mercado sube lo suficiente, se le asignarán todas las opciones de compra. La mayoría de los coberturistas quieren restringir su riesgo ilimitado a una dirección, normalmente la dirección de su posición natural. Un coberturista con una posición subyacente larga puede estar dispuesto a aceptar un riesgo a la baja ilimitado, pero probablemente no esté dispuesto a aceptar un riesgo al alza ilimitado. Un coberturista con una posición subyacente corta puede estar dispuesto a aceptar un riesgo alcista ilimitado, pero probablemente no esté dispuesto a aceptar un riesgo bajista ilimitado. Un coberturista que construye una posición con riesgo ilimitado en cualquier dirección presumiblemente está tomando una posición de volatilidad. No hay nada malo en ello, porque las operaciones de volatilidad pueden ser muy rentables. Pero un verdadero coberturista no debe perder de vista cuál es su objetivo último: proteger una posición existente y mantener el coste de esta protección lo más bajo posible.

Un coberturista también puede proteger una posición construyendo diferenciales de volatilidad uno a uno con deltas que produzcan la cantidad de protección deseada. Un coberturista que desee proteger el 50% de una posición subyacente corta puede comprar o vender diferenciales de calendario o mariposas con una delta total de +50. Estos diferenciales ofrecen una protección parcial dentro de un rango. Estos diferenciales ofrecen una protección parcial dentro de un rango. La posición completa sigue teniendo un riesgo alcista ilimitado, pero también conserva un potencial de beneficios a la baja ilimitado. Estos diferenciales de volatilidad también ofrecen al coberturista la opción de comprar o vender volatilidad. Si la volatilidad implícita es generalmente baja, con el mercado subyacente actualmente en 100, el coberturista podría proteger una posición subyacente corta comprando un diferencial de calendario de compra de 110 (es decir, comprar una compra de 110 a largo plazo, vender una compra de 110 a corto plazo). Este diferencial tiene un delta positivo y también es teóricamente atractivo porque la baja volatilidad implícita hace que un diferencial de calendario largo sea relativamente barato. Si el diferencial de calendario de la opción 110 call tiene un delta de +25, para cubrir el 50% de su riesgo direccional, el coberturista puede comprar dos diferenciales por cada posición corta subyacente. Por el contrario, si la volatilidad implícita es alta, el coberturista puede considerar la venta de diferenciales de calendario.

diferenciales. Ahora tendrá que elegir un precio de ejercicio más bajo para conseguir una delta positiva. Si vende el diferencial de calendario de la opción 90 call (es decir, compra una opción 90 call a corto plazo y vende una opción 90 call a largo plazo), tendrá una posición con una delta positiva y una ventaja teórica positiva. Si desea proteger el 75% de su posición y el diferencial tiene una delta de +25, puede vender el diferencial tres veces por cada posición subyacente. (Véanse en [el capítulo 11](#) las características de los spreads de calendario y las mariposas).

Un coberturista también puede comprar o vender diferenciales verticales para conseguir la protección deseada. Dependiendo de si las opciones están generalmente infravaloradas o sobrevaloradas (es decir, la volatilidad implícita es excesivamente baja o alta), el coberturista trabajará en torno a la opción at-the-money. Con el mercado subyacente actualmente a 100, el coberturista que quiera proteger una posición larga puede ejecutar un spread vertical bajista (es decir, vender el precio de ejercicio más bajo, comprar el precio de ejercicio más alto). Si la volatilidad implícita es alta, preferirá vender una opción at-the-money y comprar una opción a un precio de ejercicio más alto. Si la volatilidad implícita es baja, preferirá comprar una opción in-the-money y vender una opción a un precio de ejercicio más bajo. Cada diferencial tendrá un delta negativo, pero también tendrá una ventaja teórica positiva porque la opción at-the-money es la más sensible a los cambios en la volatilidad. (Véanse las características de los diferenciales verticales en [el capítulo 12](#)).

Como es obvio, utilizar opciones para cubrir una posición puede ser tan complejo como utilizar opciones para construir estrategias de negociación. Son muchos los factores que intervienen en el proceso de toma de decisiones. Cuando un coberturista potencial se enfrenta por primera vez a la multitud de estrategias posibles, es comprensible que se sienta abrumado, hasta el punto de decidir abandonar las opciones por completo. Quizá sea mejor considerar un número limitado de estrategias (quizá cuatro o cinco) que tengan sentido y comparar las distintas características de riesgo-recompensa de las estrategias. En función de las perspectivas generales de mercado del coberturista y de su disposición a aceptar o no determinados riesgos, debería ser posible tomar una decisión con conocimiento de causa.

Cobertura para reducir la volatilidad

Además de proteger una posición contra un movimiento adverso en el contrato subyacente, las estrategias de cobertura tienen otra ventaja importante: tienden a reducir la volatilidad de una posición. Para entender por qué esto puede ser importante, consideremos un gestor de cartera que genera los siguientes rendimientos anuales durante un periodo de cinco años:

$$+19\% -14\% +27\% -9\% +22\%$$

Su rendimiento medio anual es

$$(19\% - 14\% + 27\% - 9\% + 22\%)/5 = +9\%$$

Consideremos ahora un segundo gestor de cartera que genere estos rendimientos anuales:

$$+25\% -20\% -23\% +44\% +24\%$$

Su rendimiento medio anual es

$$(25\% - 20\% - 23\% + 44\% + 24\%)/5 = +10\%$$

Por último, un tercer gestor de cartera genera estos rendimientos:

$$+35\% +15\% -35\% +65\% -20\%$$

Su rendimiento medio anual es

$$(35\% + 15\% - 35\% + 65\% - 20\%)/5 = +12\%$$

El Gestor de Cartera 3 anuncia a bombo y platillo su rentabilidad media anual del 12%, frente a los Gestores de Cartera 1 y 2, con rentabilidades de sólo el 9% y el 10%. Está claro que deberíamos invertir nuestro dinero con el Gestor de Cartera 3. ¿O no? Quizá deberíamos considerar no sólo lo que ocurre cada año, sino también cómo se comporta cada cartera a lo largo de todo el periodo de cinco años. Podemos hacerlo tomando el producto de todos los cambios anuales de cada cartera:

Cartera 1:	$1.19 \times 0.86 \times 1.27 \times 0.91 \times 1.22 = 1.4429$	(subir 44.29%)
Cartera 2:	$1.25 \times 0.80 \times 0.77 \times 1.44 \times 1.24 = 1.3749$	(subir 37.49%)
Cartera 3:	$1.35 \times 1.15 \times 0.65 \times 1.65 \times 0.80 = 1.3320$	(subir 33.20%)

Aunque el Gestor de Cartera 3 obtuvo la mejor rentabilidad media anual, su cartera fue la peor. El Gestor de Cartera 1, con la rentabilidad anual más baja, obtuvo los mejores resultados, ganando un más durante el período de cinco años que la Cartera

Gestor 3.

La explicación de este resultado aparentemente inesperado tiene que ver con la volatilidad, o desviación típica, de los rendimientos. Los rendimientos del Gestor de Cartera 3 fluctuaron enormemente, desde un máximo de +65% hasta un mínimo de . Los rendimientos del Gestor de Cartera 1 fluctuaron mucho menos, entre el +27% y el -14%. La mayor volatilidad pareció reducir la rentabilidad total.

En la [Figura 17-8](#) se resumen los resultados de cada gestor de cartera. También hemos añadido un Gestor de Cartera 4 muy aburrido, que avanza a duras penas con una rentabilidad de exactamente el 8% cada año durante el de cinco años. A pesar de tener la rentabilidad media más baja, su cartera obtuvo los mejores resultados, con una ganancia del 46,93% durante todo el período.

Figura 17-8 Cuanto mayor es la volatilidad, menor es la rentabilidad total.

	year1 returns	year2 returns	year3 returns	year4 returns	year5 returns	average annual return	total 5-year return	standard deviation	Sharpe ratio
Portfolio Manager 1:	+19%	-14%	+27%	-9%	+22%	+9%	+44.29%	+17.01%	.5291
Portfolio Manager 2:	+25%	-20%	-23%	+44%	+24%	+10%	+37.49%	+26.71%	.3744
Portfolio Manager 3:	+35%	+15%	-35%	+65%	-20%	+12%	+33.20%	+36.28%	.3308
Portfolio Manager 4:	+8%	+8%	+8%	+8%	+8%	+8%	+46.93%	0	—

Nuestro ejemplo no significa que una volatilidad elevada sea inaceptable. Un gestor de cartera con rendimientos muy volátiles puede seguir siendo preferible si su rendimiento medio es también proporcionalmente mayor. Este equilibrio entre rentabilidad y volatilidad se expresa a menudo mediante la *ratio de Sharpe*, sugerida originalmente por William Sharpe en 1966⁴

Rentabilidad media/desviación típica de la rentabilidad

Cuanto mayor sea el ratio de Sharpe, más favorable será la compensación entre riesgo (volatilidad) y beneficio (rentabilidad). En [la Figura 17-8](#) también se muestran la desviación típica y el ratio de Sharpe de los cuatro gestores de cartera.

Cartera de seguros

Imaginemos que mantenemos una posición larga en un activo subyacente, como las acciones, y que deseamos proteger nuestra posición frente a una posible caída del precio durante algún periodo de tiempo. Una estrategia posible es comprar una opción de venta protectora. Desgraciadamente, cuando vamos al mercado a comprar la opción de venta, nos encontramos con que no existe mercado para las opciones sobre nuestras acciones. ¿Qué podemos hacer?

Si realmente pudiéramos comprar una opción de venta, nuestra posición sería

Acción larga+ opción de venta larga

Pero sabemos que una posición subyacente larga junto con una opción de venta larga equivale a una opción de compra larga. Lo que realmente queremos es una posición larga de call con el mismo precio de ejercicio y fecha de vencimiento que la put que queríamos pero que no pudimos comprar.

¿Cuáles serían las características de esta llamada? Podemos determinarlo utilizando un modelo teórico de fijación de precios. Para ello, necesitamos los datos básicos del modelo teórico de fijación de precios:

Precio de ejercicio
Plazo de vencimiento
Cotización subyacente Tipo de
interés
Volatilidad

Como no dependemos de precios de ejercicio y fechas de vencimiento cotizados (porque no existen), el precio de ejercicio y la fecha de vencimiento pueden ser de nuestra propia elección. Podemos determinar el precio de las acciones y el tipo de interés a partir de las condiciones actuales del mercado. Sólo la volatilidad no puede observarse directamente en el mercado.

Pero si disponemos de una base de datos de las variaciones históricas del precio de la acción, podremos hacer una estimación razonable de su volatilidad.

Supongamos que introducimos todos los datos en un modelo teórico de fijación de precios y determinamos que nuestra opción de compra prevista tiene un delta de 75. Para replicar la posición de compra necesitamos poseer el 75% del contrato subyacente. Para replicar la posición de compra, necesitamos poseer el 75% del contrato subyacente. Podemos conseguirlo vendiendo el 25% de nuestras acciones. Si originalmente poseíamos 1.000 acciones, tenemos que vender 250 acciones, lo que nos deja una posición larga de 750 acciones.

Supongamos ahora que, en una fecha posterior, observamos las nuevas condiciones del mercado, volvemos a calcular la delta de la opción de compra y descubrimos que ahora es de 60. Para alcanzar la posición delta deseada, ahora debemos vender un 15% adicional de nuestra opción de compra original. Para alcanzar la posición delta deseada, debemos vender un 15% adicional de nuestra opción de compra original.

o 150 acciones. Ahora tenemos 600 .

Supongamos que continuamos este proceso de calcular periódicamente el delta a partir de las condiciones actuales del mercado y compramos o vendemos cierto porcentaje de nuestra participación original en la acción subyacente para alcanzar una posición con el mismo delta que la supuesta opción de compra. Por último, supongamos que en la fecha de vencimiento objetivo recompramos una cantidad suficiente de la acción de modo que tengamos el 100% de nuestra participación original. ¿Cuál debería ser el resultado de todo este proceso?

Básicamente, estamos siguiendo el proceso de cobertura dinámica descrito en el [capítulo 8](#). En el capítulo 8 utilizamos la cobertura dinámica para capturar la diferencia entre el precio de una opción en el mercado y su valor teórico. Mientras que en el [Capítulo](#) utilizamos la cobertura dinámica para capturar la diferencia entre el precio de una opción en el mercado y su valor teórico, en nuestro ejemplo actual no podemos beneficiarnos de una opción con un precio erróneo porque no existe ninguna opción. Pero podemos replicar las características de la opción para conseguir una posición de opción deseada.

En el [capítulo 8](#) presentamos un ejemplo de opción sobre acciones y un ejemplo de opción sobre futuros. En el ejemplo de la opción sobre acciones, compramos una opción de compra a un precio inferior su valor teórico y, a continuación, vendimos la opción de compra, mediante el proceso de cobertura dinámica, a un precio igual a su valor teórico. En el ejemplo de la opción de futuros, vendimos una opción de venta a un precio superior a su valor teórico y, a continuación, compramos la opción de venta, mediante el proceso de cobertura dinámica, a un precio igual a su valor teórico. En ambos , obtuvimos un beneficio igual a la diferencia entre el precio de la opción y su valor teórico.

El seguro de cartera, o réplica de opciones, es un método por el que se utiliza el proceso de cobertura dinámica para crear una posición con las mismas características que una opción. En teoría, el método debería lograr los mismos resultados que la compra de una opción de protección, pero sin comprar realmente la opción. El seguro de cartera puede ser utilizado por un gestor de fondos para asegurar el valor de los títulos de una cartera contra una caída de valor. Si un gestor tiene una cartera de valores valorada actualmente en 100 millones de dólares y quiere asegurar el valor de la cartera contra una caída de valor por debajo de 90 millones de dólares, puede comprar una opción de venta de 90 millones de dólares o replicar las características de una opción de compra de 90 millones de dólares. Si no encuentra a nadie dispuesto a venderle una opción de venta de 90 millones de dólares, puede evaluar las características de la opción de compra de 90 millones de dólares y comprar o vender continuamente una parte de su cartera necesaria para replicar la posición de la opción de compra. De hecho, ha creado su propia opción de venta.

Las estrategias de seguro de cartera fueron muy utilizadas por los gestores de fondos del desplome bursátil de 1987, especialmente por los gestores con una cartera que tendía a seguir un índice importante. Si el gestor de la cartera quería comprar

Si el gestor de la cartera no creyera que los precios de las opciones de venta están inflados, podría crear él mismo las opciones de venta al valor teórico "correcto" mediante el proceso de cobertura dinámica. En lugar de comprar o vender una parte de la cartera, lo que podría resultar caro en términos de costes de transacción, el gestor de la cartera podría imitar los ajustes delta comprando o vendiendo futuros sobre índices para aumentar o reducir el valor total de la cartera. A cambio de una comisión, las empresas que comercializaban estrategias de seguro de cartera asumían la responsabilidad de determinar las características de la opción que el gestor de cartera quería comprar estimando el

volatilidad correcta y elegir el modelo de valoración de opciones más adecuado⁽⁵⁾. Algunas empresas de seguros de cartera generaron comisiones adicionales actuando como intermediarios y ejecutando los ajustes necesarios en el mercado de futuros sobre índices.

Desgraciadamente, tras el crack de 1987, los profesionales se dieron cuenta de que los seguros de cartera sólo lograrían los resultados deseados si los datos introducidos en el modelo eran correctos y el propio modelo se basaba en hipótesis realistas⁽⁶⁾. Nadie previó el espectacular aumento de la volatilidad resultante del crash, por lo que

la entrada de volatilidad que se estaba utilizando era claramente incorrecta. Al mismo tiempo, muchos de los supuestos del modelo sobre cobertura dinámica parecían incumplirse en el mundo real. El resultado fue que el coste de replicar una opción mediante el proceso de cobertura dinámica resultó mucho más caro de lo que nadie había previsto. Como resultado, las estrategias de seguro de cartera cayeron en desgracia entre la mayoría de los gestores de fondos.

¹ Encontrará una descripción completa del índice CBOE Buy/Write, así como su evolución histórica, en <http://www.cboe.com/micro/bxm/>.

² Por supuesto, si las opciones parecen muy sobrevaloradas, un coberturista puede ser reacio a comprar una opción de protección. Pero se trata de un escenario poco probable. Si los precios de las opciones son altos, suele haber una razón válida.

³ La estrategia del collar recibe una gran variedad de nombres, como *valla*, *túnel*, *cilindro*, *avance de alcance* o *conversión de golpe dividido*.

⁴ Los rendimientos utilizados para calcular la ratio de Sharpe se expresan a veces como los rendimientos superiores a algún índice de referencia, como un instrumento del Tesoro sin riesgo.

⁵ La empresa más estrechamente relacionada con los seguros de cartera antes del crack de 1987 era Leland, O'Brien, Rubinstein, con sede en Los Ángeles (cuyos directores eran Hayne Leland, John O'Brien y Mark Rubinstein). ⁶ Algunos estudios han sugerido que la cobertura dinámica necesaria para aplicar el seguro de cartera agravó el desplome bursátil del 19 de octubre de 1987. Debido a la drástica caída del mercado bursátil, las aseguradoras de cartera se vieron obligadas a vender un número cada vez mayor de contratos de futuros sobre índices, lo que creó un efecto cascada en el mercado.

El modelo Black-Scholes

Debido a su importancia como fundamento de la teoría de la valoración de opciones, así como a su uso generalizado por parte de los operadores, merece la pena examinar más de cerca el modelo Black-Scholes [\(1\)](#). El análisis de este capítulo no pretende ser una derivación rigurosa o detallada del modelo, que es más adecuado para un curso universitario.

libro de texto o a una clase de ingeniería financiera. Más bien, esperamos presentar un Discusión intuitiva del funcionamiento del , así como algunas observaciones sobre los valores generados por el modelo.

Al principio, en lugar de calcular el valor teórico de una opción, Black y Scholes trataron de responder a la siguiente pregunta: si el precio de las acciones se mueve aleatoriamente a lo largo del tiempo, pero de forma coherente con un tipo de interés y una volatilidad constantes, ¿cuál debe ser el precio de la opción después de cada momento para que una posición en opciones correctamente cubierta alcance el punto de equilibrio? La respuesta a esta pregunta es una ecuación de aspecto bastante intimidatorio

$$rS \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + \frac{\partial C}{\partial t} = rC$$

Aunque esta ecuación pueda parecer misteriosa a muchos lectores, no es más que la forma que tienen los matemáticos de expresar cómo los cambios en un conjunto de variables - precio de la acción S y tiempo t - *afectan* al valor de otra cosa, una llamada C . Para determinar el efecto exacto causado por los cambios en las variables, hay que resolver la ecuación.

Obsérvese que no nos referimos a la volatilidad σ ni al tipo de interés r como variables. En la ecuación de Black-Scholes, sólo cambian el precio de las acciones y el tiempo. Como entradas en el modelo, la volatilidad y el tipo de interés afectarán al valor de la opción. Pero una vez elegidos, se supone que permanecen constantes durante la vida de la opción. Esto es coherente con los ejemplos de cobertura dinámica [del capítulo 8](#). Durante la vida de una , suponemos que sólo cambian el precio subyacente y el tiempo. Todo lo demás permanece constante.

Ya nos hemos encontrado con varios de los componentes de la ecuación de Black-Scholes en una forma ligeramente diferente. Los términos C

$$\frac{\partial C}{\partial S}, \quad \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}, \quad \text{and} \quad \frac{\partial C}{\partial t}$$

son la notación matemática más formal para la delta (Δ), la gamma (Γ) y la theta (Θ) de la opción. La ecuación de Black-Scholes establece que los cambios en el valor de una opción dependen de la sensibilidad de la opción a los cambios en el precio de las acciones (la delta), la sensibilidad de la delta de la opción a los cambios en el precio de las acciones (la gamma) y la sensibilidad de la opción al paso del tiempo (la theta).

Por supuesto, la ecuación también incluye componentes de volatilidad y tipos de interés. El componente del tipo de interés desempeña dos funciones. En primer lugar, como el modelo Black-Scholes valora las opciones a partir del precio a plazo, el tipo de interés nos lleva del precio al contado al precio a plazo (suponiendo que la acción no paga dividendos). Esta relación entre el precio al contado y el precio a plazo aparece en la ecuación como

$$rS$$

En segundo lugar, la ecuación de Black-Scholes nos da inicialmente el valor esperado de la opción a medida que pasa el tiempo. Si queremos determinar el valor teórico de la opción debemos descontar el valor esperado hacia atrás para obtener su valor actual. Esta relación entre el valor esperado y el valor actual aparece en la ecuación como

$$rC$$

Por último, hay un componente de volatilidad. La velocidad a la que cambia la delta depende no sólo de la gamma, sino también de la velocidad a la que cambia el precio de las acciones. La velocidad se expresa como volatilidad o desviación típica σ . El componente de volatilidad y su efecto en la gamma aparecen en la ecuación de Black-Scholes como

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma$$

No entraremos en la derivación formal de la ecuación de Black-Scholes en este texto porque puede ser matemáticamente compleja. Pero podemos señalar que existe cierta similitud entre la ecuación de Black-Scholes y el método utilizado en [el capítulo 7](#) para estimar el cambio en el valor de una opción cuando el precio subyacente cambia de S_1 a S_2 . Para aproximar este , utilizamos el delta medio sobre la gama de precios

$$(S_{(1)} - S_{(2)}) \times \Delta + (S_1 - S_2)^{(2)} \times \Gamma / 2 = (S_1 - S_2) \times \Delta + 1/2 (S_1 - S_2)^{(2)} \times \Gamma$$

Recordando que

$$\frac{\partial C}{\partial S} \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}$$

representan el delta y la gamma, podemos ver que existe una similitud entre esta relación y los dos primeros términos de la ecuación de Black-Scholes.

$$(S_1 - S_2) \times \Delta + \frac{1}{2} (S_1 - S_2)^2 \times \Gamma$$

$$rS \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}$$

Las principales diferencias son el componente de tipo de interés ligado a S (el precio de la acción debe pasar de spot a forward) y el componente de volatilidad ligado a la gamma. Aunque hemos supuesto un cambio de precio discreto de S_1 a S_2 , la ecuación de Black-Scholes supone un cambio de precio infinitesimal o instantáneo.

Es cierto que se trata de un intento muy simplista de explicar el papel que desempeñan los distintos componentes de la ecuación Black-Scholes. Sin embargo, incluso para alguien que entienda perfectamente el modelo, ser capaz de escribir la ecuación no necesariamente da un valor. El verdadero objetivo es resolver la ecuación para poder calcular el valor exacto de una opción.

La solución de la ecuación de Black-Scholes da lugar al conocido *modelo de Black-Scholes*: si

C = valor teórico de una llamada europea

S = el precio de una acción que no paga dividendos

X = precio de ejercicio

t = tiempo hasta la expiración, en años

σ = desviación típica anual (volatilidad) del precio de las acciones, en porcentaje

r = tipo de interés anual

\ln = el logaritmo natural

e = la función exponencial

N = la función de distribución normal acumulativa

then

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2)$$

where

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + [r + (\sigma^2/2)]t}{\sigma\sqrt{t}}$$

and

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + [r + (\sigma^2/2)]t}{\sigma\sqrt{t}} = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Puede que no resulte evidente a primera vista qué representan los valores del modelo Black-Scholes, pero un punto de partida es la paridad put-call, tratada en el [capítulo 15](#)

$$C - P = \frac{F - X}{1 + r \times t}$$

Si el contrato subyacente es una acción que no paga dividendos, el precio a plazo es

$$F = S \times (1 + r \times t)$$

Sustituyendo esto en la relación de paridad put-call obtenemos

$$C - P = \frac{S(1 + r \times t) - X}{1 + r \times t} = S - \frac{X}{1 + r \times t}$$

En los ejemplos anteriores hemos utilizado el interés simple. Si, en cambio, utilizamos el interés continuo, en lugar de dividir por $1 + r \times t$, podemos multiplicar por e^{-rt} . El resultado es

$$C - P = S - Xe^{-rt}$$

Dado que una opción de venta nunca puede valer menos de 0, sabemos por el [capítulo 16](#) que el límite inferior de arbitraje para una opción de compra europea sobre acciones es el mayor de 0 o

$$S - Xe^{-rt}$$

Esta expresión es similar al valor Black-Scholes para una opción de compra, pero sin los términos $N(d_1)$ y $N(d_2)$ unidos a S y Xe^{-rt} , respectivamente. ¿Qué representan $N(d_1)$ y $N(d_2)$?

En [el Capítulo 5](#), propusimos un método muy sencillo para evaluar opciones considerando una serie de precios subyacentes al vencimiento y asignando probabilidades a cada uno de esos precios. Utilizando este, el valor esperado de una de compra es la suma de los valores intrínsecos multiplicada por la probabilidad asociada a cada precio subyacente

$$\sum_{i=1}^n p_i \max(S_i - X, 0)$$

Para determinar el valor intrínseco de la opción, combinamos el precio subyacente y el precio de ejercicio en una sola expresión ($S_i - X$).

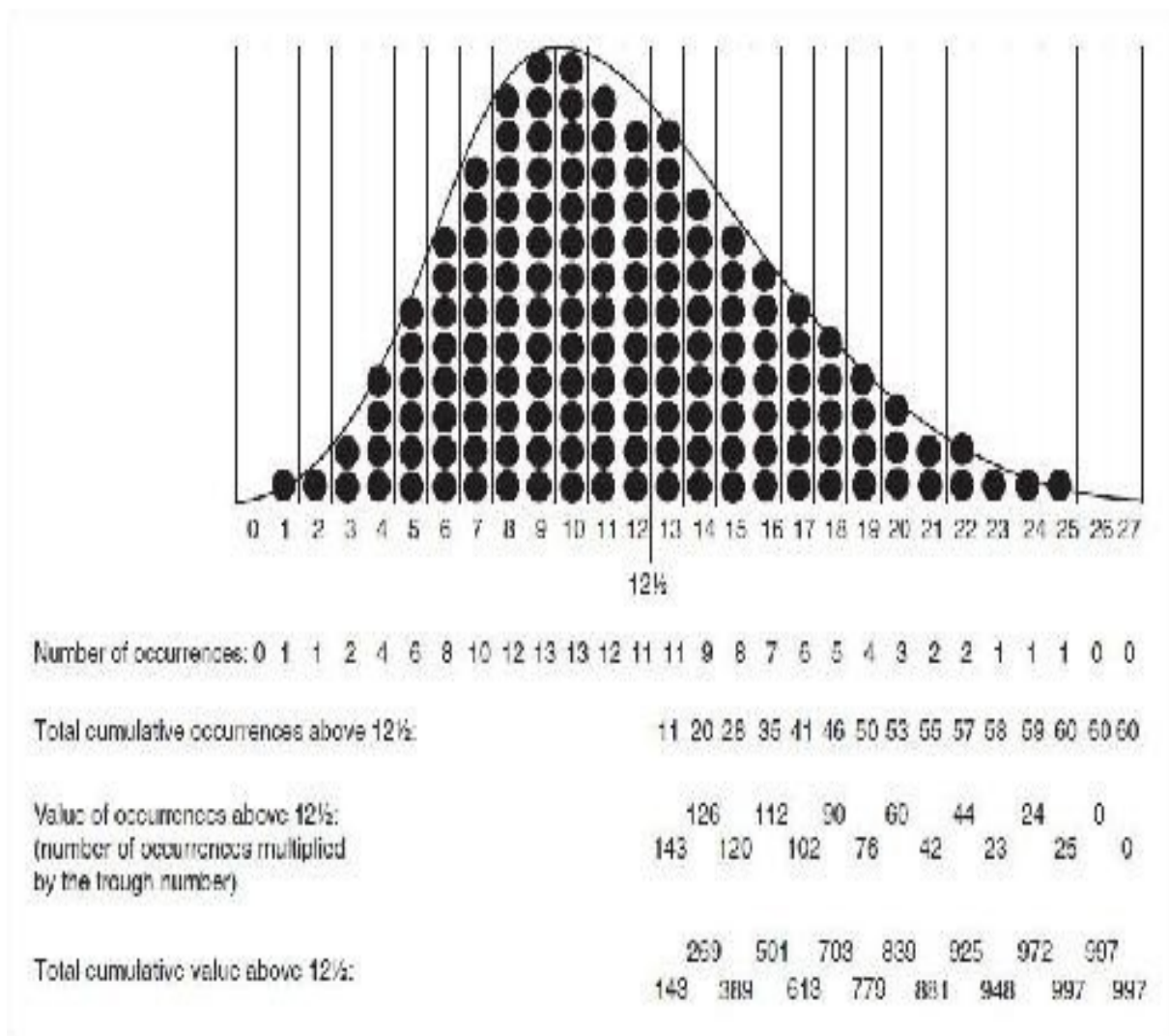
El modelo Black-Scholes adopta un enfoque ligeramente diferente al separar el precio subyacente y el precio de ejercicio en dos componentes distintos y formular a continuación dos preguntas:

1. Si se mantiene hasta el vencimiento, ¿cuál es el valor medio de todas las acciones por encima del precio de ejercicio?
2. Si se mantiene hasta el vencimiento, ¿cuál es la probabilidad de que el propietario de una opción acabe pagando el precio de ejercicio?

Si podemos responder a estas preguntas, la diferencia entre el valor medio de las acciones por encima del precio de ejercicio y la probabilidad de pagar el precio de ejercicio debería ser igual al valor esperado de la opción.

Para ayudar a explicar el enfoque adoptado por Black y Scholes, consideremos una distribución discreta de los precios de las acciones al vencimiento, pero que se asemeja más a una distribución lognormal con una cola derecha extendida. En [la Figura 18-1](#) se muestra dicha distribución, resultante de un total de 153 ocurrencias. Utilizando esta, ¿cómo podríamos evaluar una opción de compra con un precio de ejercicio de 12½?

Figura 18-1



En primer lugar, debemos determinar el valor de todas las existencias superiores a 12½, es decir, el valor resultante de todas las ocurrencias que caen en las depresiones 13 a 27. El número de sucesos y el valor de los sucesos en cada depresión son los siguientes:

Trough	Number of Occurrences	Stock Value
13	11	143
14	9	126
15	8	120
16	7	113
17	6	102
18	5	90
19	4	76
20	3	60
21	2	42
22	2	44
23	1	23
24	1	24
25	1	25
26	0	0
27	<u>0</u>	<u>0</u>
Total	60	987

El valor medio de todas las acciones por encima del precio de ejercicio de $12\frac{1}{2}$ es el valor total, 987, dividido por el número total de ocurrencias, 153

$$987/153= 6.45$$

A continuación, tenemos que determinar la probabilidad de que paguemos el precio de ejercicio de $12\frac{1}{2}$. Hay 60 casos en los que la opción está dentro del dinero (el precio de la acción está por encima de $12\frac{1}{2}$), pero hay un total de 153 casos. La probabilidad de que paguemos el precio de ejercicio es

$$60/153= 0,392$$

El pago medio resultante del ejercicio de la opción $0,392 \times 12\frac{1}{2} = 4,90$.

En el modelo Black-Scholes, el valor medio de todas las acciones por encima del precio de ejercicio viene dado por $Se^{rt}N(d_1)$, donde Se^{rt} es el precio a plazo de las acciones. El importe medio que tendremos que pagar viene dado por $XN(d_2)$. El valor esperado de una opción de compra es la diferencia entre estas dos cifras

$$Se^{rt}N(d_1) - XN(d_2) = 6,45 - 4,90 = 1,55$$

Estos términos son ligeramente diferentes de los que aparecen en el modelo, $SN(d_1)$ y $Xe^{(-rt)}N(d_2)$, pero mostraremos en breve cómo $Se^{rt}N(d_1)$ se convierte en $SN(d_1)$ y cómo $XN(d_2)$ se convierte en $Xe^{rt}N(d_2)$.

Podemos confirmar que 1,55 es el valor correcto (con un ligero error de redondeo) mediante
volviendo a nuestro planteamiento original de sumar los valores intrínsecos multiplicados por sus probabilidades (el número de ocurrencias dividido por 153).

Trough	Intrinsic Value of the 12½ Call	Number of Occurrences	Probability	Option Value
13	0.5	11	0.0719	0.0359
14	1.5	9	0.0588	0.0882
15	2.5	8	0.0523	0.1307
16	3.5	7	0.0458	0.1601
17	4.5	6	0.0392	0.1765
18	5.5	5	0.0327	0.1797
19	6.5	4	0.0261	0.1699
20	7.5	3	0.0196	0.1471
21	8.5	2	0.0131	0.1111
22	9.5	2	0.0131	0.1242
23	10.5	1	0.0065	0.0686
24	11.5	1	0.0065	0.0752
25	12.5	1	0.0065	0.0817
26	13.5	0	0	0
27	14.5	0	0	0
Total option expected value:			1.5489	

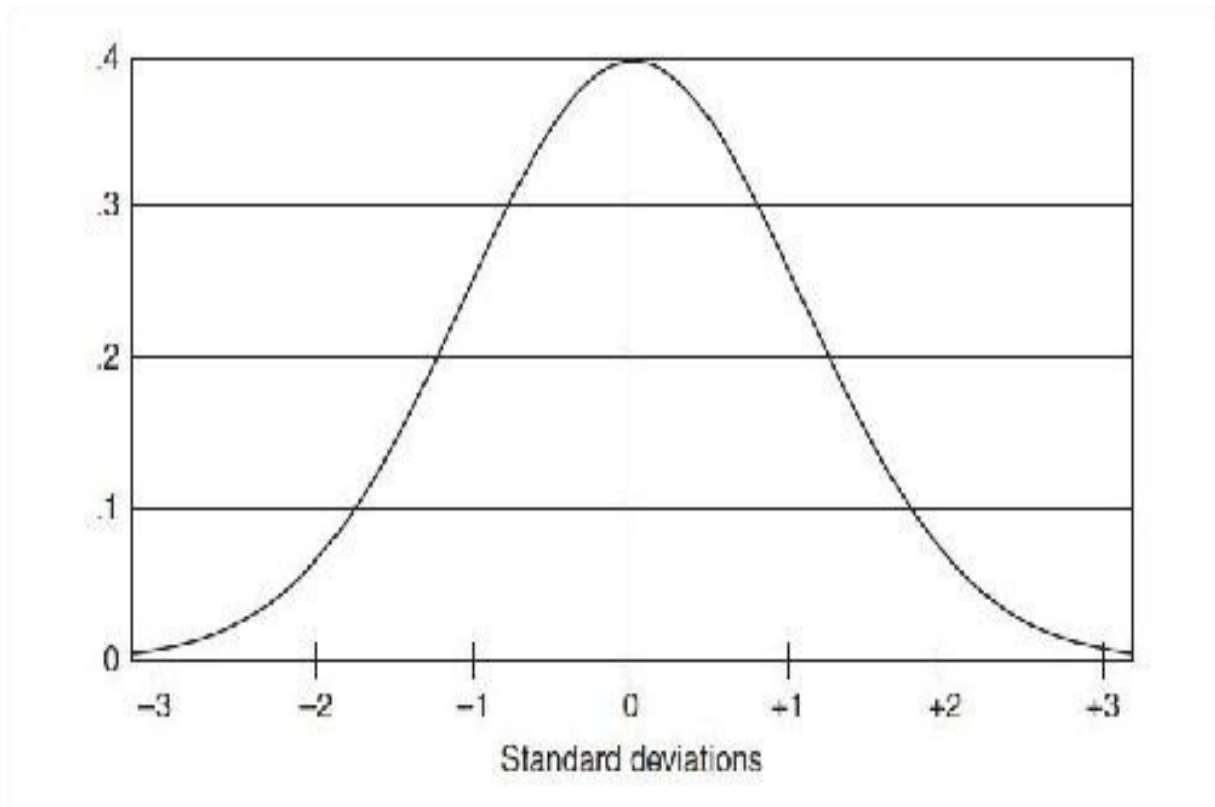
Este es esencialmente el enfoque adoptado por el Black y Scholes. La principal diferencia es que el modelo Black-Scholes, en lugar de utilizar resultados discretos como hicimos nosotros, asume una distribución lognormal continua.

n(x)* y *N(x)

Antes de continuar, será útil definir dos *funciones* de probabilidad importantes: $N(x)$ y $n(x)$. En este capítulo y en los anteriores sobre volatilidad, nos hemos referido a menudo al concepto de distribución en forma de campana o normal. Dependiendo de la media y la desviación típica, puede haber muchas

Existen diferentes distribuciones normales, pero $n(x)$, la *distribución normal estándar*, es quizá la más común. Tiene una media de 0 y una desviación estándar de 1. La distribución normal estándar, mostrada en [la Figura 18-2](#), también tiene una característica muy útil: el área total bajo la curva exactamente 1. Es decir, la curva representa el 100 por cien de todas las ocurrencias que forman una verdadera distribución normal.

Figura 18-2 $n(x)$ -la curva de distribución normal estándar con media= 0 y desviación estándar= 1.

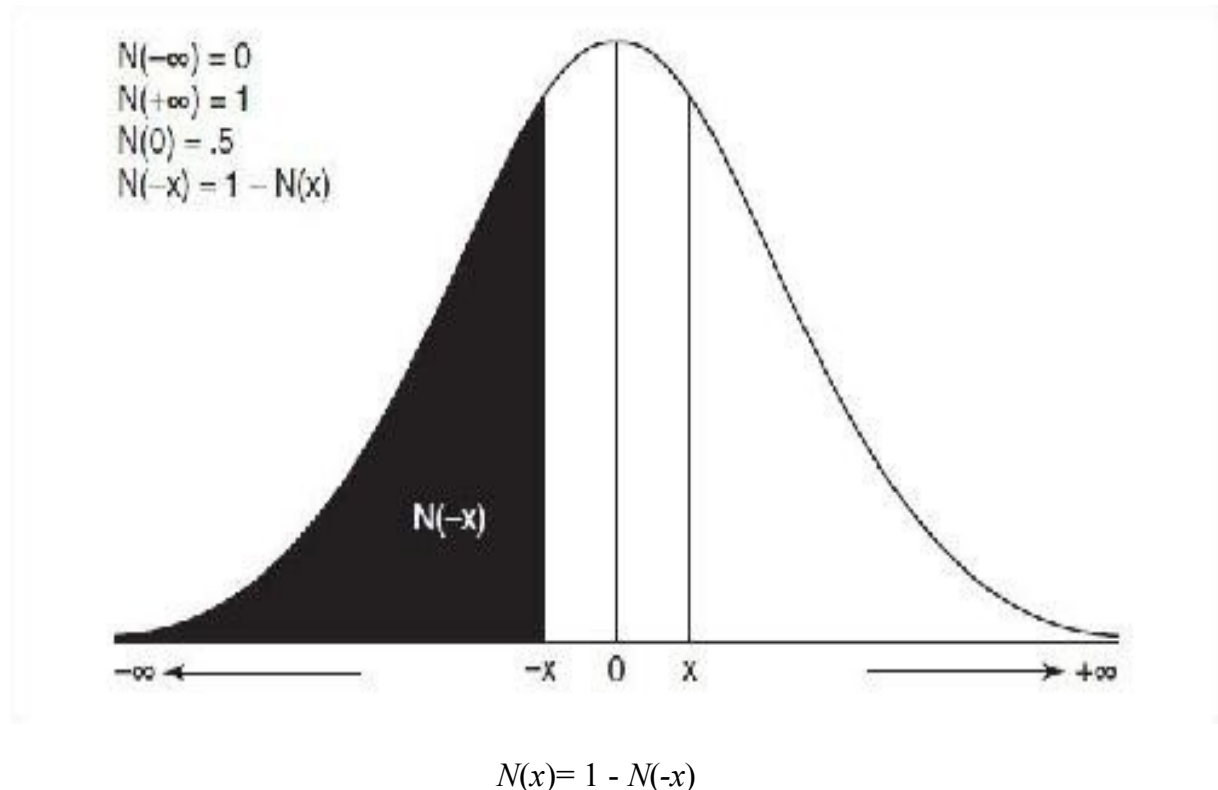


Aunque la distribución normal estándar incluye el 100 por cien de todos los sucesos, es posible que queramos saber qué porcentaje de los sucesos cae dentro de una porción específica de la distribución normal estándar. Esto viene dado por $N(x)$, la *función de distribución normal acumulativa estándar*. Si x es algún número de desviaciones estándar, $N(x)$ devuelve la probabilidad de obtener una ocurrencia menor que x calculando el área bajo la curva de distribución normal estándar entre los valores de $-\infty$ y x , como se muestra en [la figura 18-3](#). Es decir, $N(x)$ nos dice qué porcentaje de todos los sucesos posibles se encuentra entre $-\infty$ y x . Obviamente, $N(+\infty)$ debe ser 1,00 porque el 100 por cien de todos los sucesos deben encontrarse entre $-\infty$ y x .

∞ y $+\infty$. Y $N(-\infty)$ debe ser 0 porque no puede haber ocurrencias a la izquierda de $-\infty$. Como la curva de distribución normal es simétrica, con el 50 por ciento de

las ocurrencias que caen a la izquierda de 0 y el 50 por ciento que caen a la derecha, $N(0)$ debe ser igual a 0,50. También se deduce que el área bajo la curva entre $-\infty$ y x debe ser igual al área bajo la curva entre $-x$ y $+\infty$, lo que resulta en esta útil relación

Figura 18-3 $N(x)$ -el área bajo la curva de distribución normal estándar entre $-\infty$ y x .



El modelo Black-Scholes realiza todos los cálculos utilizando las probabilidades asociadas a una distribución normal. Esto puede parecer incoherente con nuestra suposición de que los precios de un contrato subyacente se distribuyen lognormalmente, porque una distribución normal y una distribución lognormal no son claramente lo mismo. Sin embargo, haciendo algunos ajustes en el valor de x , podemos utilizar $N(x)$ para generar probabilidades asociadas a una distribución lognormal.

También será útil definir tres números utilizados para describir muchas distribuciones comunes:

Modo. El pico de la distribución. El punto en el que se produce el mayor número de ocurrencias.

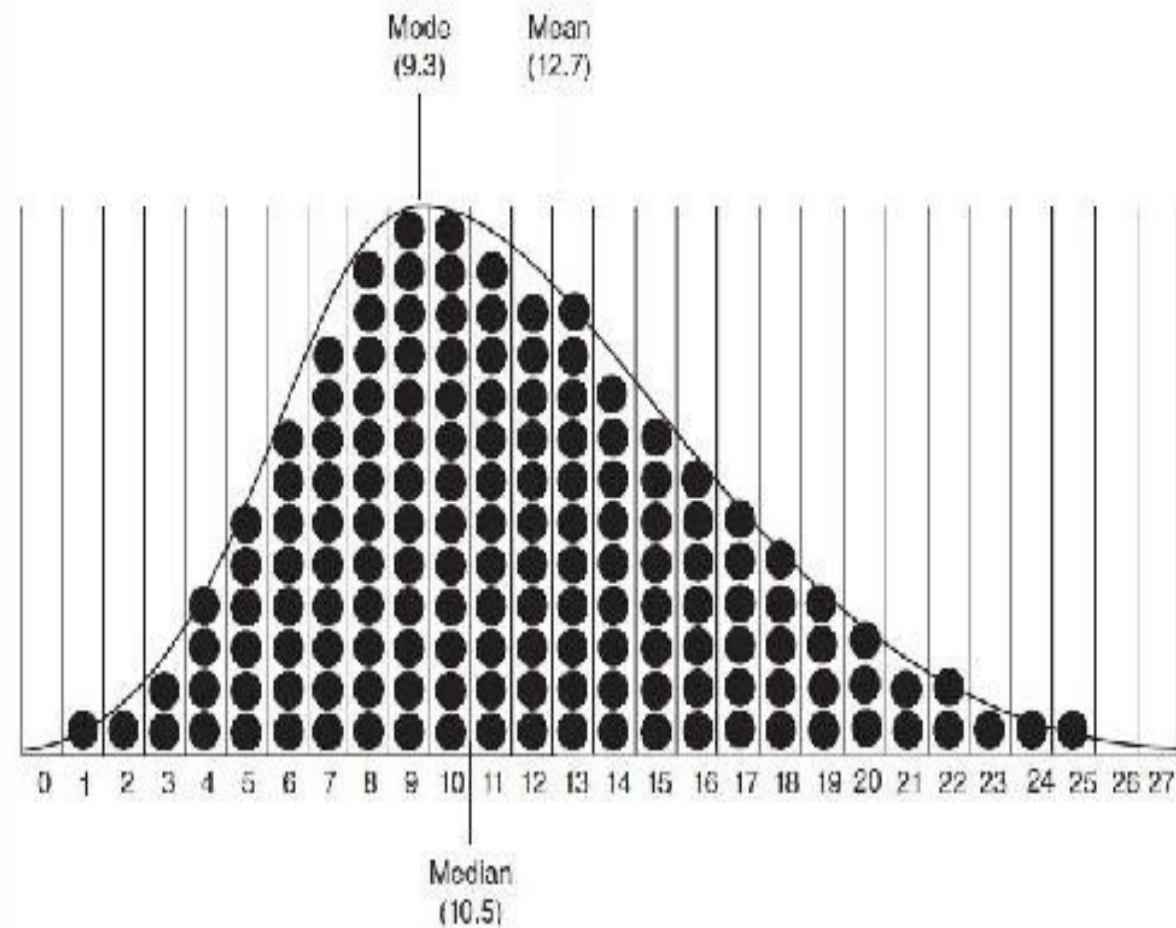
Media. El punto de equilibrio de la distribución. El punto en el que la mitad del valor

de las ocurrencias caen a la izquierda y la mitad a la derecha.

Mediana. Punto en el que la mitad de los sucesos caen a la izquierda y la otra mitad a la derecha.

En una distribución normal perfecta, todos estos puntos caen en el mismo lugar, exactamente en el centro de la distribución. Pero consideremos la distribución de la [figura 18-1](#). La moda, la media y la mediana de esta distribución caen en puntos diferentes, la media es aproximadamente 12,7 y la mediana es aproximadamente 12,7 como se muestra en la [Figura 18-4](#). La moda es aproximadamente 9,3, . La moda es aproximadamente 9.3, la media es aproximadamente 12.7, y la mediana es aproximadamente 10.5. Para hacer los ajustes apropiados a una distribución lognormal de modo que podamos usar las probabilidades asociadas con una distribución normal, debemos ubicar estos números.

Figura 18-4



Mode: The peak of the distribution

Mean: The point where half the value (occurrences per trough multiplied by trough number) lies to the left and half to the right

Median: The point where half of all occurrences lies to the left and half to the right

El modelo Black-Scholes comienza definiendo la relación entre el precio de ejercicio y el precio subyacente. En una distribución normal, es simplemente $S - X$, pero en una distribución lognormal, la relación es

$$\ln\left(\frac{S}{X}\right)$$

Si $S > X$, este valor es positivo y la opción de compra está dentro del dinero; si $S < X$, el valor es negativo y la opción de compra está fuera del dinero.

A continuación, como las opciones se valoran en función del precio a plazo y el precio a plazo es una función de los tipos de interés, debemos ajustar esta relación por el componente de interés durante la vida de la opción rt . Esto da [u^{s\(2\)}](#)

$$\ln\left(\frac{S}{X}\right) + rt$$

El número de desviaciones típicas asociadas a un suceso depende de lo lejos que éste se encuentre de la media de la distribución. En una distribución normal, la media, al igual que la moda, se encuentra en el centro exacto de la distribución. Pero en [la figura 18-4](#), que se aproxima a una distribución lognormal, con su cola derecha alargada, podemos ver que la media debe estar en algún lugar a la derecha de la moda. ¿A qué? Depende de la desviación típica de la distribución lognormal. Cuanto mayor sea la desviación típica, más larga la cola derecha y, en consecuencia, más a la derecha deberemos desplazar la media.

Matemáticamente, el desplazamiento es igual a $\sigma^2 t/2$. Sumando este ajuste obtenemos

$$\ln\left(\frac{S}{X}\right) + rt + \frac{\sigma^2 t}{2}$$

Combinando los componentes del tipo de interés y la volatilidad obtenemos el numerador de d_1

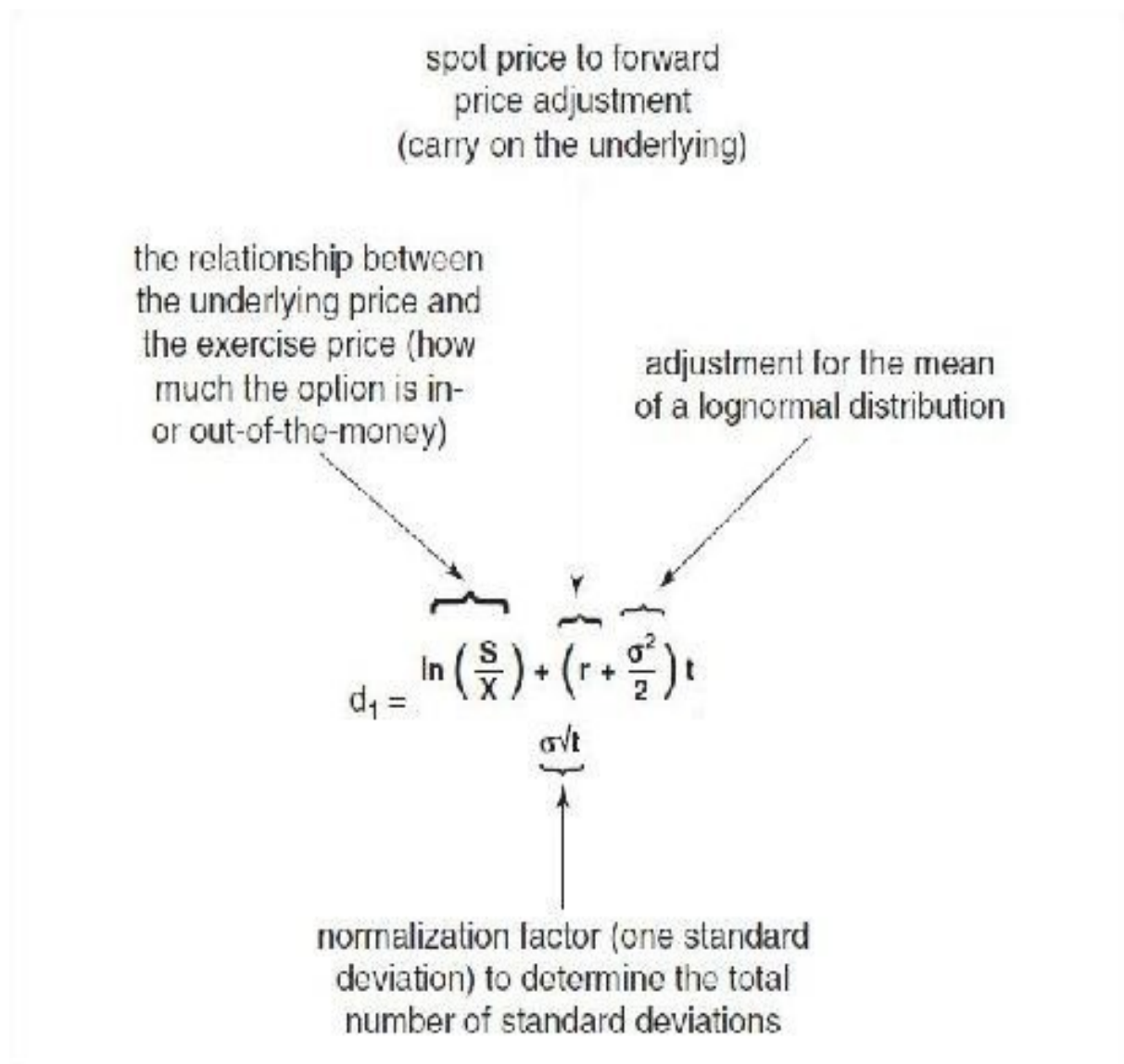
$$\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t$$

Por último, debemos convertir este valor en algún número de desviaciones típicas. Si conocemos el valor de una desviación típica, podemos dividirlo por este valor para determinar el número total de desviaciones típicas. De hecho, sabemos que en cualquier período de tiempo t , una desviación típica es igual a $\sigma\sqrt{t}$. Si dividimos por este valor, el resultado, d_1 , nos indica, en desviaciones típicas, a qué distancia se encuentra el precio de ejercicio de la acción.

de la media cuando se ajusta a una distribución lognormal

En la ecuación que se muestra en [la Figura 18-5](#), el cálculo de d_1 puede parecer algo complicado, pero en realidad no es más que un conjunto de ajustes del precio de ejercicio y del precio subyacente que nos permiten utilizar una función de distribución normal acumulativa para calcular probabilidades.

Figura 18-5



Una vez determinado el valor de d_1 , multiplicando el precio a plazo de la acción por $N(d_1)$ obtenemos el valor medio de todas las acciones por encima del precio de ejercicio al vencimiento.

Una vez calculado el valor medio de todas las acciones por encima del precio de ejercicio, todavía tenemos que determinar la probabilidad de que se ejerza la opción. Para ello, necesitamos la mediana de la distribución, el punto que biseca exactamente el número total de ocurrencias. En [la Figura 18-4](#), podemos ver que la mediana en una distribución lognormal cae en algún lugar a la izquierda de la media. ¿Cuánto a la izquierda? De hecho, la mediana cae a la izquierda en $\sigma\sqrt{t}$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

El valor $N(d_2)$ utiliza la mediana para calcular la probabilidad de que la opción esté dentro del dinero al vencimiento y, por tanto, se ejerza. Multiplicando esta probabilidad por el precio de ejercicio obtenemos el importe medio que pagaremos al vencimiento si poseemos la opción

$$XN(d_2)$$

Tomando el valor medio de las acciones que recibiremos al vencimiento y restando el importe medio que pagaremos al vencimiento, obtenemos el valor esperado de la opción de compra

$$Se^{rt}N(d_1) - XN(d_2)$$

Aún queda un último paso para calcular el valor teórico de una opción de compra, y este paso explica cómo los términos $Se^{rt}N(d_1)$ y $XN(d_2)$ se convierten en $SN(d_1)$ y $Xe^{-rt}N(d_2)$, que es como aparecen en el modelo Black-Scholes. La dirección

La expresión $Se^{rt}N(d_1) - XN(d_2)$ representa el valor esperado de la opción al vencimiento. Si debemos pagar hoy por la opción, el valor teórico es el valor actual del valor esperado. Multiplicando el valor esperado por e^{-rt} se obtiene la forma familiar del modelo Black-Scholes

$$C = [Se^{rt}N(d_1) - XN(d_2)]e^{-rt} = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2)$$

En el modelo Black-Scholes original, se suponía que el contrato subyacente era una acción que no pagaba dividendos. Sin embargo, desde su introducción, el se ha ampliado para evaluar opciones sobre otros tipos de instrumentos subyacentes. Lo más habitual es incluir un factor de ajuste b que varía en función del tipo de instrumento subyacente y del procedimiento de liquidación de las . Si r es el tipo de interés nacional y r_f es el tipo de interés extranjero, entonces

$b = r$	The original Black-Scholes model for options on a non-dividend-paying stock
$b = 0$	The Black model for options on futures
$b = r - r_f$	The Garman-Kohlhagen model for options on foreign currencies

El modelo Black-Scholes completo, con variaciones y sensibilidades, se presenta en [la Figura 18-6](#).

Figura 18-6 El modelo Black-Scholes.

If

- S = the spot price or underlying price
- X = the exercise price
- t = the time to expiration, in years
- r = the domestic interest rate
- σ = the annualized volatility or standard deviation, in percent

then the value of a European call, C , and the value of a European put, P , are given by

$$C = S e^{(b-r)t} N(d_1) - X e^{-rt} N(d_2)$$

$$P = X e^{-rt} N(-d_2) - S e^{(b-r)t} N(-d_1)$$

where
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(b + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(b - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

The common variations on the original Black-Scholes model are determined by the value of b .

If

- $b = r$: The Black-Scholes model for options on stock
- $b = r = 0$: The Black-Scholes model for options on futures where the options are subject to futures-type settlement
- $b = 0$: The Black model for options on futures where the options are subject to stock-type settlement
- $b = r - r_f$: The Garman-Kohlhagen model for options on foreign currencies, where r_f is the foreign interest rate

For options on a dividend paying stock the spot price, S , must be discounted by the value of the expected dividend payments. This can be approximated by setting $b = r - q$, where q is the annual dividend yield in percent. For a more exact calculation we can deduct from S the value of each dividend payment, D , together with the interest which can be earned on that dividend payment to expiration. S is then replaced by $S - \sum D e^{rt_j}$, where t_j is the time remaining from each dividend payment to expiration of the option.

	Call		Put
Delta (Δ)	$e^{(b-r)t} N(d_1)$		$e^{(b-r)t} [N(d_1) - 1]$
Gamma (Γ)	$\frac{e^{(b-r)t} n(d_1)}{S\sigma\sqrt{t}}$	same for calls and puts	$\frac{e^{(b-r)t} n(d_1)}{S\sigma\sqrt{t}}$
Theta (Θ)*	$\frac{-Se^{(b-r)t} n(d_1)\sigma}{2\sqrt{t}} + (b-r)Se^{(b-r)t} N(d_1) - Xe^{-rt} N(d_2)$		
Vega**	$Se^{(b-r)t} n(d_1)/\sqrt{t}$	same for calls and puts	$Se^{(b-r)t} n(d_1)/\sqrt{t}$
Rho (ρ)**	$tXe^{-rt} N(d_2)$ if $b \neq 0$ $-tC$ if $b = 0$		$-tXe^{-rt} N(-d_2)$ if $b \neq 0$ $-tP$ if $b = 0$
Rho, or Phi (Φ)	$-tSe^{(b-r)t} N(d_1)$		$tSe^{(b-r)t} N(-d_1)$
Elasticity (Λ)	$\Delta_c (S/C)$		$\Delta_p (S/P)$

*The theta formula gives the sensitivity of the option to the passage of one year. To express theta values in the more common form of daily decay the theta must be divided by 365.

**The vega and rho formulas give the sensitivity of the option to a one full point (100%) change in volatility (the vega) or interest rates (rho). To express vega and rho values in the more common form of a one percentage point change in volatility or interest rates the vega and rho must be divided by 100.

	Call		Put
Vanna	$-e^{(b-r)t} n(d_1) \frac{d_2}{\sigma}$	same for calls and puts	$-e^{(b-r)t} n(d_1) \frac{d_2}{\sigma}$
Charm	$e^{(b-r)t} \left[n(d_1) \left(\frac{b}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{d_2}{2t} \right) + (b-r)N(d_1) \right]$		$e^{(b-r)t} \left[n(d_1) \left(\frac{b}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{d_2}{2t} \right) + (b-r)N(d_1) \right]$
Speed	$\frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{d_1}{\sigma\sqrt{t}} \right)$	same for calls and puts	$\frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{d_1}{\sigma\sqrt{t}} \right)$
Color	$\Gamma \left(r - b + \frac{bd_1}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{1-d_1d_2}{2t} \right)$	same for calls and puts	$\Gamma \left(r - b + \frac{bd_1}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{1-d_1d_2}{2t} \right)$
Volga (Vomma)	$\text{vega} \left(\frac{d_1d_2}{\sigma} \right)$	same for calls and puts	$\text{vega} \left(\frac{d_1d_2}{\sigma} \right)$
Vega Decay	$\text{vega} \left(r - b + \frac{bd_1}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{1-d_1d_2}{2t} \right)$	same for calls and puts	$\text{vega} \left(r - b + \frac{bd_1}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{1-d_1d_2}{2t} \right)$
Zomma	$\Gamma \left(\frac{d_1d_2 - 1}{\sigma} \right)$	same for calls and puts	$\Gamma \left(\frac{d_1d_2 - 1}{\sigma} \right)$
A complete listing of all sensitivities and their formulas can be found in <i>The Complete Guide to Option Pricing Formula</i> by Espen Gaarder Haug, 2nd Edition, 2007, McGraw-Hill.			

Una aproximación útil

Un operador puede preguntarse si es posible calcular un valor Black-Scholes sin utilizar un ordenador. En general, la respuesta es no; los cálculos son demasiado complejos. Sin embargo, hay un tipo de aproximación que muchos operadores pueden realizar sin demasiada dificultad.

Supongamos que una opción está exactamente en el dinero ($X=S$) y que falta un año para el vencimiento ($t=1$). Supongamos también que el tipo de interés es 0 ($r=0$) y que

que la volatilidad es del 1% ($\sigma = 0,01$). Esto significa que $\ln(S/X) = 0$ y $\sigma\sqrt{t} = 0,01$. Calculando d_1 y d_2 , obtenemos

$$d_1 = \frac{0.01^2/2}{0.01} = 0.005 \quad \text{and} \quad d_2 = \frac{-0.01^2/2}{0.01} = -0.005$$

Si calculamos $N(d_1)$ y $N(d_2)$, encontramos que

$$N(d_1) = 0,501995 \quad \text{y} \quad N(d_2) = 0,498005$$

Como el tipo de interés es 0, el valor de la opción de compra debe ser

$$(S \times 0,501995) - (X \times 0,498005)$$

Si $X = S$, el valor de la llamada es

$$X \times (0,501995 - 0,498005) = X \times 0,003990$$

¿Qué nos dice esta cifra? Para una opción europea a un año que está exactamente en el precio a plazo (es decir, el precio a plazo es igual al precio de ejercicio), por cada punto porcentual de , el valor esperado para la opción es igual al precio de ejercicio multiplicado por 0,00399. Si el precio de ejercicio es 100, valor esperado es $0,00399 \times 100 = 0,399$ por cada punto porcentual de volatilidad.

¿Por qué no cambia este valor a medida que aumentamos la volatilidad? Aunque el primer punto porcentual de volatilidad pueda valer 0,00399, quizás el segundo punto porcentual valga más o menos que 0,00399. Pero recuerde del [Capítulo 9](#) que la vega de una opción at-the-money es relativamente constante con respecto a los cambios en la volatilidad. Por lo tanto, a una volatilidad del 20 por ciento, el valor de una opción de compra de 100 debería ser

$$20 \times 100 \times 0,00399 = 7,98$$

Con una volatilidad del 35%, el valor debería ser

$$35 \times 100 \times 0,00399 = 13,965$$

También sabemos que el valor teórico de una opción at-the-forward es proporcional a su precio de ejercicio. Si el valor de una opción de compra a 100 a un año con una volatilidad del 20% es de 7,98, en las mismas condiciones, el valor de una opción at-the-forward

50 llamada debe ser

$$20 \times 50 \times 0,00399 = 3,99$$

y el valor de una llamada 125 debe ser

$$20 \times 125 \times 0,00399 = 9,975$$

Podemos afinar aún más nuestra aproximación si observamos que una opción at-the-money se compone enteramente de valor temporal y que el valor temporal de una opción es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo. Si una opción de compra de 100 a un año vale 7,98 con una volatilidad del 20%, la misma opción de compra a seis meses del vencimiento ($t = 0,5$) debe valer

$$7.98 \times \sqrt{0.5} = 7.98 \times 0.707 = 5.64$$

Por último, se trata de una aproximación al valor esperado. Para determinar el valor teórico, debemos descontar por el interés para obtener el valor actual. En resumen, para una opción europea exactamente a plazo, el valor esperado al vencimiento es aproximadamente³

$$X \times (\sigma \times 100) \times \sqrt{t} \times 0.00399$$

y el valor teórico i^{s(4)}

$$\frac{X \times (\sigma \times 100) \times \sqrt{t} \times 0.00399}{1 + r \times t}$$

Esta aproximación se aplica tanto a las opciones de compra como a las de venta, ya que, en virtud de la paridad entre opciones de venta y de compra, una opción de compra y una opción de venta europeas exactamente a plazo deben tener el mismo valor.

Por ejemplo, si la volatilidad es del 18%, ¿cuál es el valor esperado de una opción a tres meses ($t = 1/4$) a plazo con un precio de ejercicio de 65?

$$65 \times 0.18 \times 100 \times \sqrt{1/4} \times 0.00399 = 65 \times 18 \times 1/2 \times 0.00399 \approx 2.33$$

Si los tipos de interés son del 4 por ciento, el valor teórico de la opción es de aproximadamente

$$\frac{2.33}{1+0.04/4} = \frac{2.33}{1.01} \approx 2.31$$

Aunque se trata de una aproximación comúnmente utilizada, no es más que una aproximación. A medida que aumentamos el tiempo y la aproximación será en realidad ligeramente mayor que el verdadero valor Black-Scholes. Esto se debe a que la vega de una opción at-the-money disminuye ligeramente a medida que aumentamos la volatilidad, y esta disminución se magnifica con un mayor tiempo hasta el vencimiento. Esto puede verse en [la Figura 9-14](#): la vega de una opción at-the-money, aunque relativamente constante con respecto a los cambios en la volatilidad, de hecho disminuye ligeramente con el aumento de la volatilidad. Si, en nuestro ejemplo, elevamos la volatilidad al 40% y aumentamos el tiempo hasta el vencimiento a dos años, la aproximación para el valor esperado es

$$65 \times 40 \times \sqrt{2} \times 0.00399 = 65 \times 40 \times 1.414 \times 0.00399 \approx 14.67$$

mientras que el valor esperado real Black-Scholes es de 14,48.

El lector familiarizado con las características de una distribución normal estándar puede haber reconocido ya la importancia del valor 0,00399. Refiriéndose a [la Figura 18-2](#), para una distribución normal estándar con una media de 0 y una desviación estándar de 1, el pico de la distribución tiene un valor de aproximadamente 0,399 (más exactamente, 0,398942). Dado que una volatilidad del 1% representa 1/100 de una desviación típica, el valor del modelo es $0,399/100 = 0,00399$.

El Delta

En el modelo Black-Scholes, el delta de una opción es igual a $N(d_1)$. Cuando definimos el delta en [el capítulo 7](#), sugerimos que el delta es aproximadamente la probabilidad de que una opción termine dentro del dinero. Pero ahora sabemos que la verdadera probabilidad de que una opción termine en dinero es igual a $N(d_2)$. Aunque $N(d_1)$ y $N(d_2)$ suelen tener valores muy próximos, especialmente en el caso de las opciones a corto plazo, $N(d_1)$ (la delta) siempre es mayor que $N(d_2)$.

Para una opción de compra a plazo, el delta será superior a 50, aunque sólo sea ligeramente. Porque sabemos que

$$\text{Put delta} = \text{call delta} - 100$$

el delta de una opción de venta será inferior a -50 en valor absoluto. Esto significa que una

El straddle a plazo tendrá un delta positivo. Si una opción de compra y una opción de venta tienen el mismo precio de ejercicio, ¿a qué precio a plazo será idéntica la delta de la opción de compra y de la opción de venta? Esto ocurrirá cuando d_1 sea exactamente 0. Por lo tanto, un straddle será exactamente delta neutro cuando

$$\ln\left(\frac{S}{X}\right) + [r + (\sigma^2/2)]t = 0$$

Resolviendo, para S , obtenemos

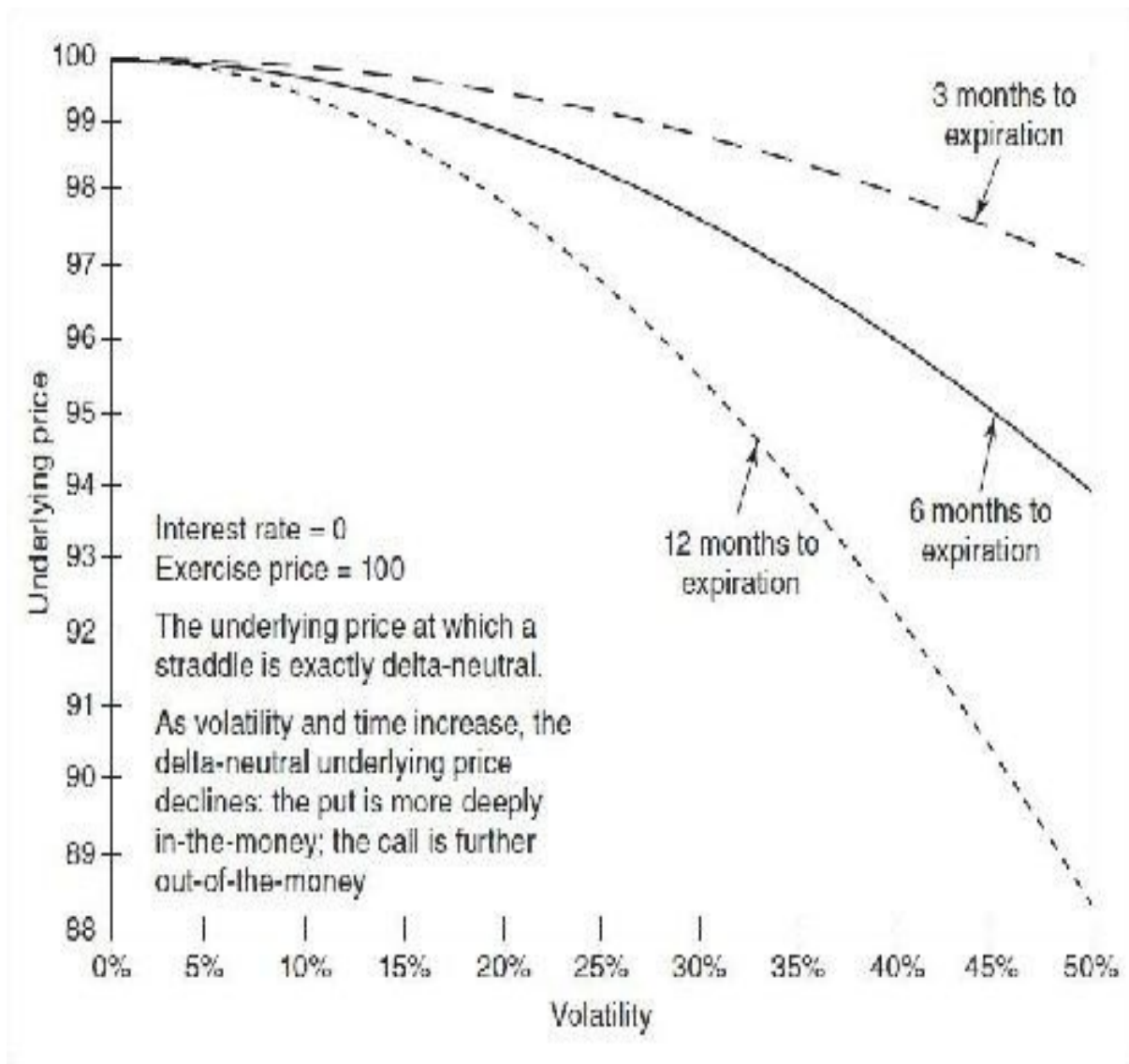
$$S = Xe^{[r + (\sigma^2/2)]t}$$

Para que un straddle sea exactamente delta neutro, el precio a plazo será al precio de ejercicio en un factor de

$$(e)^{[r + (\sigma^2/2)]t}$$

A medida que aumenta el tiempo o la volatilidad, el precio a plazo al que el straddle es delta neutro cae cada vez más por debajo del precio de ejercicio: la opción de compra se más del dinero y la opción de venta entra más en el dinero. Con un tipo de interés 0, en la [Figura 18-7](#) se muestra el precio subyacente al que un straddle de 100 será exactamente delta neutro. Con volatilidades muy bajas, el precio delta neutral se aproxima a 100. Pero, a volatilidades muy altas y con un tiempo creciente hasta el vencimiento, el precio delta-neutral está muy por debajo de 100.

Figura 18-7 Precio subyacente al que un straddle es exactamente delta-neutral.



El Theta

De todas las sensibilidades derivadas del modelo Black-Scholes, la fórmula para theta es probablemente la más compleja. Dependiendo del instrumento subyacente y del procedimiento de liquidación de la opción, el paso del tiempo afecta al valor de la opción de tres formas distintas. En primer lugar, se produce un decaimiento del valor de volatilidad de la opción: a medida que pasa el tiempo, la distribución de los posibles precios al vencimiento se restringe. Esto está representado por el primer término de la fórmula theta

$$\frac{-Se^{(b-r)t}n(d_1)\sigma}{2\sqrt{t}}$$

En segundo lugar, en el caso de un contrato subyacente, como las acciones, se supone que el precio al contado se aproxima al precio a plazo a medida que pasa el tiempo. Esto se representa mediante el segundo término de la fórmula theta

$$(b - r)Se^{(b-r)t} N(d_1)$$

Por último, el valor actual del valor esperado de la opción al vencimiento cambia a medida que pasa el tiempo. Esto aparece en la fórmula como

$$rXe^{-rt} N(d_2)$$

Sabemos por la paridad put-call que el valor de la volatilidad para una call y una put con idénticas especificaciones contractuales debe ser el mismo. Por lo tanto, el signo del primer componente, la caída del valor de volatilidad, debe ser el mismo para opciones de compra y de venta. Los otros dos componentes de theta dependen de los efectos de los tipos de interés y pueden ser positivos o negativos en función del procedimiento de liquidación y de si la opción es una opción de compra o de venta.

El decaimiento del valor de volatilidad es casi siempre más importante que las consideraciones de interés y tenderá a dominar el cálculo de theta. Si los tipos de interés son 0 o si las opciones sobre futuros están sujetas a una liquidación de tipo futuro, los componentes segundo y tercero de la fórmula theta serán 0, dejando únicamente el componente de decaimiento de la volatilidad. En este , el componente de decaimiento de la volatilidad, a veces denominado *theta sin deriva*, será el único factor que determine cómo cambia el valor teórico de una opción a medida que pasa el tiempo.

Máximo Gamma, Theta y Vega

En [el Capítulo 7](#), sugerimos que una opción tiene sus máximos gamma, theta y vega cuando está exactamente . Pero, al igual que tendemos a asignar un delta de 50 a una opción at-the-money, esto es sólo una aproximación. ¿Dónde se produce realmente el máximo de gamma, theta y vega?

Sin entrar en la derivación matemática, podemos resumir los precios críticos subyacentes S de la siguiente manera:

Delta of 50:

$$S = Xe^{(-b-\sigma^2/2)t}$$

Maximum gamma⁵:

$$S = Xe^{(-b-3\sigma^2/2)t}$$

Maximum theta⁵:

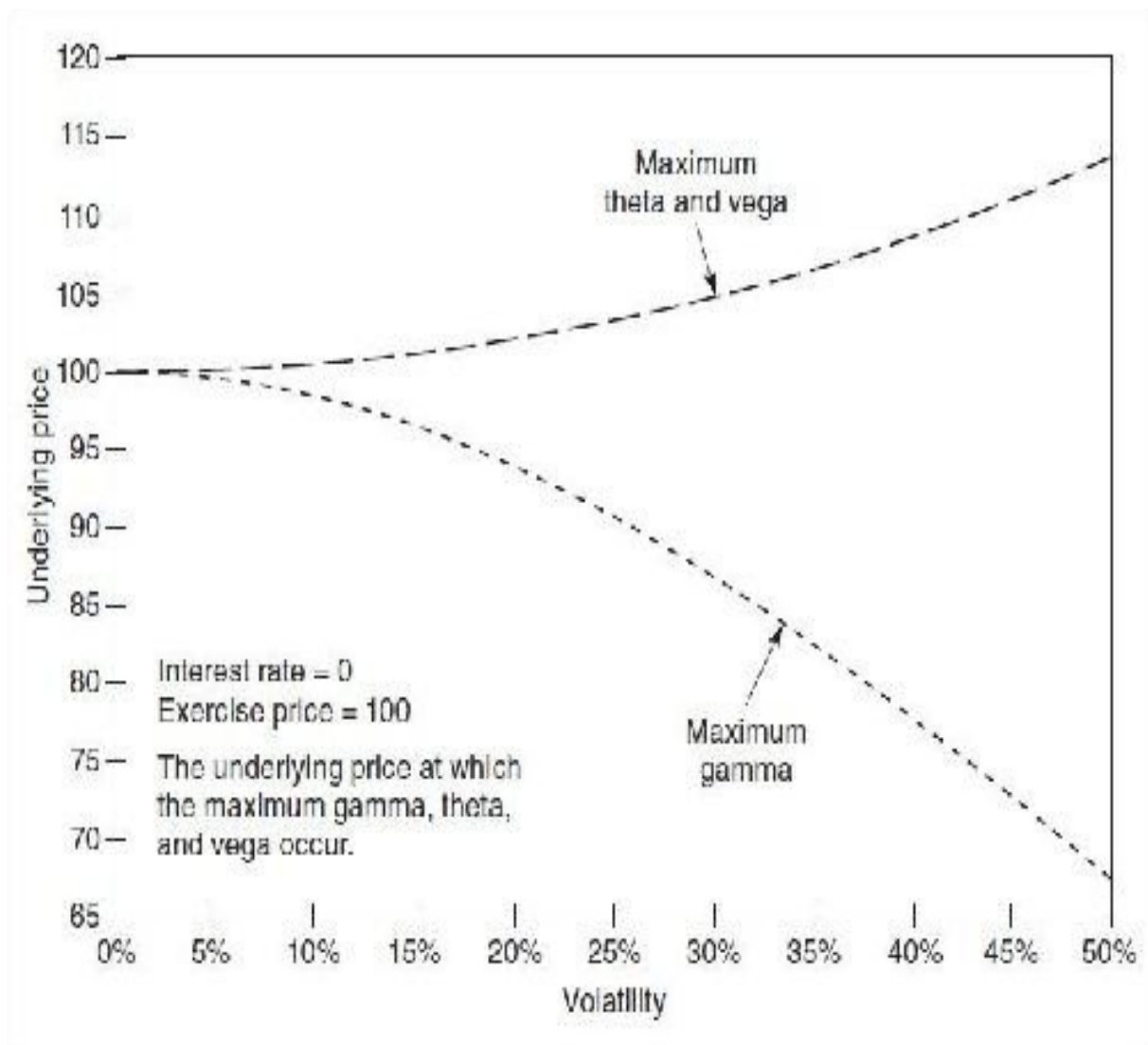
$$S = Xe^{(b+\sigma^2/2)t}$$

Maximum vega⁵:

$$S = Xe^{(-b+\sigma^2/2)t}$$

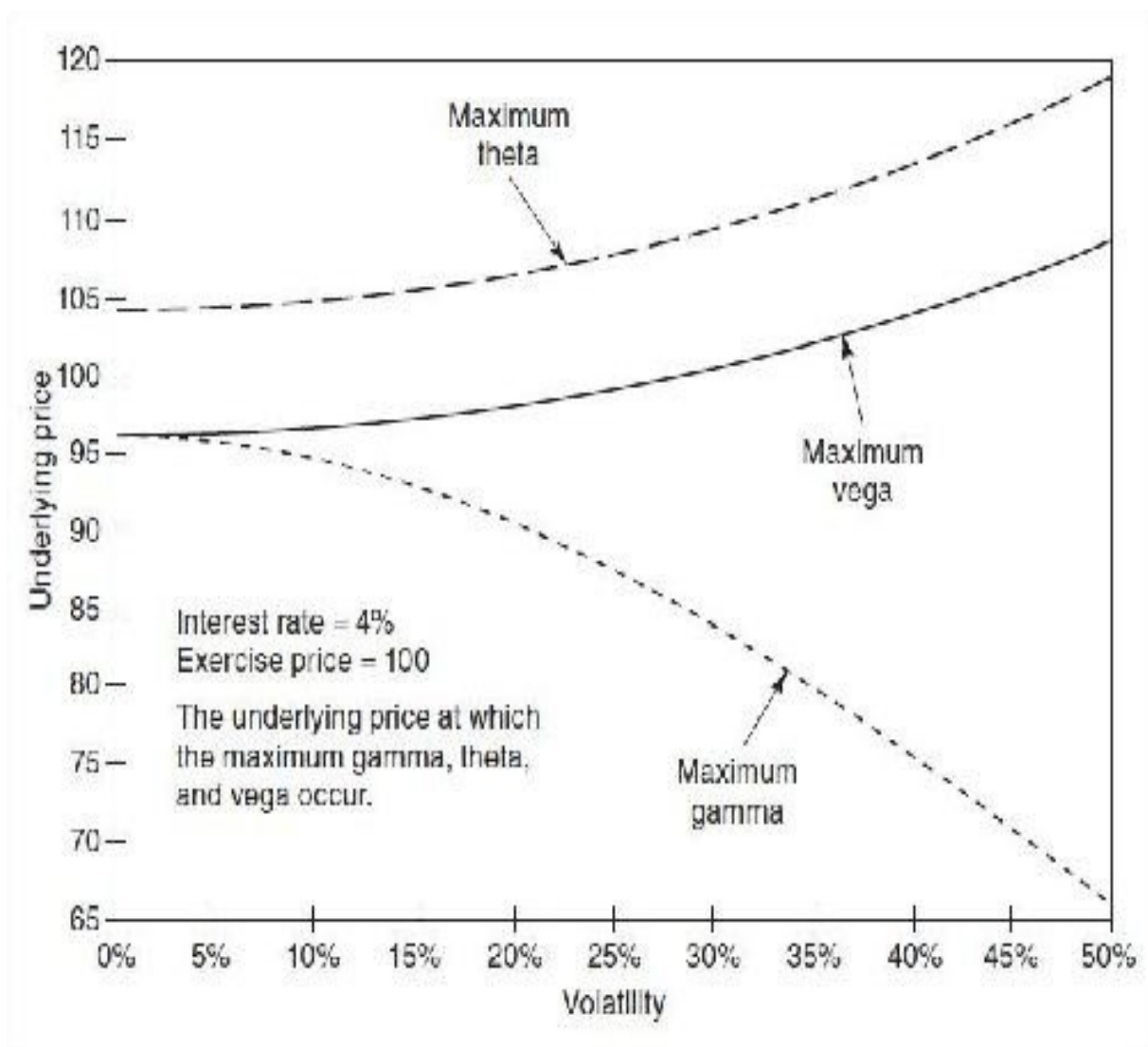
Si $b = 0$, la gamma y theta máximas se producirán a un precio subyacente superior al precio de ejercicio, y la vega máxima se producirá a un precio subyacente inferior al precio de ejercicio. Además, la gamma y theta máximas se producirán al mismo precio subyacente. Esto se muestra en [la Figura 18-8](#) para una opción a un año con un precio de ejercicio de 100. Si subimos los tipos de interés ($b > 0$), el precio subyacente en el que se producen los máximos gamma y vega bajará y el precio subyacente en el que se produce el máximo theta subirá. Esto se muestra en [la Figura 18-9](#).

Figura 18-8 Con un tipo de interés cero, el precio subyacente al que se producen los máximos gamma, theta y vega.*



*También podemos relacionar los precios subyacentes críticos con las medidas de riesgo de orden superior. Si ignoramos los extremos, donde la opción está muy dentro del dinero o muy fuera del dinero, la gamma máxima se producirá cuando la *velocidad* de la opción sea 0. La theta máxima se producirá cuando *el encanto* de la opción sea 0. La vega máxima se producirá cuando la *vanna* de la opción sea 0.

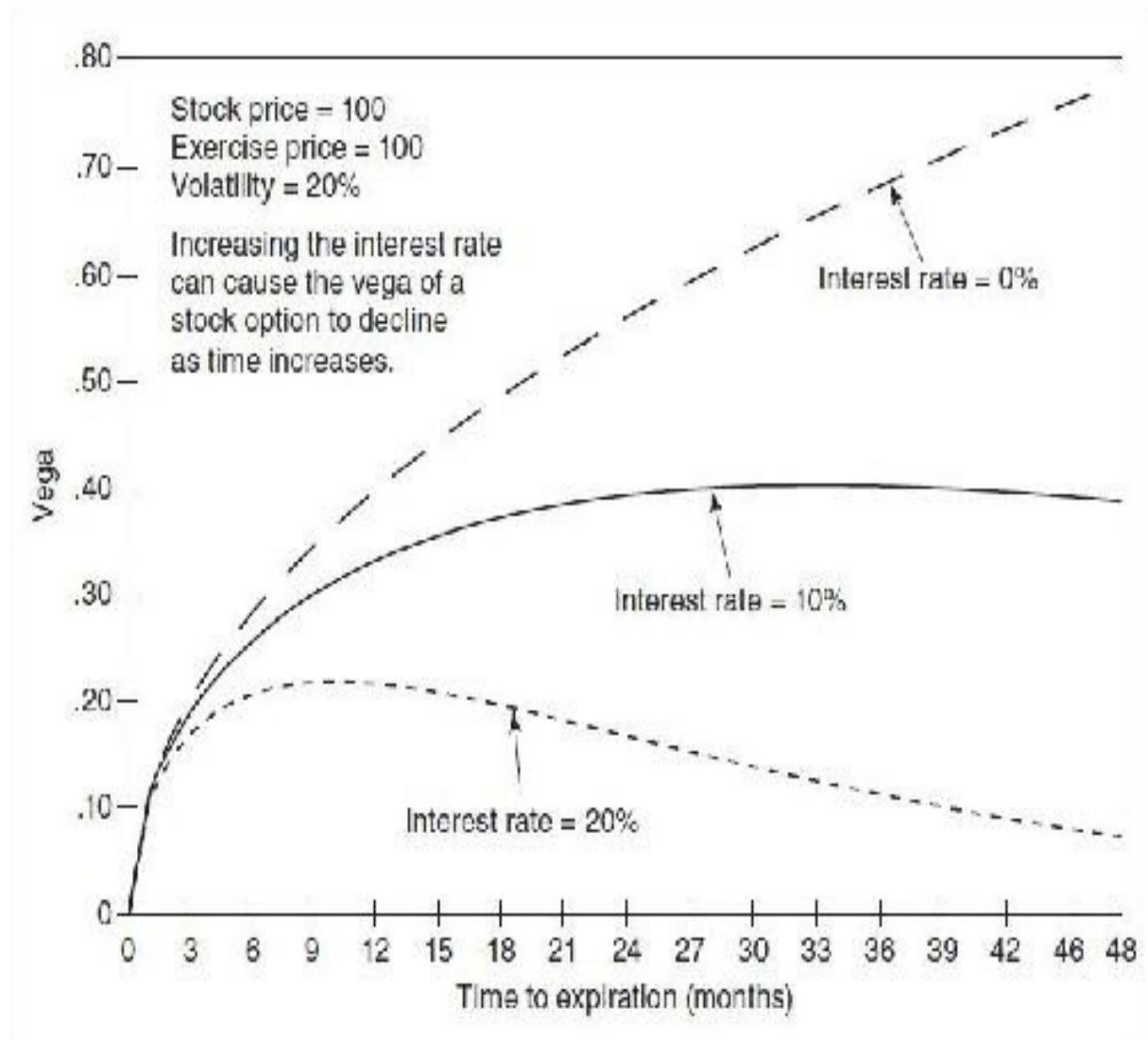
Figura 18-9 A un tipo de interés del 4%, el precio subyacente al que se producirán los máximos gamma, theta y vega.



También podríamos considerar qué ocurrirá con la vega de una opción a medida que cambiemos el tiempo. La respuesta puede parecer obvia porque antes hemos supuesto que la vega siempre aumenta con el tiempo: las opciones a largo plazo son más sensibles a un cambio en la volatilidad que las opciones a corto plazo. Pero esto sólo es cierto si el precio subyacente es igual al precio a plazo, como se supone al evaluar opciones sobre futuros. Si evaluamos una opción sobre acciones, el precio a plazo de las acciones es una función tanto del tiempo como de los tipos de interés. Si los tipos de interés son superiores a 0, y suponiendo que no hay dividendos, a medida que aumentamos el tiempo, el precio a plazo aumentará, haciendo que la opción sea más o menos a plazo. Dado que una opción a plazo tiende a tener la vega más alta, el cambio en el tiempo puede hacer que la vega de una opción aumente o disminuya. Esto significa que, en determinadas condiciones, es posible que la vega de una opción sobre acciones disminuya

si aumentamos a vencimiento. Podemos ver este efecto en la [Figura 18-10](#).

Figura 18-10 Vega a medida que cambian el tiempo y el interés.

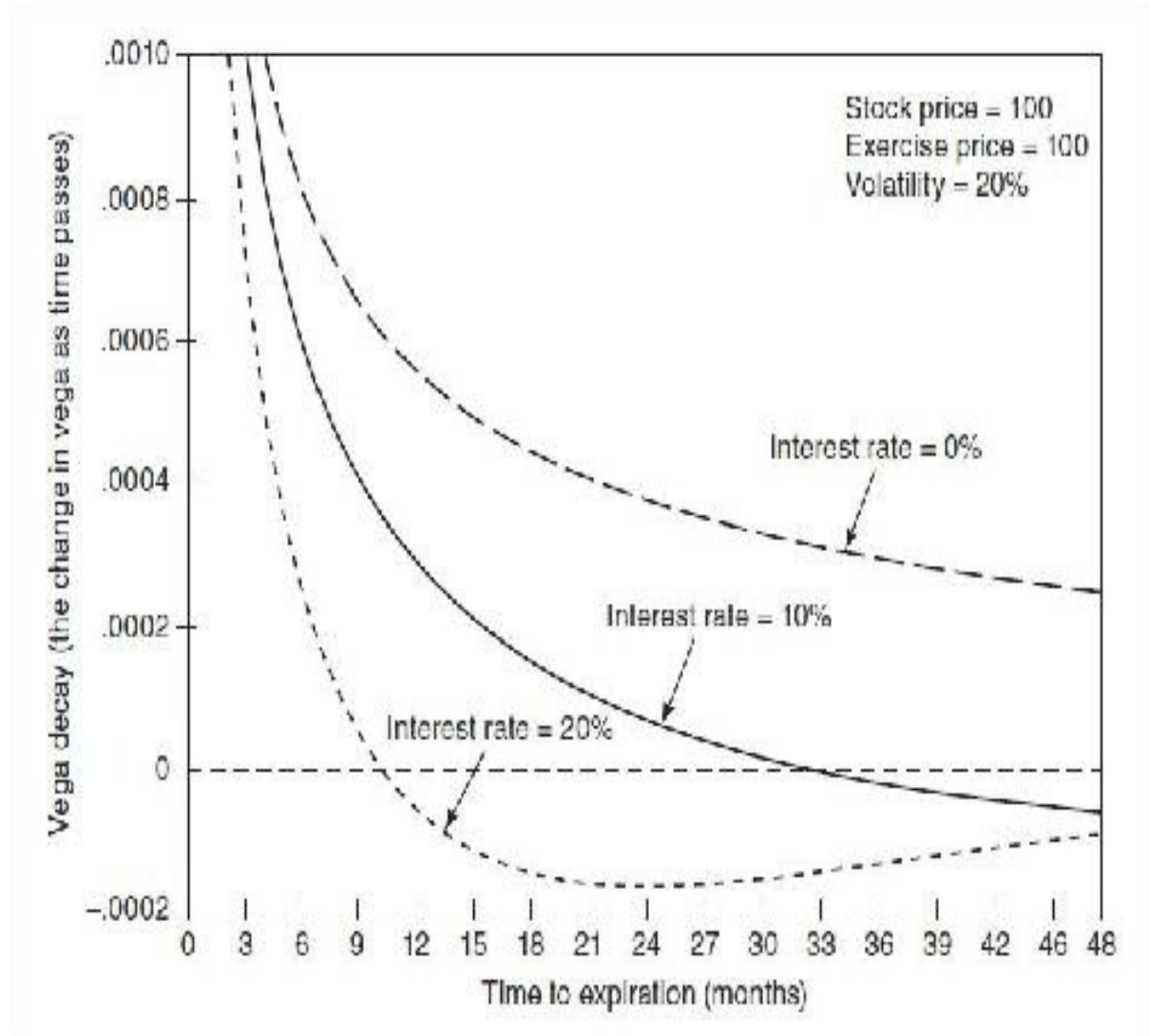


Con un precio de la acción subyacente de 100, una volatilidad del 20% y un tipo de interés de 0, la vega de una opción de compra de 100 siempre aumenta a medida que incrementamos el tiempo hasta el vencimiento. Pero a medida que aumentamos los tipos de interés, llega un momento en que ocurre lo contrario: la vega de la opción empieza a disminuir a medida que aumentamos el tiempo hasta el vencimiento. A un tipo de interés del 10%, esto ocurre si quedan más de 33 meses para el vencimiento. Con un tipo de interés del , el momento crítico es cuando faltan 10 meses para el vencimiento.

También podemos ver dónde se encuentran estos puntos críticos observando un gráfico de la *caída vega*, como se muestra en [la Figura 18-11](#). A un tipo de interés de 0, la *caída vega* siempre es positiva. A un tipo de interés de 0, la caída vega es siempre positiva. A un tipo de interés del 10%, la caída vega es positiva con

a menos de 33 meses del vencimiento, pero negativa a más de 33 meses. Y a un tipo de interés del 20%, la vega es positiva a menos de 10 meses del vencimiento y negativa a más de 10 meses.

Figura 18-11 Decaimiento de Vega al cambiar el tiempo y el interés.



¹El modelo Black-Scholes se denomina *a veces modelo Black-Scholes-Merton* porque Robert Merton, asociado originalmente al Instituto Tecnológico de Massachusetts, contribuyó significativamente a la teoría de la valoración de opciones. Merton y Scholes recibieron conjuntamente el Premio Nobel de Economía en 1997 por sus trabajos sobre la valoración de opciones. Fischer Black, lamentablemente, falleció en 1995.

²De hecho, podríamos eliminar rt y, al mismo tiempo, sustituir S por su precio a plazo $Sert$. Los valores son los mismos: $\ln(S/X) + rt = \ln(Sert/X)$.

³Para simplificar aún más esta aproximación, muchos operadores redondean 0,00399 a 0,004. Esto conduce a lo que a veces se denomina la *regla del 40%*: el valor esperado de una opción a plazo es igual aproximadamente al 40% de una desviación típica, donde una desviación típica es igual a $F \times \sigma \sqrt{t}$.

⁴Para un cálculo más exacto, $1 + r \times t$ puede sustituirse por e^{rt} .

Valoración binómica de opciones

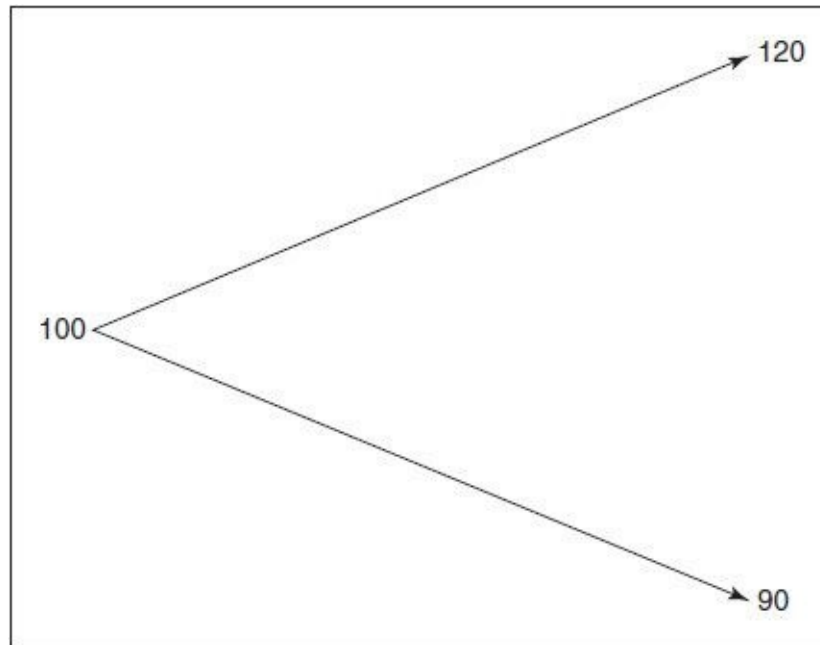
El modelo Black-Scholes es el más utilizado de todos los modelos teóricos de valoración de opciones. Desgraciadamente, para entenderlo a fondo hay que estar familiarizado con las matemáticas avanzadas. A finales de la década de 1970, tres profesores, John Cox, del Instituto Tecnológico de Massachusetts, Stephen Ross, de la Universidad de Yale, y Mark Rubinstein, de la Universidad de California en Berkeley, intentaban desarrollar un método para explicar a sus alumnos la teoría básica de la valoración de opciones sin utilizar matemáticas avanzadas. El método que propusieron,

binomial option pricing [\(1\)](#) no sólo es relativamente fácil de entender, sino que el *modelo binomial* (también conocido como *modelo Cox-Ross-Rubinstein*) resultante de este enfoque puede utilizarse para valorar algunas opciones (principalmente opciones americanas) que no pueden valorarse utilizando el modelo Black-Scholes.

Un mundo sin riesgos

Considere un valor que cotiza actualmente a 100 y que, algún día en el futuro, puede adoptar uno de dos precios, 120 y 90. Suponiendo que no haya consideraciones de intereses o dividendos, ¿preferiría comprar o vender este valor al precio actual de 100?

Instintivamente, parece que uno preferiría estar largo en este valor a un precio de 100 que corto en el valor al mismo precio. Al fin y al cabo, el valor puede subir 20, pero bajar sólo 10.



La decisión de ir en largo se basa probablemente en el supuesto de que la probabilidad de que el precio suba y baje es la misma, el 50%. Pero, ¿por qué han de ser iguales las probabilidades? Quizá la probabilidad de movimiento en una sea mayor que la probabilidad de movimiento en la otra dirección. De hecho, debería haber una probabilidad de movimiento al alza p y de movimiento a la baja $1 - p$ tal que a un inversor le resultara indiferente comprar o vender el valor. Para que un inversor sea indiferente, el valor total esperado debe ser igual al precio actual de 100

$$p \times 120 + (1 - p) \times 90 = 100$$

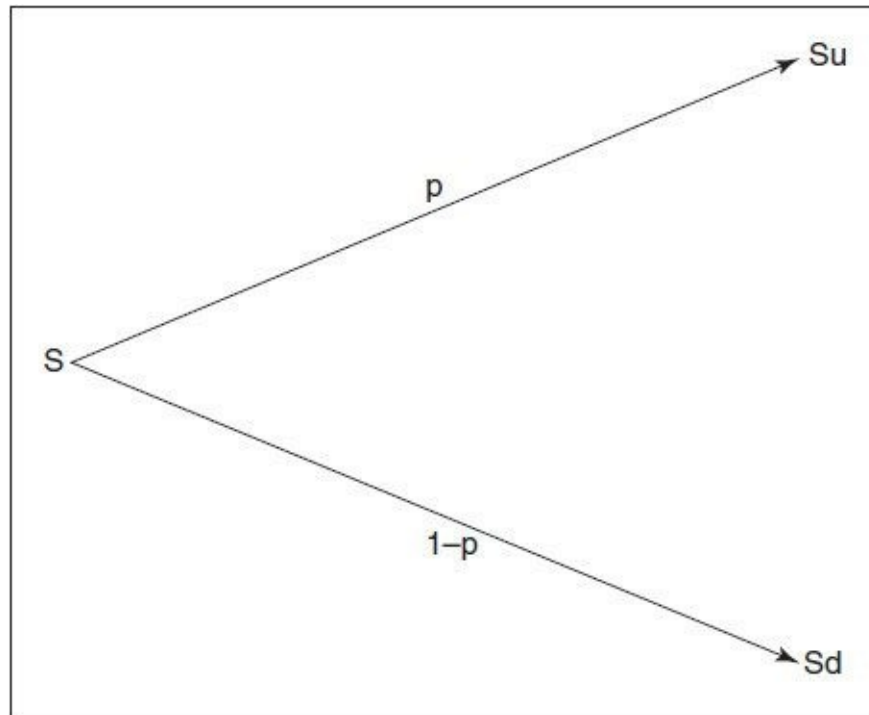
Resolviendo para p , obtenemos

$$120p + 90 - 90p = 100 \Rightarrow 30p = 10 \Rightarrow p = \frac{1}{3}$$

Podemos confirmar que esto es correcto haciendo la aritmética

$$\frac{1}{3} \times 120 + \frac{2}{3} \times 90 = 40 + 60 = 100$$

Si S es el precio actual del valor podemos generalizar este enfoque definiendo u y d como multiplicadores que representan las magnitudes de los movimientos al alza y a la baja. El resultado es un *árbol binomial* de un período:



En un mundo *neutral al riesgo*,

$$pSu + (1 - p)Sd = S$$

Resolviendo para p ,

$$p(Su) + (1 - p)Sd = S \Rightarrow pu + d - pd = 1 \Rightarrow p = (1 - d)/(u - d)$$

En nuestro ejemplo original, u y d eran 1,20 y 0,90, respectivamente, con p igual a

$$\frac{1 - 0.90}{1.20 - 0.90} = \frac{0.10}{0.30} = \frac{1}{3}$$

¿Cuáles deben ser p y $1 - p$ para una acción que no paga dividendos? Para que a un inversor le resulte indiferente comprar o vender, las probabilidades neutrales al riesgo deben arrojar un valor igual al precio a plazo de la acción $S(1 + r \times t)$. Por lo tanto,

$$p(Su) + (1 - p)Sd = S(1 + r \times t) \Rightarrow pu + d - pd = 1 + r \times t \Rightarrow p = \frac{(1 + r \times t) - d}{u - d}$$

Valorar una opción

Supongamos que queremos valorar una opción utilizando un árbol binomial de un período. Sabemos que al vencimiento una opción vale exactamente su valor intrínseco, el máximo de $[S - X, 0]$ para una opción de compra y el máximo de $[X - S, 0]$ para una opción de venta. En un árbol binomial de un período, el valor esperado de una opción de compra es

$$p \times \max[Su - X, 0] + (1 - p) \times \max[Sd - X, 0]$$

El valor teórico de la opción de compra es el valor actual del valor esperado

$$\frac{p \times \max[Su - X, 0] + (1 - p) \times \max[Sd - X, 0]}{1 + r \times t}$$

Utilizando el mismo razonamiento, el valor teórico de la opción de venta es

$$\frac{p \times \max[X - Su, 0] + (1 - p) \times \max[X - Sd, 0]}{1 + r \times t}$$

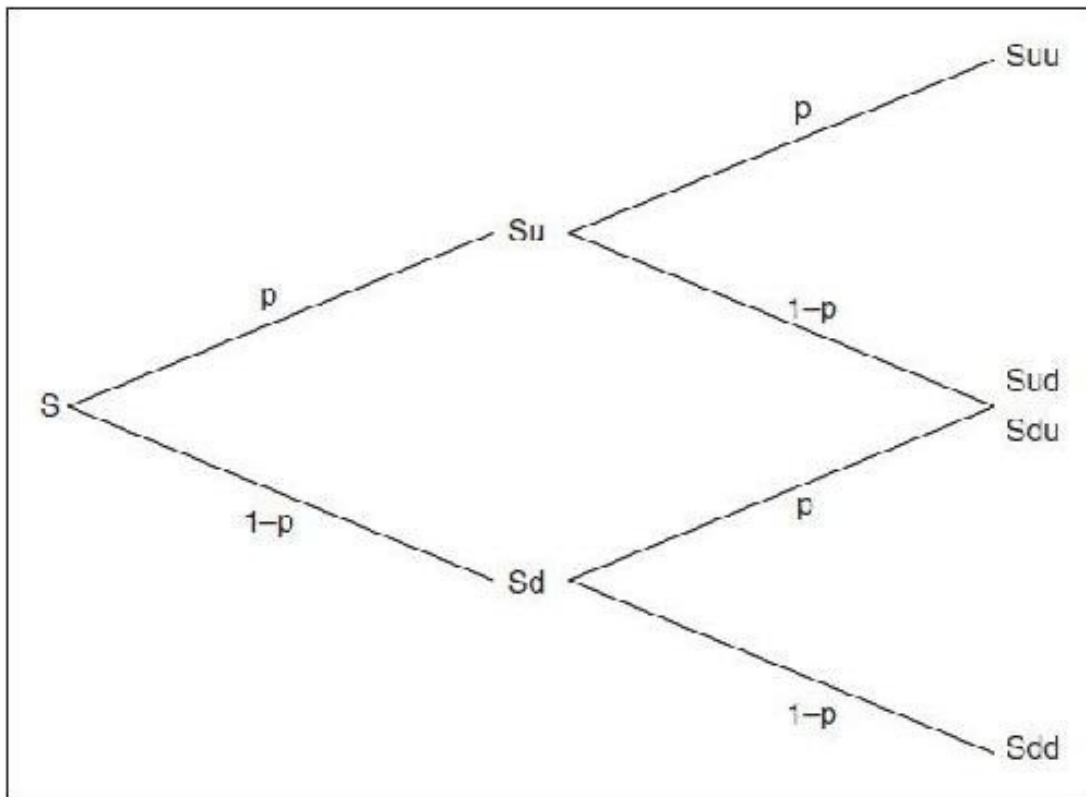
Supongamos que ampliamos nuestro árbol binomial a dos períodos de longitud $t/2$ cada uno y que también suponemos que u y d son inversos multiplicativos. Entonces

$$d = 1/u \gg u = 1/d \gg ud = du = 1$$

Esto significa que un movimiento al alza seguido de un movimiento a la baja o un movimiento a la baja seguido de un movimiento al alza da como resultado el mismo precio. Si las magnitudes de los movimientos al alza y a la baja u y d son las mismas en cada rama de nuestro árbol, entonces en un mundo neutral al riesgo, la probabilidad de un movimiento al alza siempre será

$$p = \frac{[1 + (r \times t/n)] - d}{u - d}$$

y la probabilidad de un movimiento a la baja siempre será $1 - p$.



Ahora hay tres precios posibles para el subyacente al *vencimiento*: *Suu*, *Sud* y *Sdd*. Sólo hay un camino que conduzca a *Suu* o a *Sdd*. Pero hay dos caminos posibles hacia el precio medio *Sud*. El subyacente puede subir y luego bajar o bajar y luego subir. El valor teórico de una opción de compra en el ejemplo de dos periodos es

$$\frac{p \times \max[Suu - X, 0] + 2 \times p \times (1 - p) \times \max[Sud - X, 0] + (1 - p) \times \max[Sdd - X, 0]}{(1 + r \times t/2)^2}$$

El valor de una opción de venta es

$$\frac{p \times \max[X - Suu, 0] + 2 \times p \times (1 - p) \times \max[X - Sud, 0] + (1 - p) \times \max[X - Sdd, 0]}{(1 + r \times t/2)^2}$$

Utilizando este enfoque, podemos ampliar nuestro árbol binomial a cualquier número de periodos.

Si

n = número de periodos en el árbol binomial

t = plazo de vencimiento en años
 r = tipo de interés anual

los posibles precios subyacentes terminales son

$$Su^j d^{(n-j)} \text{ para } j= 0, 1, 2, \dots, n$$

El número de caminos que llevarán a cada precio terminal viene dado por el *expansio binomial*^{[n\(2\)](#)}

$$\frac{n!}{j!(n-j)!}$$

Los valores de una call y una put europeas son

$$\text{Call} = \frac{1}{(1+r \times t/n)^n} \sum_{j=0}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} \times p^j (1-p)^{n-j} \times \max[Su^j d^{n-j} - X, 0]$$

$$\text{Put} = \frac{1}{(1+r \times t/n)^n} \sum_{j=0}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} \times p^j (1-p)^{n-j} \times \max[X - Su^j d^{n-j}, 0]$$

Un ejemplo de tres periodos

Supongamos que

$n=3$
 $S=100$
 $t=9$ meses (0,75 años)
 $r=4$ por ciento (0,04)
 $u=1.05$
 $d=1/u \approx 0,9524$

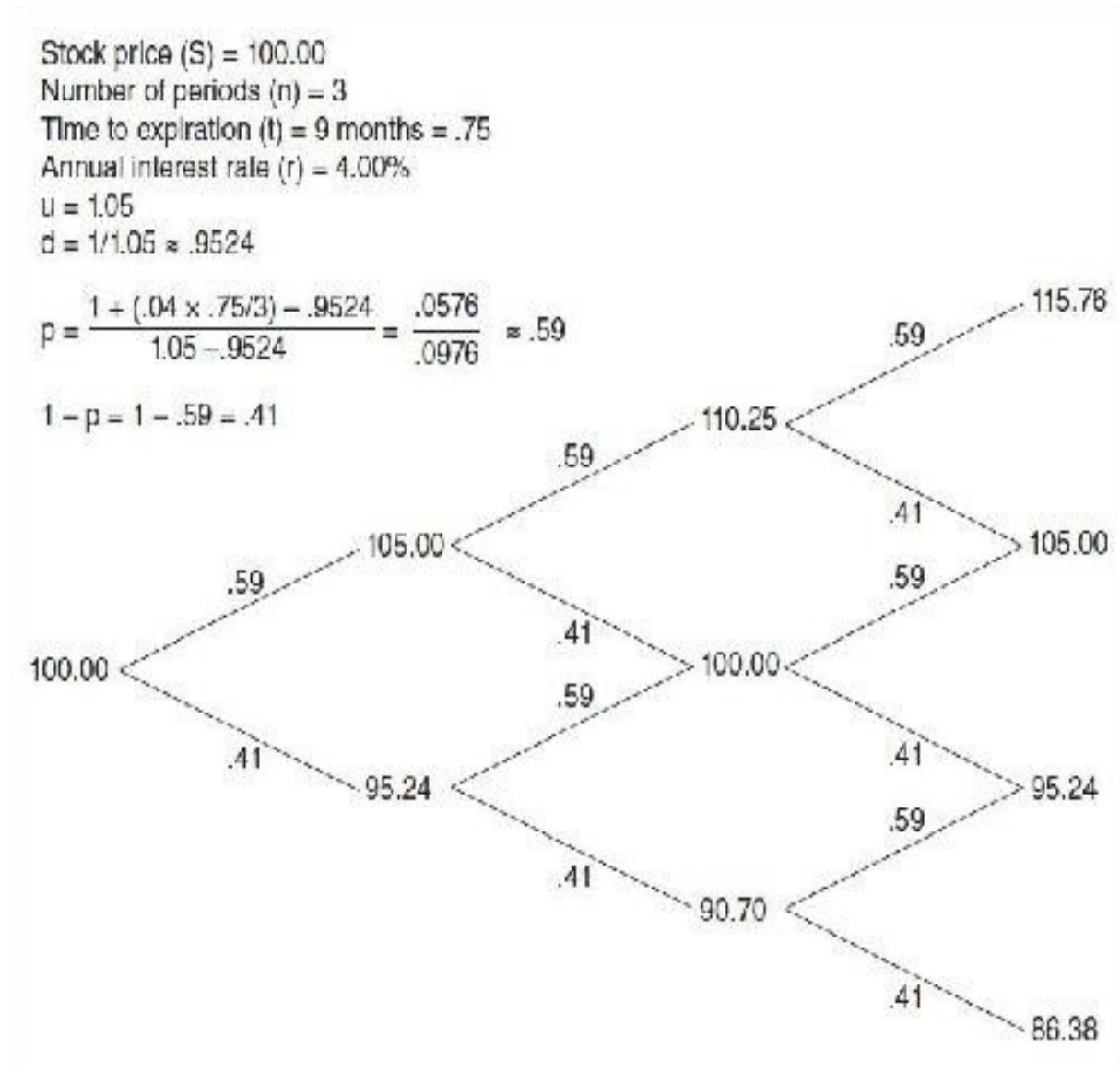
Entonces los valores de p y $1-p$ son

$$p = \frac{(1+r \times t/n) - d}{u - d} = \frac{(1+0.03/3) - 0.9524}{1.05 - 0.9524} = 0.59$$

$$1-p = 1 - 0.59 = 0.41$$

El árbol binomial completo de tres periodos se muestra en [la Figura 19-1](#).³

Figura 19-1 Un árbol binomial de tres periodos.



Utilizando el árbol binomial de tres periodos, ¿cuál debería ser el valor de una opción de compra de 100 y de una opción de venta de 100?

Terminal Price	100 Call Value	100 Put Value	Probability	Number of Paths	Total Probability
115.76	15.76	0	$0.59 \times 0.59 \times 0.59 = 0.2054$	1	0.2054
105.00	5.00	0	$0.59 \times 0.59 \times 0.41 = 0.1427$	3	0.4281
95.24	0	4.76	$0.59 \times 0.41 \times 0.41 = 0.0992$	3	0.2976
86.38	0	13.62	$0.41 \times 0.41 \times 0.41 = 0.0689$	1	0.0689

El valor de la llamada 100 es

$$\frac{0.2054 \times (115.76 - 100) + 0.4281 \times (105.00 - 100)}{(1 + 0.03/3)^3} - \frac{0.2054 \times 15.76 + 0.4281 \times 5.00}{(1.0927/3)^3} = 5.22$$

El valor de la opción de venta de 100 es

$$\frac{0.2976 \times (100 - 95.24) + 0.0689 \times (100 - 86.38)}{(1 + 0.03/3)^3} - \frac{0.2976 \times 4.76 + 0.0689 \times 13.62}{1.0927} = 2.28$$

Si los valores de la opción de compra y de la opción de venta de 100 son correctos, deberían ser coherentes con la paridad entre la opción de venta y la opción de venta.

$$C - P = \frac{F - X}{1 + r \times t}$$

Podemos comprobarlo calculando primero el precio a plazo de la acción. Dado estamos capitalizando los intereses en tres periodos de tiempo, precio a plazo es

$$F = 100 \times (1 + 0.75 \times 0.04/3)^3 = 100 \times 1.0303 = 103.03$$

Entonces

$$\frac{F - X}{(1 + r \times t/n)^n} = \frac{103.03 - 100}{1.0303} = 2.94$$

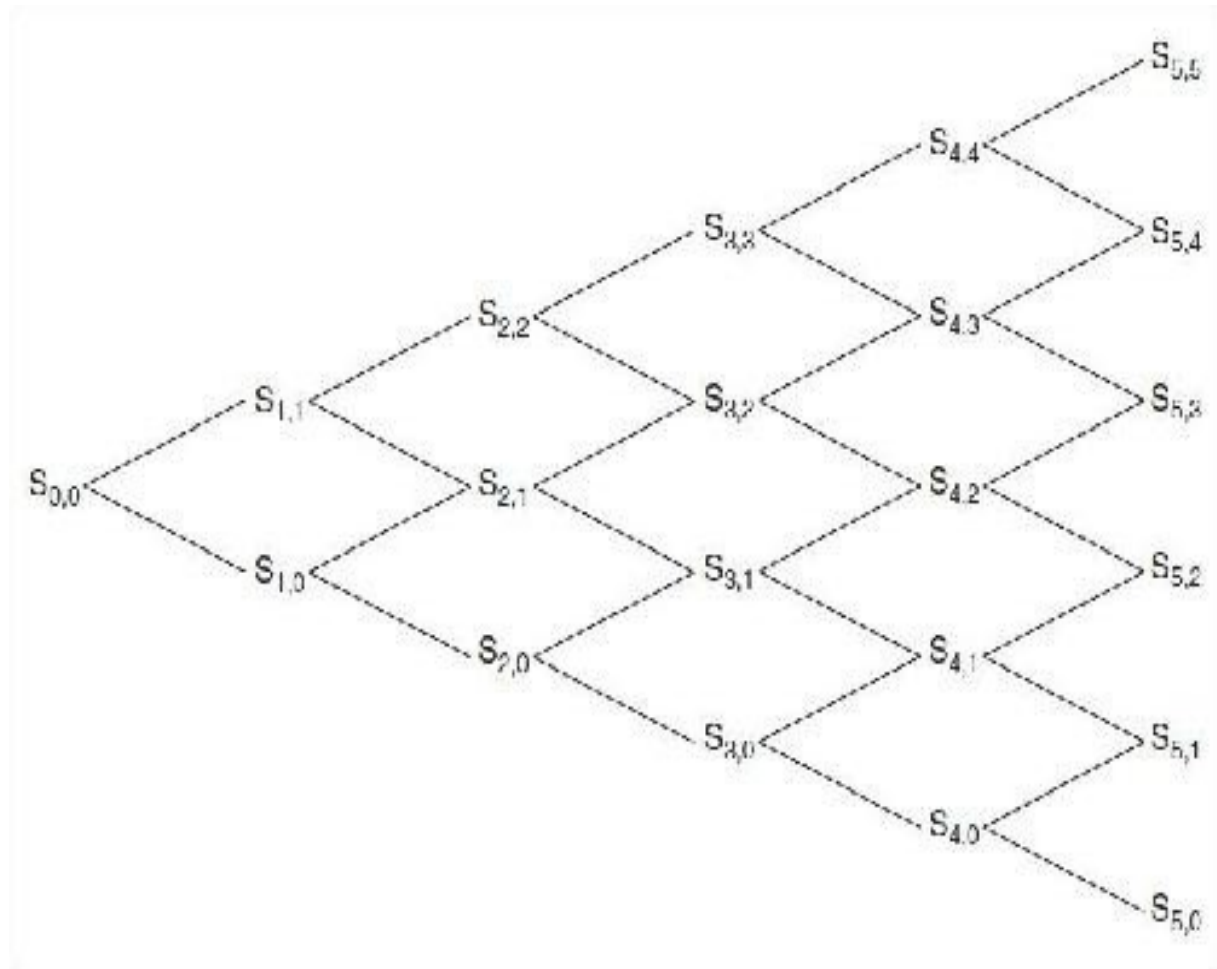
que es igual a $C - P$

$$5.22 - 2.28 = 2.94$$

Notación binómica

Cuando se construye un árbol binomial, es habitual denotar cada precio del árbol como $S_{i,j}$, donde $i, j = 0, 1, 2, \dots$. El valor de i sitúa a S en el árbol de izquierda a derecha. El valor de j sitúa a S de abajo a arriba. En la [figura 19-2](#) se muestra un árbol binomial de cinco periodos que utiliza esta notación.

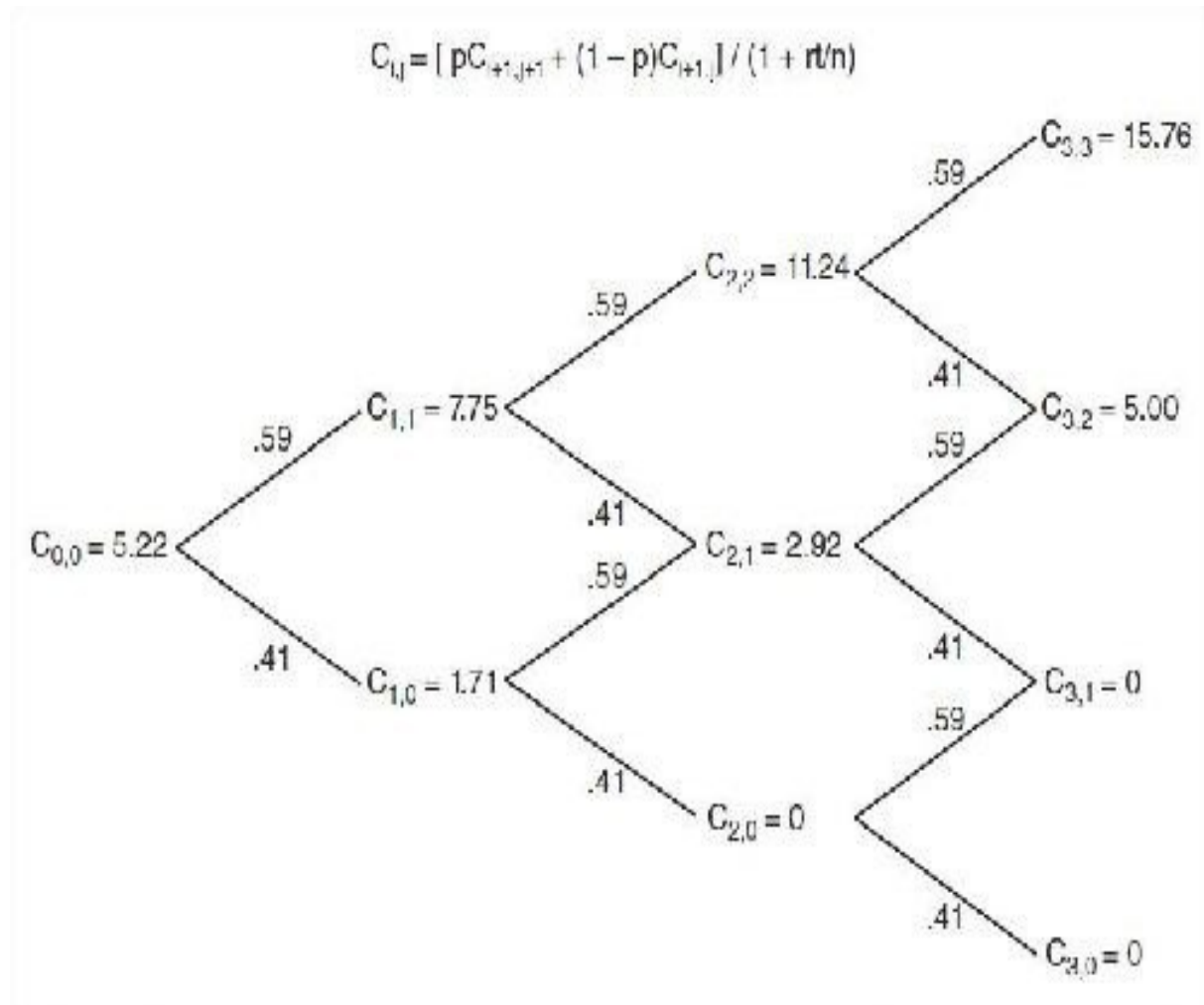
Figura 19-2 Notación binomial para un árbol binomial de cinco periodos.



En lugar de rellenar un árbol binomial con los precios subyacentes $S_{i,j}$ en cada nodo, podemos rellenar el árbol con los valores de las opciones, ya sea $C_{i,j}$ para las opciones de compra o $P_{i,j}$ para las opciones de venta. [La Figura 19-3](#) muestra el valor de una opción de compra de 100 en cada nodo a lo largo del árbol binomial [de la Figura 19-1](#). Los valores terminales $C(3)$ y $P(i, j)$ son los mismos. Los valores terminales $C_{3,j}$ son simplemente el máximo de $S_{3,j} - 100$ o 0. Para $S_{3,3} = 115.76$, el valor de la opción de compra $C_{3,3}$ es igual a $115.76 - 100 = 15.76$; para $S_{3,2} = 105.00$, el valor de la llamada $C_{3,2}$ es igual a

$105,00 - 100 = 5,00$. Para $S_{3,1} = 95,24$ y $S_{3,0} = 86,38$, la opción de compra de 100 está fuera del dinero, por lo que tanto $C_{3,1}$ como $C_{3,0}$ son 0.

Figura 19-3 Un valor de llamada en cualquier punto del árbol binomial.



Es obvio cuál es el valor de la opción de compra de 100 al vencimiento: valor intrínseco o 0. Pero, ¿cuál debería ser el valor de la opción de compra en otros nodos del árbol? Para determinar estos valores, podemos trabajar hacia atrás a partir de los valores terminales utilizando las probabilidades de movimientos al alza y a la baja y descontando por intereses para determinar el valor actual. Por ejemplo, ¿cuál es el valor de $C_{2,2}$? Sabemos que hay un 59% de probabilidades de que en $S_{2,2}$ la acción suba de precio, en cuyo caso la opción valdrá 15,76. También sabemos que hay un 41% de probabilidades de que la opción suba de precio. También sabemos que hay un 41% de probabilidades de que la acción baje de precio, en cuyo caso la opción valdrá 5,00. Por lo tanto, el valor esperado de la opción en $C_{2,2}$ es saber que existe una probabilidad del 41% de que la acción baje de precio, en

en cuyo caso la opción valdrá 5,00. El valor esperado de la opción en $C_{2,2}$ es

$$(0,59 \times 15,76) + (0,41 \times 5,00) = 11,35$$

El valor teórico de la opción en $C_{2,2}$ es el valor actual de 11,35

$$\frac{11.35}{1 + 0.03/3} = \frac{11.35}{1.01} = \mathbf{11.24}$$

Siguiendo el mismo razonamiento, el valor teórico de la opción en $C_{2,1}$ es de

$$\frac{(0.59 \times 5.00) + (0.41 \times 0)}{1.01} = \mathbf{2.92}$$

El valor de la opción en $C_{2,0}$ debe ser 0 porque un movimiento al alza o a la baja da como resultado un valor 0. Podemos expresar el valor de una opción de compra en cualquier punto del árbol binomial como

$$C_{i,j} = \frac{pC_{i+1,j+1} + (1-p)C_{i+1,j}}{1 + r \times t/n}$$

Trabajando hacia atrás a lo largo del árbol, llegamos finalmente a $C_{0,0}$, el valor teórico inicial de la opción. Por supuesto, ya sabemos por nuestro cálculo anterior que este valor es 5,22, así que ¿por qué pasar por el proceso de calcular el valor de compra en cada punto a lo largo del árbol binomial? La razón para calcular estos valores intermedios es que no sólo nos permiten determinar algunas de las sensibilidades al riesgo asociadas a la opción, sino que también, como veremos más adelante, nos permiten calcular el valor de una opción americana.

El Delta

Conocemos el valor inicial de la opción de compra de 100, 5,22. Pero, ¿cuál es la delta de la opción en $C_{0,0}$? La delta es la variación del valor de la opción con respecto al movimiento del precio del contrato subyacente. Podemos expresarlo como una fracción

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{S_u - S_d}$$

Al pasar de $C_{0,0}$ a $C_{1,1}$ o a $C_{1,0}$, la opción subirá de valor hasta 7,75 o bajar a 1,71. Al mismo tiempo, el valor subirá hasta 105,00 o bajará hasta 95,24. Por tanto, la delta es

$$\frac{7.75 - 1.71}{105 - 95.24} = \frac{6.04}{9.76} = \mathbf{0.62}$$

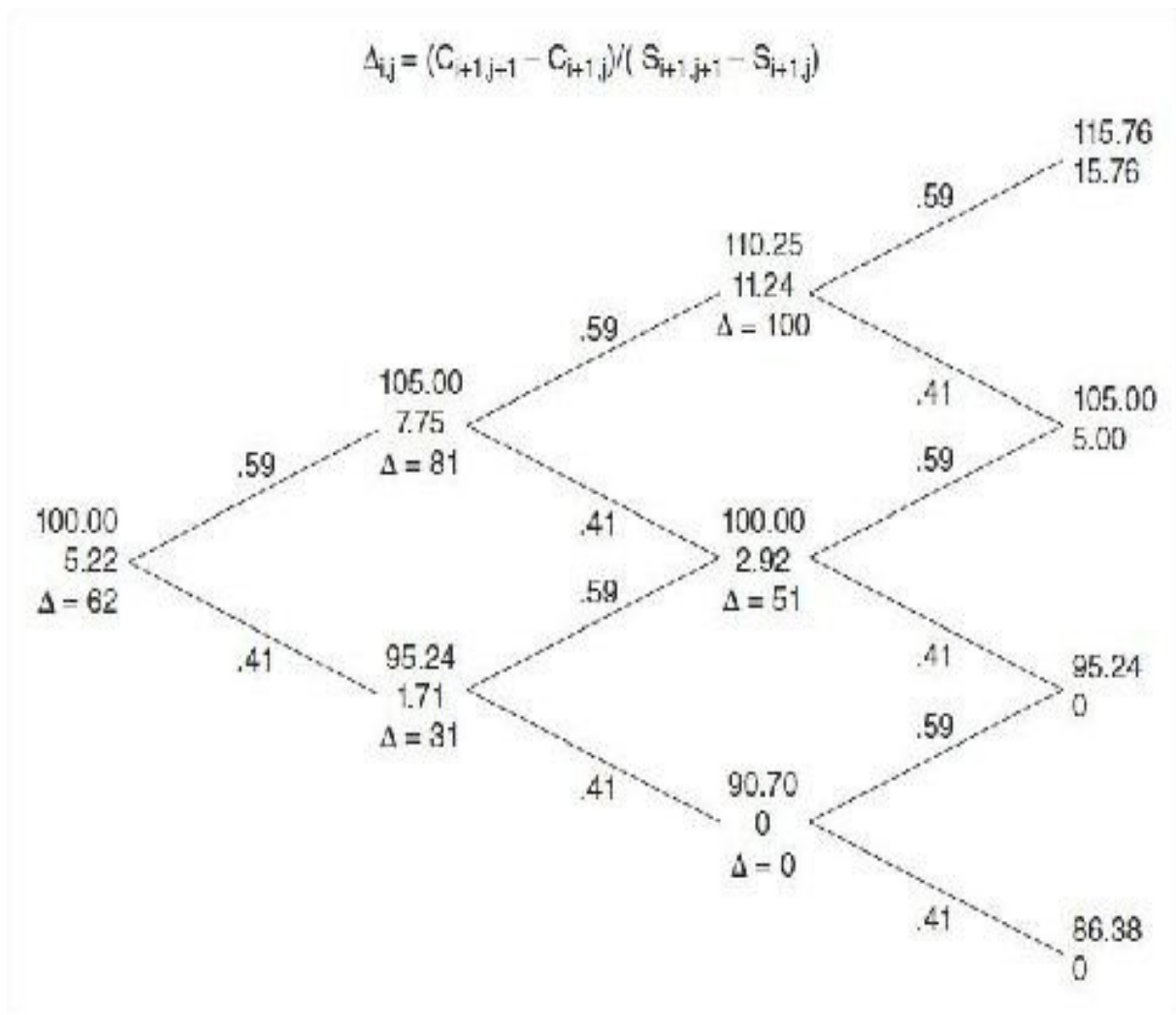
Utilizando el formato de número entero, el delta inicial de la llamada 100 es 62.

Podemos calcular la delta en cada punto del árbol binomial dividiendo la variación del valor de la opción por la variación del precio subyacente

$$\Delta_{i,j} = \frac{C_{i+1,j+1} - C_{i+1,j}}{S_{i+1,j+1} - S_{i+1,j}}$$

[La Figura 19-4](#) muestra el precio de la acción, el valor de la opción de compra de 100 y el delta de la opción de compra en cada nodo del árbol binomial.

Figura 19-4 Delta de una opción utilizando un árbol binomial.



En el [capítulo 8](#), mostramos que el proceso de cobertura dinámica nos permite capturar la diferencia entre el valor de una opción y su precio. Podemos ver este mismo principio en el modelo binomial. Volviendo a [la Figura 19-4](#), supongamos que compramos la opción de compra de 100 a su valor teórico de 5,22 y creamos una cobertura delta-neutral ($\Delta = 62$) vendiendo el 62% de un contrato de acciones subyacente a un precio de 100. ¿Cuál será el resultado si mantenemos la posición durante un periodo de tiempo?

Si el precio de las acciones sube a 105,00, la opción valdrá 7,75, lo que supondrá un beneficio para la opción de 7,75 - 5,22 = 2,53. Al mismo tiempo perderemos $0,62 \times (100 - 105) = -3,10$ en la posición en acciones, lo que nos da una pérdida en la cobertura de

$$+2,53 - 3,10 = -0,57$$

Si el precio de la acción baja a 95,24, la opción valdrá 1,71,

lo que supone una pérdida en la opción de $1,71 - 5,22 = -3,51$. Al mismo tiempo, ganaremos $0,62 \times (100 - 95,24) = 2,95$ en la posición en acciones, lo que nos da una pérdida en la cobertura de

$$-3,51 + 2,95 = -0,56$$

Parece que perderemos dinero, ya sea 0,56 o 0,57, independientemente de que la acción suba o baje de precio. De hecho, ambas cifras son iguales, ya que la diferencia se debe a un error de redondeo en nuestros cálculos (el verdadero delta es 61,88). Pero esto nos deja con una pérdida cuando la teoría de la valoración de opciones dice que deberíamos llegar al punto de equilibrio.

Recordemos que cuando compramos la opción y vendimos las acciones, el flujo de caja fue un abono en nuestra cuenta de

$$-5,22 + 0,62 \times 100 = +56,78$$

A un tipo de interés del 1,00 por ciento durante este periodo, podemos obtener unos intereses sobre este crédito de 1.000 millones de euros.

$$0,01 \times 56,78 \approx +0,57$$

Si incluimos esto en nuestros cálculos, de hecho estamos en el punto de equilibrio.

Si realizamos el proceso de cobertura delta-neutral en cada nodo del árbol, teniendo en cuenta el valor de la cobertura así como cualquier consideración de interés, independientemente de la trayectoria que siga la acción, al vencimiento, alcanzaremos exactamente el punto de equilibrio. Por lo tanto, si podemos comprar una opción a un precio inferior al valor teórico o vender una opción a un precio superior al valor teórico, al vencimiento obtendremos un beneficio igual a la diferencia entre el precio al que negociamos la opción y su valor teórico. Este es el principio de la cobertura dinámica descrito en [el Capítulo 8](#).

La Gamma

La gamma de una opción es la variación de la delta de la opción con respecto al movimiento del precio del contrato subyacente. Al igual que hicimos con la delta podemos expresar la gamma como una fracción

$$\Gamma = \frac{\Delta_u - \Delta_d}{S_u - S_d}$$

En [la Figura 19-4](#), podemos ver que al pasar de $C_{0,0}$ a $C_{1,1}$ o $C_{1,0}$, la delta de la opción subirá a 81 o bajará a 31. Al mismo tiempo, la acción subirá a 105,00 o bajará a 95,24. Al mismo tiempo, la acción subirá a 105,00 o bajará a 95,24. Por tanto, la gamma es

$$\frac{81 - 31}{105.00 - 95.24} = \frac{50}{9.76} = \mathbf{5.1}$$

La gamma inicial de la llamada 100 es de 5,1.

Podemos calcular la gamma en cualquier punto del árbol binomial dividiendo la variación de la delta de la opción por la variación del precio subyacente

$$\Gamma_{i,j} = \frac{\Delta_{i+1,j+1} - \Delta_{i+1,j}}{S_{i+1,j+1} - S_{i+1,j}}$$

El Theta

La theta es la variación del valor de una opción a medida que transcurre el tiempo, suponiendo que todo lo demás, incluido el precio subyacente, permanece invariable. En un modelo binomial, en cada periodo de tiempo, se supone que el precio subyacente sube o baja. El precio subyacente permanece invariable sólo después de dos periodos de tiempo, cuando el precio subyacente sube y baja o baja y sube. Por lo tanto, para aproximar la theta, debemos considerar la variación del valor de la opción en dos periodos de tiempo.

En [la Figura 19-4](#), podemos ver que a medida que nos movemos de $C_{0,0}$ a $C_{2,1}$, el valor de la opción de compra 100 cae de 5,22 a 2,92, lo que supone una pérdida de valor de 2,30. Si queremos estimar la beta diaria, podemos dividirla por el número de días durante este período de dos tiempos. Si queremos estimar la theta diaria, podemos dividirla por el número de días durante este período de dos tiempos

$$\frac{0.75 \times 365}{3} = 91.25 \quad \frac{-2.30}{91.25} = \mathbf{-0.0252}$$

Podemos aproximar el theta diario en cualquier punto del árbol como

$$\frac{C_{i,j} - C_{i+2,j+1}}{t \times 365/n}$$

Vega y Rho

Sería conveniente que pudiéramos utilizar la misma aritmética simple para calcular la vega y el rho que utilizamos para calcular el delta, la gamma y el theta. Por desgracia, no existe una solución sencilla para las sensibilidades de la volatilidad y los tipos de interés. Para determinar la vega, debemos cambiar la volatilidad de entrada -veremos en breve cómo determinar esta entrada- y luego ver cómo cambia el valor de la opción. Para determinar el rho, debemos cambiar la entrada del tipo de interés.

Los valores de u y d

Hemos elegido el movimiento alcista u y el movimiento bajista d de forma que formen un árbol binomial *recombinante*. El precio final del valor es independiente del orden en que se produzcan los movimientos. Tanto si el valor sube primero y luego baja, como si baja primero y luego sube, el resultado es el mismo

$$u \times d = d \times u$$

Si los movimientos ascendentes y descendentes no se recombinaran, el número de cálculos aumentaría enormemente porque cada nodo del árbol binomial arrojaría un conjunto completamente nuevo de valores ascendentes y descendentes.

También hemos elegido u y d de forma que sean el inverso multiplicativo entre sí

$$u \times d = d \times u = 1,00$$

Esto garantiza que si el valor realiza un movimiento al alza seguido de un movimiento a la baja o un movimiento a la baja seguido de un movimiento al alza, precio subyacente resultante será el mismo precio al que comenzó. Si u y d no fueran inversos, se produciría *una deriva* en el precio subyacente. Si, por ejemplo, u y d fueran 1,25 y 0,75, se produciría una desviación a la baja porque

$$u \times d = 1,25 \times 0,75 = 0,9375$$

Para calcular la theta, como hicimos anteriormente, necesitamos eliminar la deriva del precio subyacente. Esto será cierto si u y d son inversos multiplicativos.

Aparte de las restricciones de que u y d son inversos y dan como resultado un precio subyacente sin deriva, no hemos especificado exactamente cuáles deben ser los valores de u y d . No nos sorprenderá que u y d deban derivarse de la entrada de volatilidad. Si queremos que los valores binomiales se aproximen a los valores Black-Scholes, u y d deben elegirse de forma que los precios terminales se aproximen a una distribución lognormal. Podemos conseguirlo definiendo u y d como un cambio de precio de una desviación típica en cada período de tiempo de nuestro árbol binomial

$$u = e^{\sigma \sqrt{t/n}} \quad \text{and} \quad d = e^{-\sigma \sqrt{t/n}}$$

En nuestro ejemplo de tres periodos, ¿qué volatilidad representa $u = 1,05$? Para determinarlo, podemos resolver hacia atrás la volatilidad σ

$$u = 1.05 = e^{\sigma \sqrt{75/3}} = e^{\sigma \sqrt{25}} = e^{0.5\sigma}$$

Tomando el logaritmo natural de cada lado, obtenemos

$$\ln(1,05) = \ln(e^{0.5\sigma}) \Rightarrow 0,0488 = 0,5\sigma \Rightarrow \sigma = 0,0976 \text{ (9,76\%)}$$

En nuestro ejemplo de tres periodos, utilizamos una volatilidad del 9,76%.

Alquiler Gamma

En teoría, cada posición de volatilidad en el mercado de opciones representa un compromiso entre el flujo de caja creado por el proceso de cobertura dinámica y la pérdida de valor de la opción con el paso del tiempo. Una posición gamma positiva, theta negativa, ganará dinero a través de la cobertura dinámica, pero perderá dinero a través del decaimiento del tiempo. Una posición gamma negativa, theta positiva, actuará justo al revés, perdiendo dinero con la cobertura dinámica pero ganando dinero con el decaimiento del tiempo. Los operadores a veces se refieren a las operaciones de volatilidad como el *alquiler de la gamma*, siendo los costes de alquiler iguales a theta.

A lo largo de un determinado periodo de tiempo, cuánto movimiento se requiere en el

contrato subyacente para compensar los efectos del decaimiento del tiempo? Podemos dar una respuesta aproximada volviendo a nuestro árbol binomial. Sabemos que una posición delta-neutral tomada a su valor teórico se equilibrará si el contrato subyacente se mueve al alza en u o a la baja en d . Las magnitudes de u y d son iguales a

$$u = e^{\sigma \sqrt{t/n}} \quad \text{and} \quad d = e^{-\sigma \sqrt{t/n}}$$

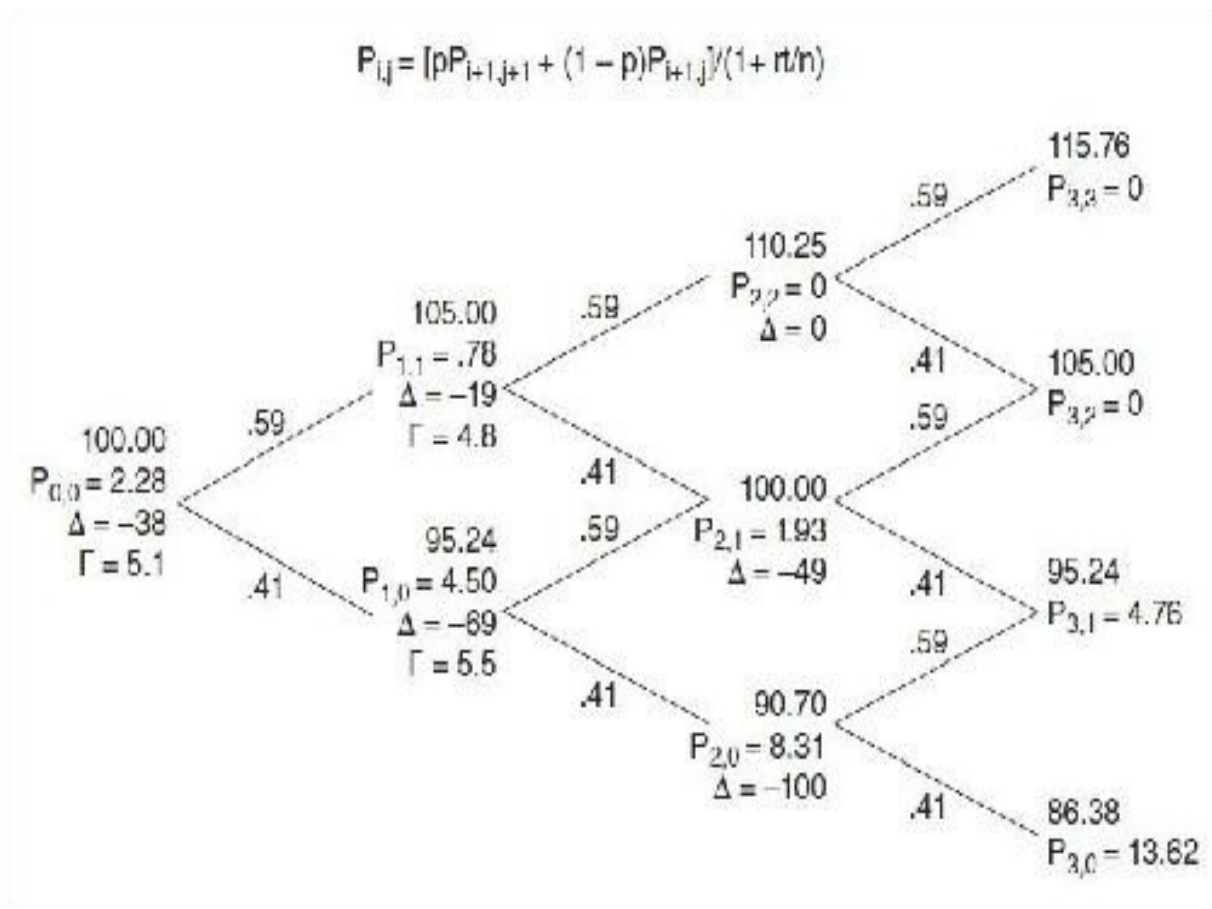
Pero estos valores son iguales a una variación de precios de una desviación típica en el intervalo de tiempo t/n . Por lo tanto, en cualquier intervalo de tiempo, el movimiento de precios necesario en el contrato subyacente para alcanzar el punto de equilibrio debe ser igual a una desviación típica.

La razón por la que esto es sólo una aproximación es que mientras u y d se mantienen constantes, θ cambia, a veces muy rápidamente, a medida que pasa el tiempo. Para intervalos de tiempo muy cortos o con mucho tiempo restante hasta el vencimiento, esta aproximación será razonablemente exacta. Sin embargo, en intervalos de tiempo más largos o con muy poco tiempo restante hasta la expiración, los cambios en θ harán que la aproximación sea menos precisa.

Opciones americanas

Volvamos a nuestro árbol binomial de tres periodos de [la figura 19-1](#). Pero en lugar de calcular el valor de una opción de compra de 100, como hicimos en [la figura 19-4](#), vamos a trabajar hacia atrás a partir de los precios terminales para calcular el valor de una opción de venta de 100. En la figura 19-5 se muestran los precios subyacentes, los valores teóricos y los valores delta y gamma de la opción de venta de 100. Los precios subyacentes, los valores teóricos y los valores delta y gamma de la opción de venta de 100 se muestran en [la Figura 19-5](#). El lector puede confirmar que el valor de la opción de venta de 100 es el mismo que el de la opción de compra. El lector puede confirmar que los valores de la opción de compra y de la opción de venta de [las figuras 19-4 y 19-5](#) son coherentes con los principios básicos de la valoración de opciones: en cada nodo, se mantiene la paridad entre la opción de compra y la opción de venta; los valores absolutos de las deltas de la opción de compra y de la opción de venta siempre suman 100; y las gammas de la opción de compra y de la opción de venta son idénticas.

Figura 19-5 Valor de un put 100 en cualquier punto del árbol binomial.



Si suponemos que la opción de venta de 100 es europea y no puede ejercerse anticipadamente, la única razón para calcular los valores intermedios es determinar el delta y la gamma. Pero supongamos que la opción de venta de 100 es americana. ¿Podría haber alguna razón para ejercer la opción antes del vencimiento?

Observe detenidamente el valor de la opción de venta de 100 en $P_{2,0}$ en [la Figura 19-5](#). El valor teórico de la opción de venta es 8,31. El valor teórico de la opción de venta es de 8,31. Pero con un precio subyacente de 90,70, la opción de venta tiene un valor intrínseco de 9,30. Si la opción de venta es americana, cualquiera que la tenga en esas condiciones optará por ejercerla. Si la opción de venta es americana, cualquiera que la tenga en esas condiciones optará por ejercerla anticipadamente. Si estamos utilizando un árbol binomial para evaluar una opción americana, podríamos comparar el valor de la opción europea con el valor intrínseco en cada nodo. Si el valor intrínseco es mayor que el valor europeo, podemos sustituir el valor en ese nodo por el valor intrínseco de la opción y seguir trabajando hacia atrás para determinar el valor de la opción en cada nodo anterior. Si sustituimos el valor en $P_{2,0}$ por 9,30, el valor de la opción de venta en $P_{1,0}$ será

$$\frac{(0.59 \times 1.93) + (0.41 \times 9.30)}{1.01} = 4.90$$

Tenemos que sustituir el valor europeo de 4,50 en $P_{1,0}$ por el valor americano de 4,90.

Por último, el valor inicial, $P_{0,0}$, es

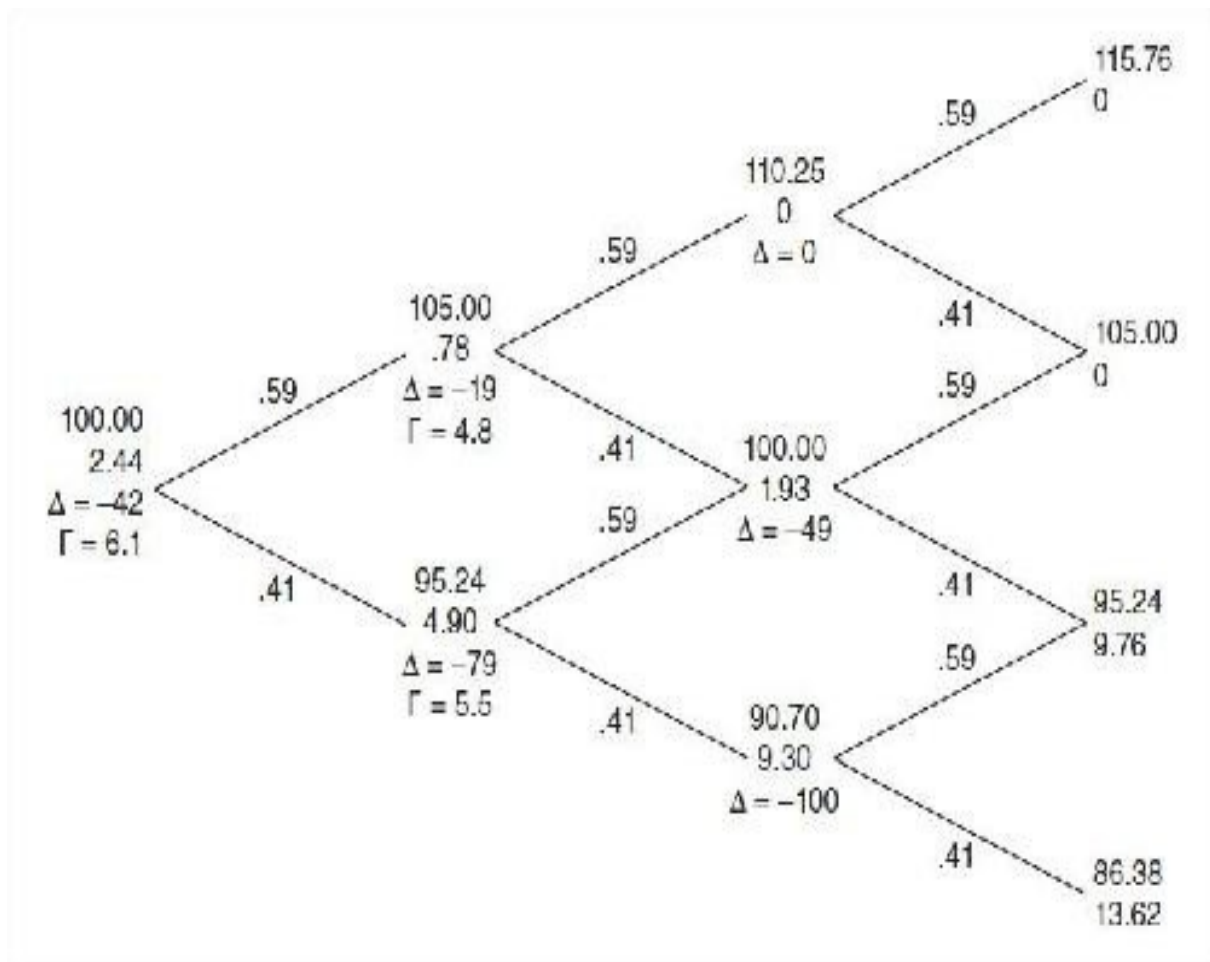
$$\frac{(0.59 \times 0.78) + (0.41 \times 4.90)}{1.01} = \mathbf{2.44}$$

Dado que la delta y la gamma se calculan a partir de los valores de la opción en cada nodo, estos nuevos valores afectarán al cálculo de la delta y la gamma de una opción americana. El delta inicial de la opción de venta de 100 si es americana es

$$\frac{0.78 - 4.90}{105.00 - 95.24} = \mathbf{0.42}$$

El delta de la put 100 europea era -38, pero el delta de la put 100 americana es -42. En [la Figura 19-6](#) se muestran los valores de una opción de venta de 100 americana en cada nodo. Dado que la delta se ve afectada por la posibilidad de ejercicio anticipado, la gamma también se verá afectada. La gamma para la opción de venta de 100 es ahora

Figura 19-6 Valor de una opción de venta americana de 100.



$$\frac{-19 - 79}{105.00 - 95.24} = 6.1$$

en lugar de una gamma de 5,1 para la opción europea.

Dividendos

¿Cómo afecta la posibilidad de ejercicio anticipado al valor de una opción de compra? Si observamos el valor de la opción de compra en cada nodo de [la Figura 19-4](#), veremos que en ningún momento es inferior al valor intrínseco. Esto significa que los valores europeo y americano deben ser iguales. Y, de hecho, sabemos por el [Capítulo 16](#) que si una acción no paga dividendos a lo largo de la vida de la opción, nunca hay motivo para ejercer anticipadamente una opción call sobre acciones americanas.

Pero, ¿y si la acción paga un dividendo? Supongamos que la acción de [la Figura 19-1](#) pagará un dividendo de 2,00 en algún momento del último período. Cuando

Cuando una acción paga un dividendo, su precio suele caer por el importe del dividendo. En consecuencia, cada precio terminal en nuestro árbol binomial se reducirá en la cantidad del dividendo⁽⁴⁾ como se muestra en la [Figura 19-7](#). (Los valores terminales si no hay dividendo se muestran entre paréntesis. (Si queremos calcular el valor de la opción de compra de 100, podemos utilizar estos nuevos precios terminales. A continuación, como antes, podemos utilizar las probabilidades p y $1 - p$ para calcular el valor teórico y el delta de la opción de compra de 100 en cada nodo del árbol binomial. Estos valores se muestran en [la Figura 19-8](#).

Figura 19-7 Un árbol binomial con pago de dividendos

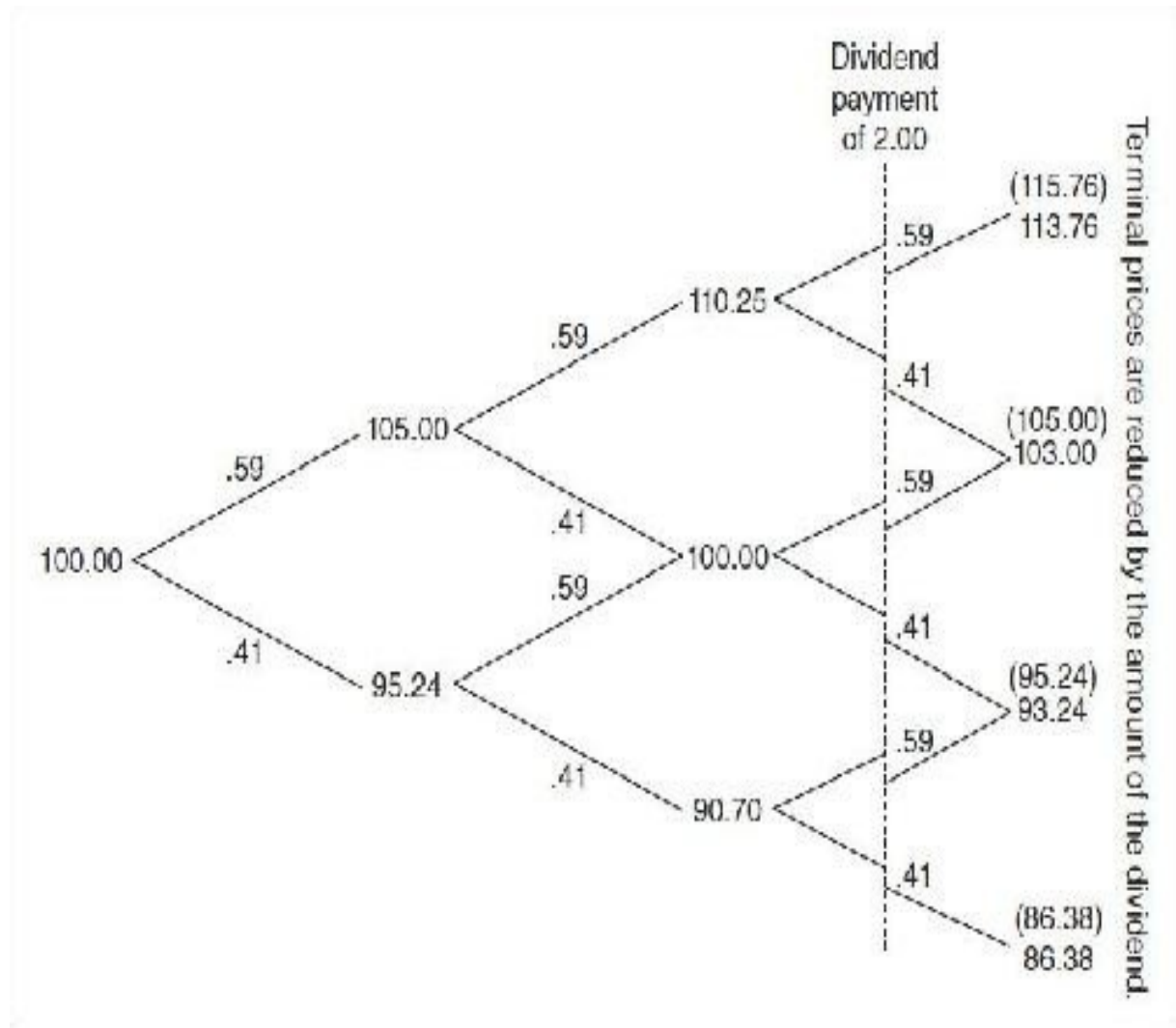
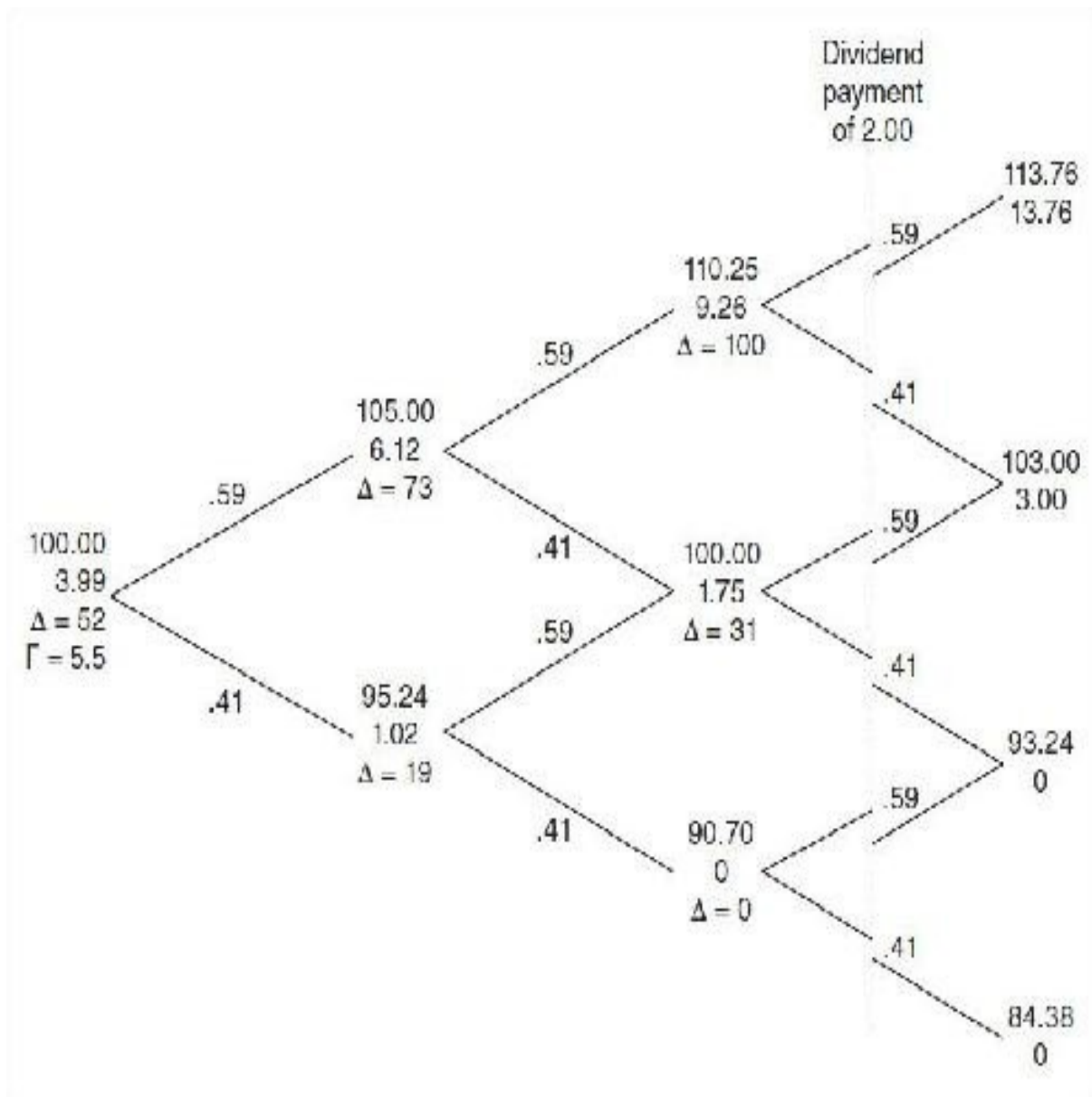


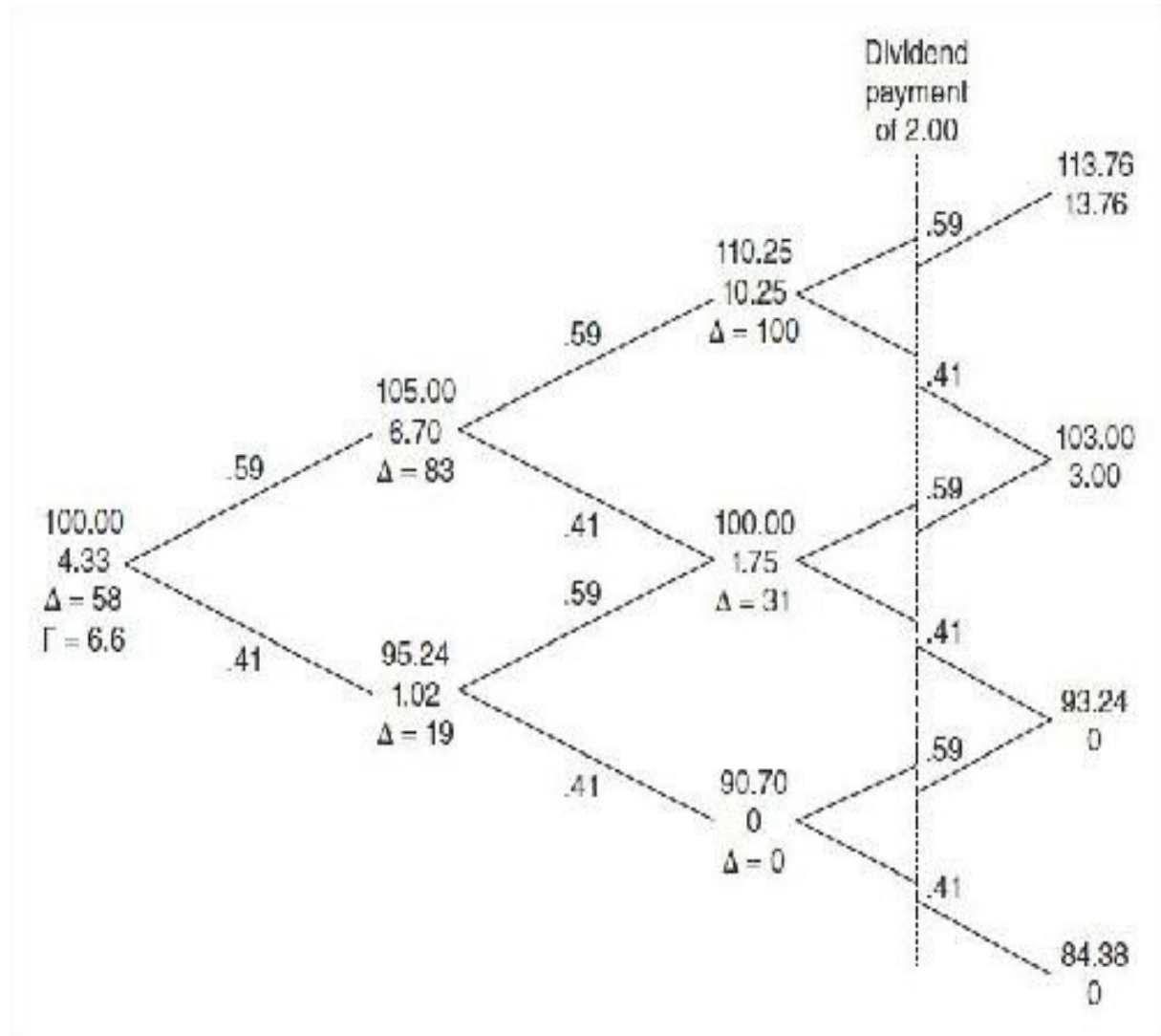
Figura 19-8 Valor de una opción de compra europea sobre una acción que paga dividendos.



El valor de la opción de compra de 100 de la [Figura 19-8](#) es un valor europeo porque nunca hemos considerado la posibilidad de un ejercicio anticipado. Pero si observamos con más detenimiento el valor de la opción de compra un periodo de tiempo antes del vencimiento con el precio de la acción en 110.25. El valor teórico de la opción de compra a 100 es de 9,26. Pero, con un precio de las acciones de 110,25, la opción de compra tiene un valor intrínseco de 10,25. Si la opción de compra es americana, cualquiera que la tenga en estas condiciones optará por ejercerla anticipadamente. Al igual que hicimos con una opción de venta americana, en cada nodo podemos comparar el valor europeo de la opción de compra con su valor intrínseco. Si el valor intrínseco es mayor que el europeo, podemos sustituir el valor en ese nodo por el valor intrínseco de la opción y continuar hacia atrás para determinar el valor de la opción en cada nodo.

nodo precedente. El valor inicial de la llamada, $C_{0,0}$, será entonces el valor de una llamada americana. El árbol binomial completo para la llamada americana 100 se muestra en [la Figura 19-9](#).

Figura 19-9 Valor de una opción de compra americana sobre una acción que paga dividendos.



Si queremos construir un árbol binomial para una acción que paga dividendos, podría parecer que simplemente podemos reducir todos los precios de las acciones después del pago de dividendos por el importe del dividendo. En [la Figura 19-7](#), donde el dividendo se pagó en el último período de tiempo, esto redujo los precios terminales en 2,00. Pero supongamos que el dividendo se paga en el último período de tiempo. Pero supongamos que el dividendo se paga durante el penúltimo período de tiempo, como se muestra en [la Figura 19-10](#). Los precios de las acciones en los nodos siguientes se reducen en 2,00. Pero mire lo que ocurre cuando seguimos calculando los precios de las acciones utilizando $u = 1,05$ y $d = 0,9524$. Los precios de las acciones siguientes no se recombinan. Cada nodo comienza una nueva

árbol binomial. En nuestro árbol binomial de tres períodos, esto puede no parecer un problema importante. Todavía podemos calcular el valor de una opción utilizando los precios terminales de las acciones (ahora hay seis precios terminales en lugar de cuatro) y luego trabajar hacia atrás para determinar el valor teórico de la opción. En [la Figura 19-11](#) se muestra el valor de la opción de compra de 100 utilizando nuestro nuevo árbol binomial.

Figura 19-10 Valor de una opción de compra americana sobre una acción que paga dividendos.

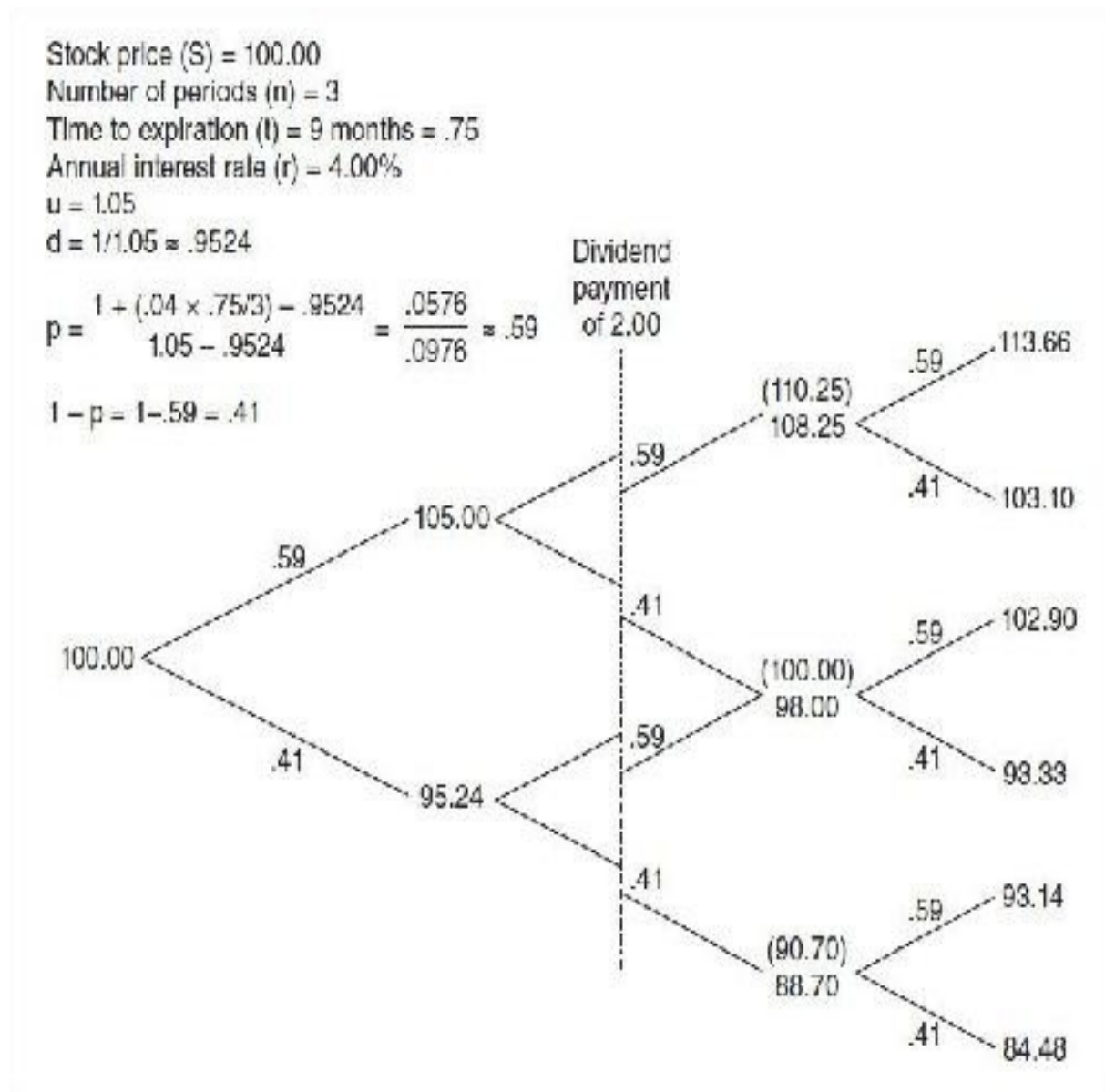
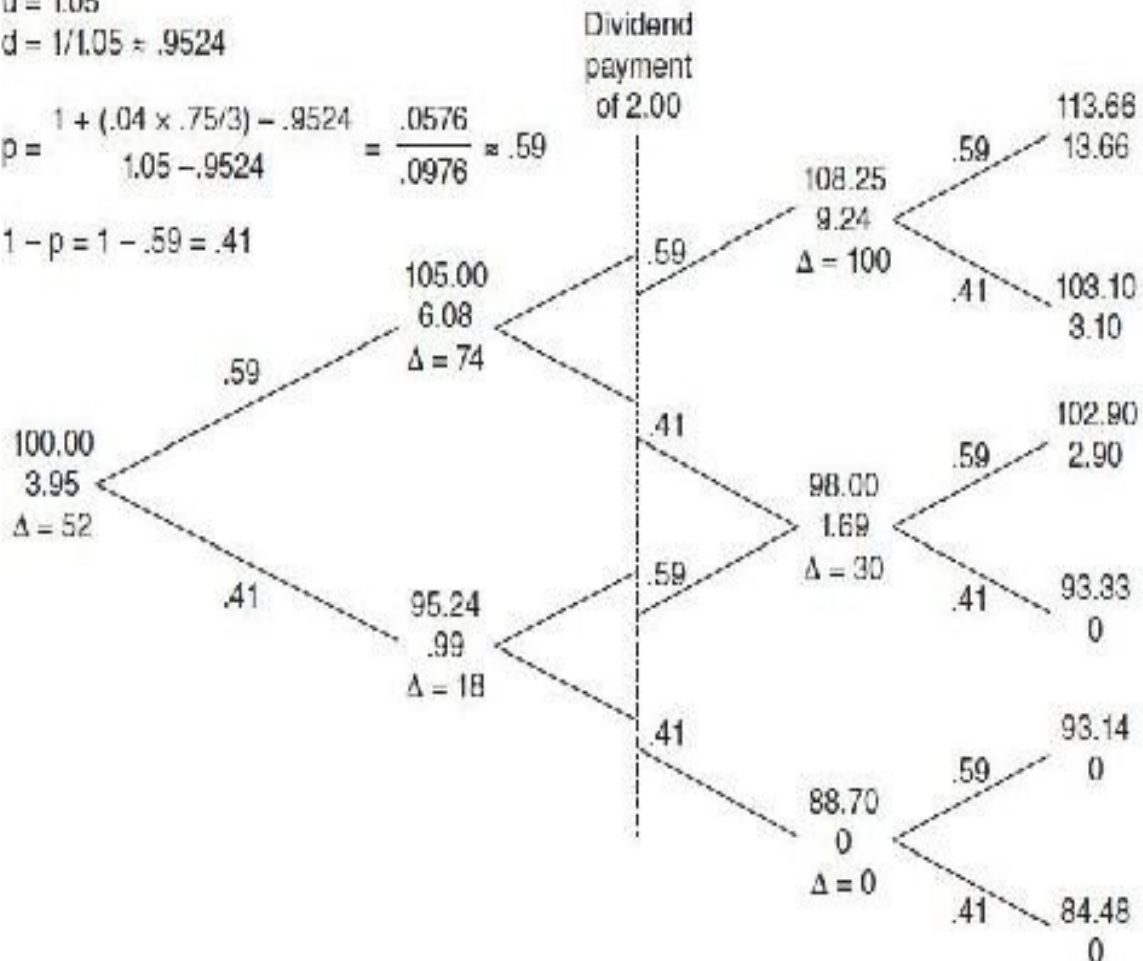


Figura 19-11 Un árbol binomial con un pago anticipado de dividendos.

Stock price (S) = 100.00
 Number of periods (n) = 3
 Time to expiration (t) = 9 months = .75
 Annual interest rate (r) = 4.00%
 $u = 1.05$
 $d = 1/1.05 \approx .9524$

$$p = \frac{1 + (.04 \times .75/3) - .9524}{1.05 - .9524} = \frac{.0576}{.0976} \approx .59$$

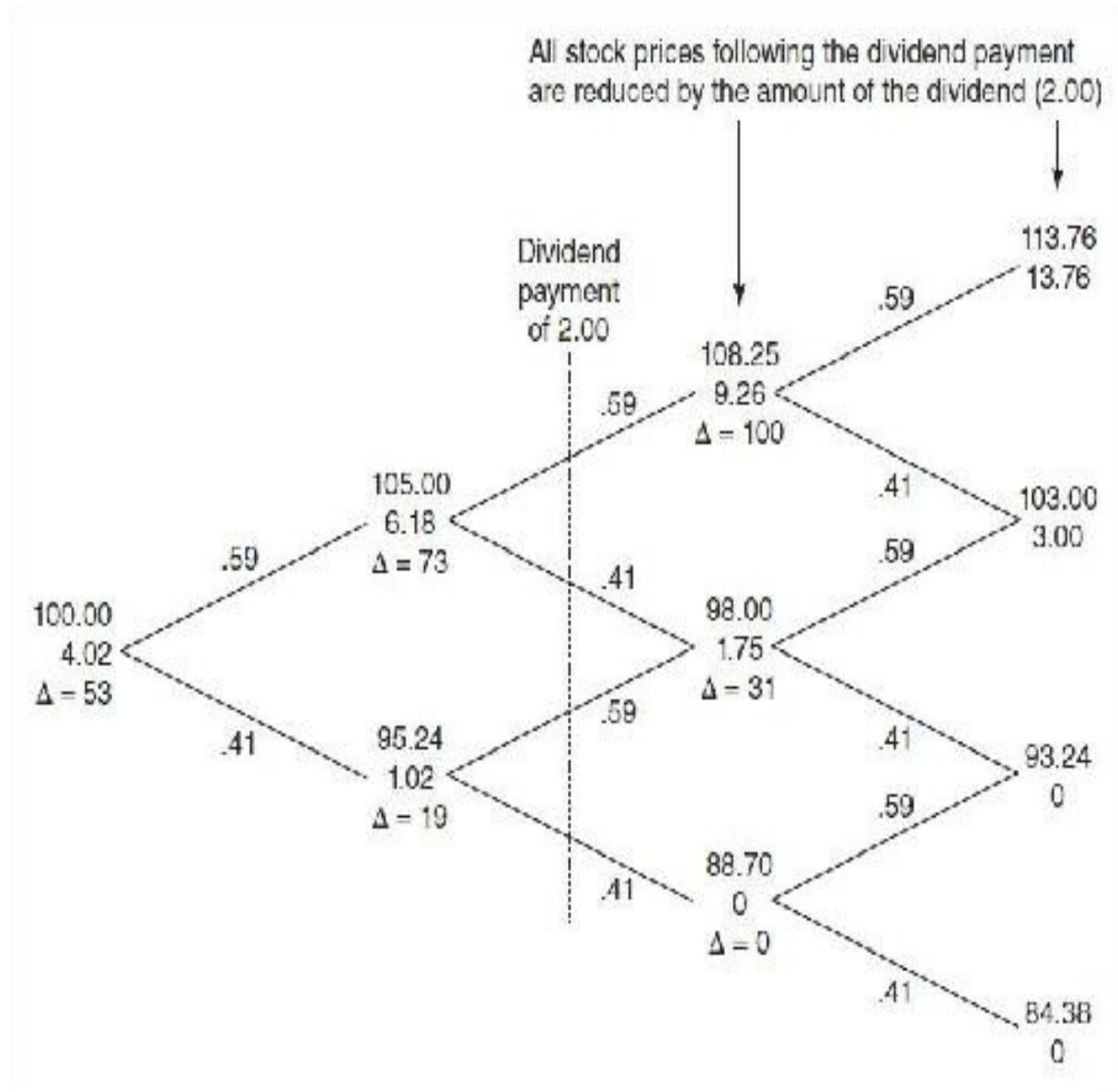
$$1 - p = 1 - .59 = .41$$



¿Y si hay múltiples pagos de dividendos a lo largo de la vida de la opción? ¿Y si nuestro árbol binomial consta de muchos periodos de tiempo? Dado que cada pago de dividendos genera un nuevo conjunto de precios binomiales, el número de cálculos necesarios para valorar una opción aumentará considerablemente, quizás hasta el punto de resultar inmanejable. Esto plantea un problema para el que no existe una solución ideal. Tal vez la forma más sencilla de tratar los pagos de dividendos sea crear un árbol binomial completo sin dividendos y, a continuación, reducir el precio de las acciones en cada nodo por el importe total de los dividendos. Un ejemplo de esto se muestra en la [Figura 19-12](#), que representa una aproximación del valor de la opción de compra generado en la [Figura 19-11](#). En lugar de generar nuevos precios binomiales después del dividendo

de pago, simplemente hemos reducido todos los valores posteriores en la cantidad de 2,00 del dividendo. Podemos ver que esto es sólo una aproximación. Los valores de llamada de la [Figura 19-12](#) tienden a ser ligeramente mayores que los valores de la [Figura 19-11](#).

Figura 19-12 Valor de una opción de compra americana sobre una acción que paga dividendos.



Un último comentario sobre los valores de p y $1 - p$. Normalmente esperamos que una probabilidad esté comprendida entre 0 y 1,00, es decir, entre "ninguna posibilidad" y "certeza absoluta". Sin embargo, esto no es necesariamente cierto para p y $1 - p$. Considere las condiciones de la [Figura 19-11](#):

Precio de las acciones $S = 100$

Plazo de vencimiento $t = 9$ meses
 Número de períodos $n = 3$ Tipo de
 interés $r = 4$ por ciento
 $u = 1.05$
 $d = 1/u = 0.9524$

Los valores de p y $1 - p$ resultantes de estos valores son 0,59 y 0,41, respectivamente. Pero supongamos que nos encontramos en un clima de alta inflación y que en lugar de fijar r igual al 4 por ciento, fijamos r igual al 40 por ciento. Los nuevos valores de p y $1 - p$ serán

$$p = \frac{(1 + r \times t/n) - d}{u - d} = \frac{(1 + 0.4) - 0.9524}{1.05 - 0.9524} = 1.51$$

$$1 - p = 1 - 1.51 = -0.51$$

Así, p y $1 - p$ ya no se parecen a las probabilidades tradicionales: p supera 1,00 y $1 - p$ es negativa. De hecho, p y $1 - p$ pueden quedar fuera del rango de una probabilidad típica. Por este motivo, a veces se denominan *pseudoprobabilidades*.

¿Qué implica que p sea mayor que 1,00 y que $1 - p$ sea menor que 0? Esto significa que el potencial de movimiento de la acción subyacente no es lo suficientemente grande como para compensar la pérdida de intereses en caso de que compremos la acción. En nuestro ejemplo con $u = 1,05$, si el precio de la acción siempre sube en cada periodo de tiempo, obtendremos un beneficio del 5 por ciento. Sin embargo, con un tipo de interés del 30%, siempre será mejor dejar el dinero en el banco y ganar intereses durante cada período de tres meses por valor de 1,5 millones de euros.

$$0,30/4 = 7,5\%$$

Por supuesto, si aumentamos la volatilidad de las acciones incrementando el valor de u , el beneficio potencial de invertir en las acciones aumentará. Si elegimos un valor suficientemente grande para u , los valores de p y $1 - p$ se situarán entre 0 y 1.00. Dado que el valor de u debe ser mayor que $1 + r \times t/n$, con un tipo de interés del 30 por ciento, u debe ser mayor que

$$1 + 0,3 \times 0,75/3 = 1,075$$

Al igual que hicimos con el modelo Black-Scholes, podemos utilizar el modelo binomial para evaluar opciones sobre diferentes instrumentos subyacentes. El modelo binomial y sus variaciones se muestran en [la Figura 19-13](#).

Figura 19-13

If S = the spot price or underlying price
 X = the exercise price
 t = the time to expiration, in years
 r = the domestic interest rate
 σ = the annualized volatility or standard deviation, in percent
 n = the number of periods in the binomial tree
 $u = e^{\sigma\sqrt{t/n}}$
 $d = 1/u = e^{-\sigma\sqrt{t/n}}$
 $p = [(1 + bt/n) - d] / [u - d]$

$$\text{Call} = \frac{1}{(1 + rt/n)^n} \sum_{j=0}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} \times p^j (1-p)^{n-j} \times \max[Su^j d^{n-j} - X, 0]$$

$$\text{Put} = \frac{1}{(1 + rt/n)^n} \sum_{j=0}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} \times p^j (1-p)^{n-j} \times \max[X - Su^j d^{n-j}, 0]$$

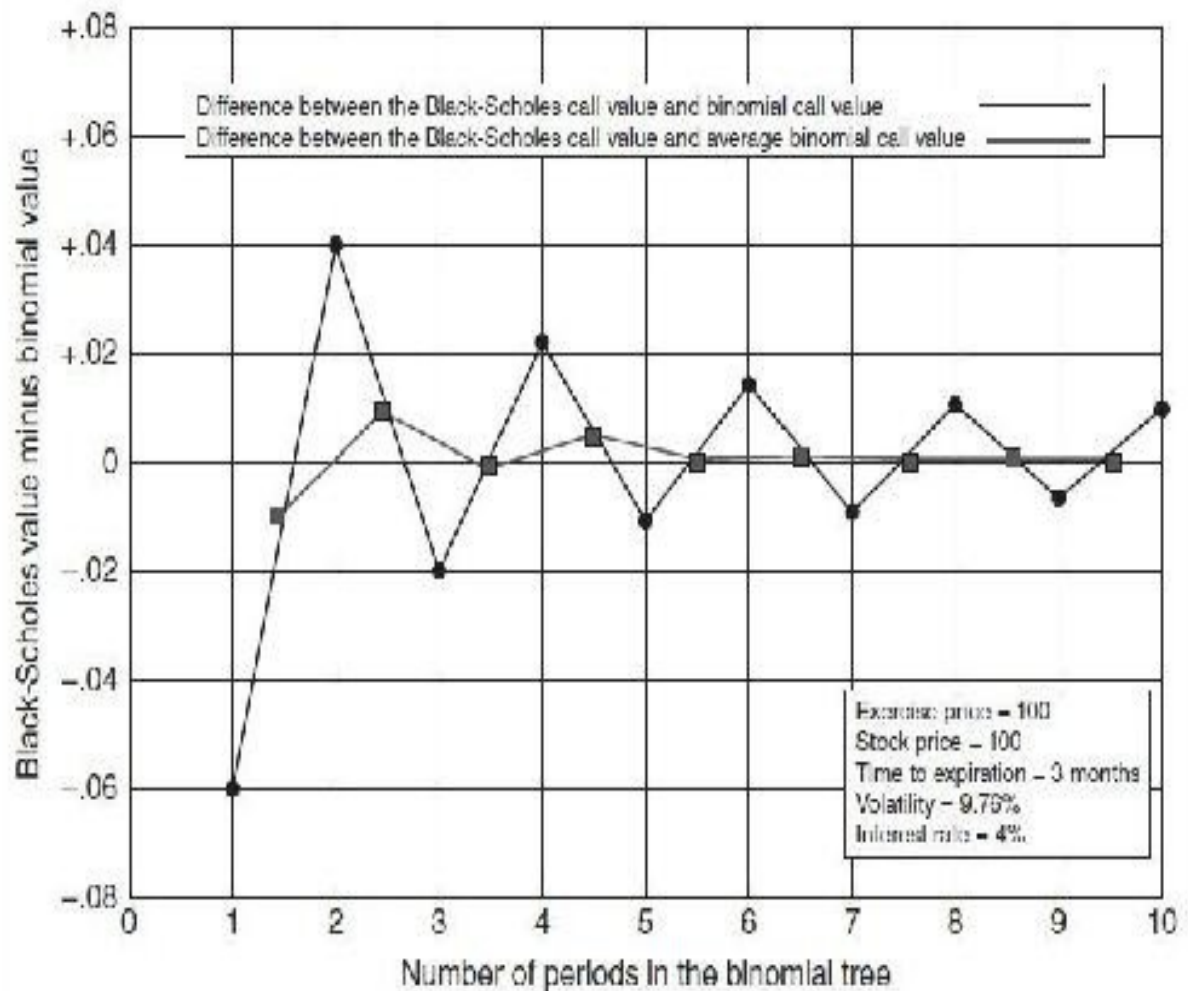
The variations on the binomial model are determined by the values of r and b .

If $b = r > 0$:	The binomial model for options on stock
$b = r = 0$:	The binomial model for options on futures where the options are subject to futures-type settlement
$b = 0$ and $r > 0$:	The binomial model for options on futures where the options are subject to stock-type settlement
$b = r - r_f$:	The binomial model for options on foreign currencies, where r_f is the foreign interest rate

The value of an option at any node along the binomial tree is
$C_{ij} = [pC_{i+1,j+1} + (1-p)C_{i+1,j}] / (1+rt/n)$
$P_{ij} = [pP_{i+1,j+1} + (1-p)P_{i+1,j}] / (1+rt/n)$
The delta of a call (ΔC) or put (ΔP) at any node along the binomial tree is
$\Delta C_{ij} = (C_{i+1,j+1} - C_{i+1,j}) / (S_{i+1,j+1} - S_{i+1,j})$
$\Delta P_{ij} = (P_{i+1,j+1} - P_{i+1,j}) / (S_{i+1,j+1} - S_{i+1,j})$
The gamma of a call (ΓC) or put (ΓP) at any node along the binomial tree is
$\Gamma C_{ij} = (\Delta C_{i+1,j+1} - \Delta C_{i+1,j}) / (S_{i+1,j+1} - S_{i+1,j})$
$\Gamma P_{ij} = (\Delta P_{i+1,j+1} - \Delta P_{i+1,j}) / (S_{i+1,j+1} - S_{i+1,j})$
The annual theta of a call (θC) or put (θP) at any node along the binomial tree is
$\theta C_{ij} = (C_{i+1,j+2} - C_{ij}) / t$
$\theta P_{ij} = (P_{i+1,j+2} - P_{ij}) / t$

¿Cuánto se aproximan los valores de las opciones generados por un modelo binomial a los generados por el modelo Black-Scholes? Esta pregunta sólo tiene sentido para las opciones europeas, ya que el modelo Black-Scholes no puede utilizarse para evaluar las opciones americanas. En nuestro árbol binomial de tres periodos, el valor de una opción europea de compra de 100 es 5,22, y el de una opción de venta de 100 es 2,28. Utilizando el modelo Black-Scholes, los valores son 5,01 y 2,05. Ambos valores binomiales son mayores que los verdaderos valores Black-Scholes. Podemos aumentar la precisión del modelo binomial incrementando el número de períodos de tiempo. En un árbol binomial de cuatro periodos, los valores son 4,79 y 1,84. [La Figura 19-14](#) muestra la diferencia entre los valores Black-Scholes y binomiales para la opción de compra 100 a medida que aumentamos el número de periodos de tiempo de 1 a 10. Podemos ver que el error oscila entre 1 y 2. Podemos ver que el error oscila entre positivo y negativo, siendo el valor absoluto del error cada vez menor. De hecho, si construimos un árbol con un número infinito de periodos de tiempo, el error convergerá a 0. Los valores binomial y Black-Scholes serán idénticos.

Figura 19-14 A medida que aumentamos el número de periodos, el valor binomial converge al valor Black-Scholes.



¿Cuántos periodos debemos utilizar en un modelo binomial? A medida que dividimos el tiempo hasta el vencimiento en incrementos cada vez más pequeños, aumentamos la precisión. Pero un mayor número de periodos también aumenta el número de cálculos, y este número aumenta exponencialmente. Dado el compromiso entre precisión y velocidad, una elección común suele ser entre 50 y 100 periodos.

La precisión de un cálculo binomial puede aumentarse aún más tomando el valor medio generado por dos periodos, lo que a veces se denomina *medios pasos*. Por ejemplo, el árbol de 9 periodos sobrevalora la opción 100 en 0,07 aproximadamente (valor Black-Scholes - valor binomial = -0,07), mientras que el árbol de 10 periodos infravalora la opción en 0,09 aproximadamente. Si tomamos la media de los valores de 9 y 10 periodos (un valor de 9½ periodos), la opción sólo se infravalora en 0,01 puntos. Los resultados de este procedimiento de promediado pueden verse en [la figura 19-14](#).

¹John C. Cox, Stephen A. Ross y Mark Rubinstein, "Option Pricing: A Simplified Approach", *Journal of Financial Economics* 7(3):229-263, 1979.

$$\binom{n}{j}$$

²La expansión binomial se escribe a veces

³Para simplificar, los árboles binomiales suelen dibujarse simétricamente de arriba abajo. Sin embargo, esto puede inducir a error. Si se dibujan a escala, las ramas suelen hacerse más estrechas a medida que nos movemos de arriba abajo. Podemos ver esto en [la Figura 19-1](#): $115,76 - 105,00 = 10,76$ (las dos ramas superiores); $105,00 - 95,24 = 10,76$, $9,76$ (las dos ramas centrales); $95,24 - 86,38 = 8,86$ (las dos ramas inferiores). Dado que $10,76 > 9,76 > 8,86$, las ramas deben ser cada vez más estrechas.

⁴Para simplificar, ignoramos el interés que puede devengarse por el pago de dividendos. Un árbol binomial más preciso debería incluir también esta cantidad.

Volatilidad revisada

Cuando un operador introduce una volatilidad en un modelo teórico de fijación de precios, ¿qué está introduciendo exactamente en el modelo? Conocemos la definición matemática de volatilidad

-una desviación típica, en términos porcentuales, en un periodo de un año. Más allá de esto, nos queda la cuestión de la interpretación. ¿La cifra representa una volatilidad realizada o una volatilidad implícita? ¿Hablamos de volatilidad histórica o de volatilidad futura? ¿A largo o a corto plazo? La volatilidad que elija un operador puede variar en función de las respuestas a estas preguntas.

Considere esta :

Precio subyacente = 100,00 Plazo
de vencimiento = 8 semanas Tipo
de interés = 0
Volatilidad implícita= 20%

Supongamos que compramos el straddle de 100 a un precio igual a su volatilidad implícita del 20%, en este caso 6,25. La posición debería ser aproximadamente delta neutral porque tanto la opción de compra de 100 como la de venta de 100 están en el dinero. La posición debería ser aproximadamente delta neutra porque tanto la opción de compra de 100 como la de venta de 100 están en el dinero. Después de comprar el straddle, la volatilidad implícita sube al 22%. ¿Cómo vamos?

Podríamos suponer instintivamente que la posición arrojará un beneficio porque el aumento de la volatilidad implícita debería ser un reflejo de la subida de los precios de las opciones. De hecho, si se produce un aumento inmediato de la volatilidad implícita y el resto de condiciones se mantienen sin cambios, el precio del straddle de 100 subirá a 6,87, lo que se traducirá en un beneficio de 1.000 millones de euros.

$$6,87 - 6,25 = +0,62$$

Pero supongamos que la volatilidad implícita aumenta lentamente hasta el 22% en un periodo de tres semanas. Aunque el aumento de la volatilidad implícita jugará a nuestro favor, el paso del tiempo hará que las opciones decaigan. De hecho, con el contrato subyacente todavía a 100,00, el straddle valdrá sólo 5,43, lo que se traducirá en

en una pérdida de

$$5,43 - 6,25 = -0,82$$

Los beneficios del aumento de la volatilidad implícita se vieron superados por los costes del deterioro temporal.

Supongamos ahora que, en lugar de subir, la volatilidad implícita baja al 18%. ¿Cómo afectará esto a nuestra posición? Si se produce un descenso inmediato sin cambios en ninguna otra condición del mercado, el precio del straddle de 100 caerá a 5,62, lo que nos dejará una pérdida de 1.000 millones de euros.

$$5,62 - 6,25 = -0,63$$

Pero supongamos que al bajar la volatilidad implícita al , el precio subyacente también cambia. Ahora nos beneficiamos de una gamma positiva. Si el precio subyacente sube inmediatamente a 105,00, el straddle de 100 valdrá 7,09, con lo que obtendremos un beneficio de 1.000 millones de euros.

$$7,09 - 6,25 = +0,84$$

Si el precio subyacente se mueve en la otra dirección y cae inmediatamente a 95,00, el straddle tendrá un valor de 6,87, lo que supondrá un beneficio de

$$6,87 - 6,25 = +0,62$$

Las desventajas de la caída de la volatilidad implícita se vieron compensadas con creces por las ventajas de la variación del precio de la acción subyacente.

Este ejemplo ilustra un principio importante de la negociación de opciones:

Cuanto más tiempo se mantenga una posición en opciones, más importante será la volatilidad realizada del contrato subyacente y menos la volatilidad implícita. Si una posición se mantiene hasta el vencimiento, la volatilidad realizada es la única consideración.

Ya vimos este principio en el [Capítulo 8](#) sobre cobertura dinámica. El proceso de ajuste delta-neutral determinaba finalmente una posición arrojaría beneficios o pérdidas, independientemente de cualquier cambio en la volatilidad implícita. Esto no decir que la volatilidad implícita carezca de importancia; los precios siempre son importantes porque a menudo determinarán los flujos de caja provisionales y las necesidades de capital. Pero, en

Para tomar decisiones de negociación sensatas, necesitamos conocer el valor además del precio. En última instancia, el valor de una posición en opciones vendrá determinado por la volatilidad del contrato subyacente.

Determinar la entrada de volatilidad correcta puede ser un ejercicio difícil y frustrante, incluso para un operador de opciones experimentado. La previsión de los movimientos direccionales de los precios, ya sea a través del análisis fundamental o técnico, es un área muy estudiada en el comercio, y hay muchas fuentes a las que un operador puede recurrir para obtener información sobre estos temas. Desgraciadamente, la volatilidad es un concepto mucho más nuevo, y hay menos información para orientar al operador. A pesar de esta dificultad, un operador de opciones debe esforzarse por obtener una información razonable sobre la volatilidad si pretende utilizar un modelo teórico de fijación de precios para tomar decisiones de negociación y gestionar el riesgo.

Volatilidad histórica

Dado que la volatilidad realizada a lo largo de la vida de una opción acabará dominando cualquier cambio en la volatilidad implícita, sin duda querremos reflexionar sobre cómo predecir la volatilidad realizada futura. Esta predicción suele comenzar por el análisis de los datos históricos de volatilidad. ¿Cómo calcular la volatilidad histórica?

Sabemos que la volatilidad representa una desviación típica. Para calcular una desviación típica se suelen utilizar dos métodos, a saber

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{n}} \text{ or } \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{n-1}}$$

En cada caso, x_i son los puntos de datos, μ es la media de todos los puntos de datos y n es el número total de puntos de datos. La única diferencia entre los dos métodos es el denominador, ya sea n o $n - 1$.

Si queremos conocer la desviación típica de toda una población de puntos de datos, podemos utilizar el primer método, dividiendo por n . Esto se conoce como *desviación típica poblacional*. Supongamos, sin embargo, que tenemos una muestra de puntos de datos de una población mayor y queremos utilizar esta muestra para estimar la desviación típica de toda la población. Dado que nuestra muestra es limitada, es probable que pasemos por alto algunos de los puntos de datos más extremos de la población más grande.

población. Por este motivo, es probable que nuestra estimación de la desviación típica para toda la población sea demasiado baja. Para mejorar nuestra estimación, deberíamos aumentar el cálculo de la desviación típica. Esto se suele hacer reduciendo el tamaño del denominador de n a $n - 1$, lo que da como resultado una *desviación típica muestral* de la población más grande. Dado que la volatilidad histórica se utiliza más a menudo para estimar una volatilidad futura, los cálculos de volatilidad histórica se realizan con mayor frecuencia utilizando la desviación típica muestral, es decir, dividiendo por $n - 1$.

Los puntos de datos x_i en un cálculo de volatilidad son los *rendimientos de* los precios, ya sea el cambio porcentual en el precio subyacente de un período de tiempo al siguiente

$$\frac{p_n - p_{n-1}}{p_n}$$

o, más comúnmente, el cambio logarítmico

$$\ln \frac{p_n}{p_{n-1}}$$

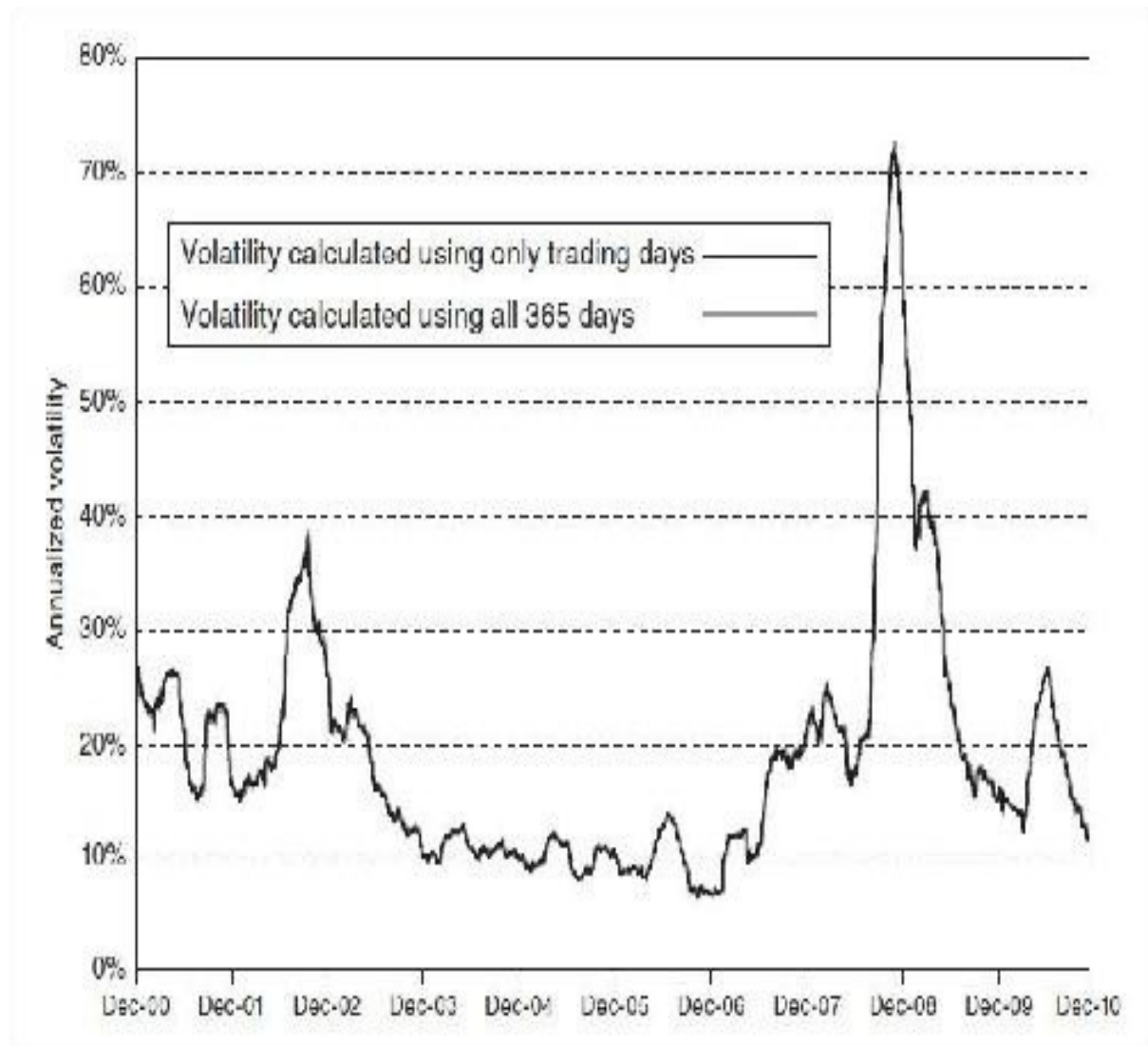
Los periodos de tiempo pueden ser de cualquier duración, pero en el caso de los contratos negociados en bolsa, los rendimientos suelen basarse en la variación del precio de un día de liquidación al siguiente.

En el cálculo de la desviación típica, μ (la letra griega mu) es la media de todos los rendimientos de los precios. Dado que la volatilidad es la desviación de la media, si un contrato sube un 1% cada día durante 10 días consecutivos, su volatilidad a lo largo del periodo de 10 días es 0; la variación del precio nunca se desvió de su media. Para la mayoría de los operadores, esto no es correcto. Los movimientos al alza del 1% deberían representar alguna volatilidad distinta de 0. De hecho, la mayoría de los cálculos de volatilidad histórica utilizan una hipótesis *de media cero*: se supone que μ es siempre 0, independientemente de la media real.

Al calcular la volatilidad histórica, los operadores suelen excluir los fines de semana y los días festivos, lo que da como resultado un año de negociación de entre 250 y 260 días. Pero también se puede calcular la volatilidad utilizando los 365 días, asignando un cambio de precio 0 a los días no comerciales. Este método puede ser adecuado para comparar las volatilidades de productos negociados en dos bolsas diferentes con calendarios de negociación distintos. Obviamente, los dos métodos arrojarán volatilidades históricas ligeramente diferentes. Pero, si la volatilidad histórica se utiliza como orientación general para la volatilidad futura realizada, es poco probable que las diferencias sean significativas. Esto puede verse en [la Figura 20-1](#), que muestra la volatilidad a tres meses del Standard and

Poor's (S&P) 500 Index calculado utilizando sólo los días de negociación (aproximadamente 252 días al año) y utilizando los 365 días.¹ Los gráficos son casi indistinguibles.

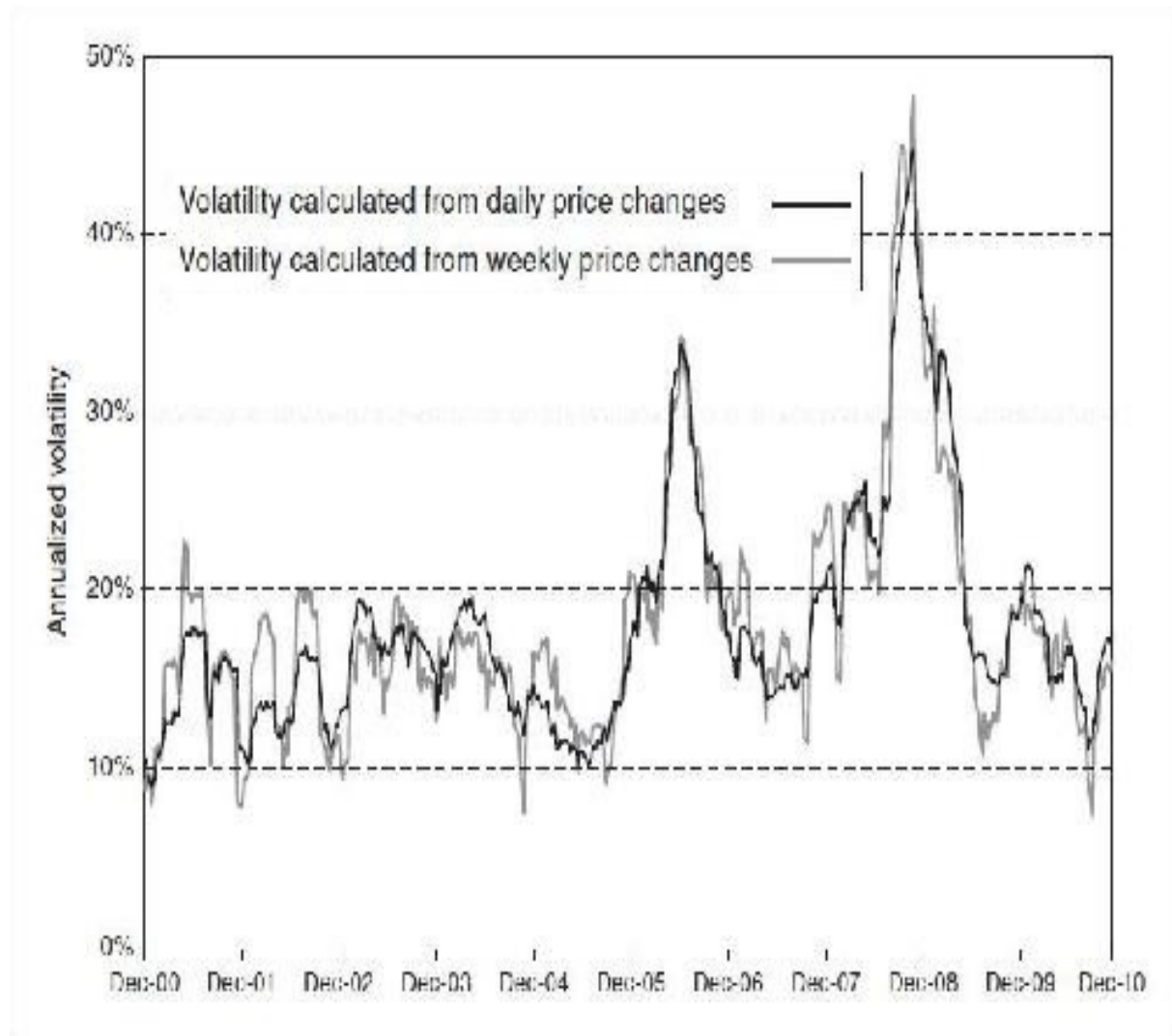
Figura 20-1 Volatilidad histórica a tres meses del índice S&P 500: 2001-2010.



Aunque para calcular la volatilidad histórica se suelen utilizar las cotizaciones diarias, podemos utilizar las cotizaciones semanales. ¿Cómo afectará esto al cálculo de la volatilidad histórica? [La Figura 20-2](#) muestra la volatilidad trimestral del oro desde 2001 hasta 2010, calculada utilizando los rendimientos diarios y semanales de los precios. En general, los gráficos muestran características similares, aunque las fluctuaciones parecen ser ligeramente mayores utilizando los rendimientos semanales. Esto se debe probablemente al menor número de puntos de datos (13 puntos de datos semanales en lugar de 91 puntos de datos diarios). El mayor número de puntos de datos tenderá a tener un efecto suavizador.

Dado que los gráficos muestran características similares, podemos concluir que si un contrato es volátil de un día para otro, será igualmente volátil de una semana para otra o de un mes para otro. Los rendimientos diarios se utilizan con mayor frecuencia para aumentar el número de puntos de datos en el cálculo de la volatilidad y, por tanto, ofrecer una volatilidad más precisa.

Figura 20-2 Volatilidad histórica del oro a tres meses: 2001-2010.



Supongamos que el precio de un contrato fluctúa bruscamente durante una jornada de negociación, con fuertes subidas y bajadas, pero termina el día sin cambios. Si esto ocurre con frecuencia, utilizar sólo los precios de liquidación para calcular la volatilidad histórica puede dar una imagen incompleta de la volatilidad real de un contrato. Para tener en cuenta el movimiento intradiario de los precios, se han propuesto varios métodos alternativos para calcular la volatilidad histórica.

El método de los valores extremos, propuesto por Michael Parkinson⁽²⁾ utiliza los valores máximos y mínimos durante un periodo de 24 horas. Este método no sólo ofrece una imagen más completa de la volatilidad, sino que también puede ser útil cuando no se dispone de precios de liquidación definitivos. Utilizando el método del valor extremo, la volatilidad histórica anualizada viene dada por

$$\frac{1}{2\sqrt{n \ln(2)}} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\ln \frac{h_i}{l_i} \right)^2}$$

$$\sqrt{t}$$

donde n = número de retornos de precios, h_i = precio más alto durante el intervalo de tiempo elegido, l_i = precio más bajo durante el intervalo de tiempo elegido, \ln = logaritmo natural, y t = la duración de cada intervalo de tiempo en años.

Un enfoque alternativo propuesto por Mark Garman y Michael Klass⁽³⁾ amplía el método Parkinson incluyendo también los precios de apertura y cierre de un contrato subyacente. Con este método, volatilidad histórica anualizada viene dada por

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left(\ln \frac{h_i}{l_i} \right)^2} - \frac{1}{n} [2 \ln(2) - 1] \sum_{i=1}^n \left(\ln \frac{c_i}{o_i} \right)^2}{\sqrt{t}}$$

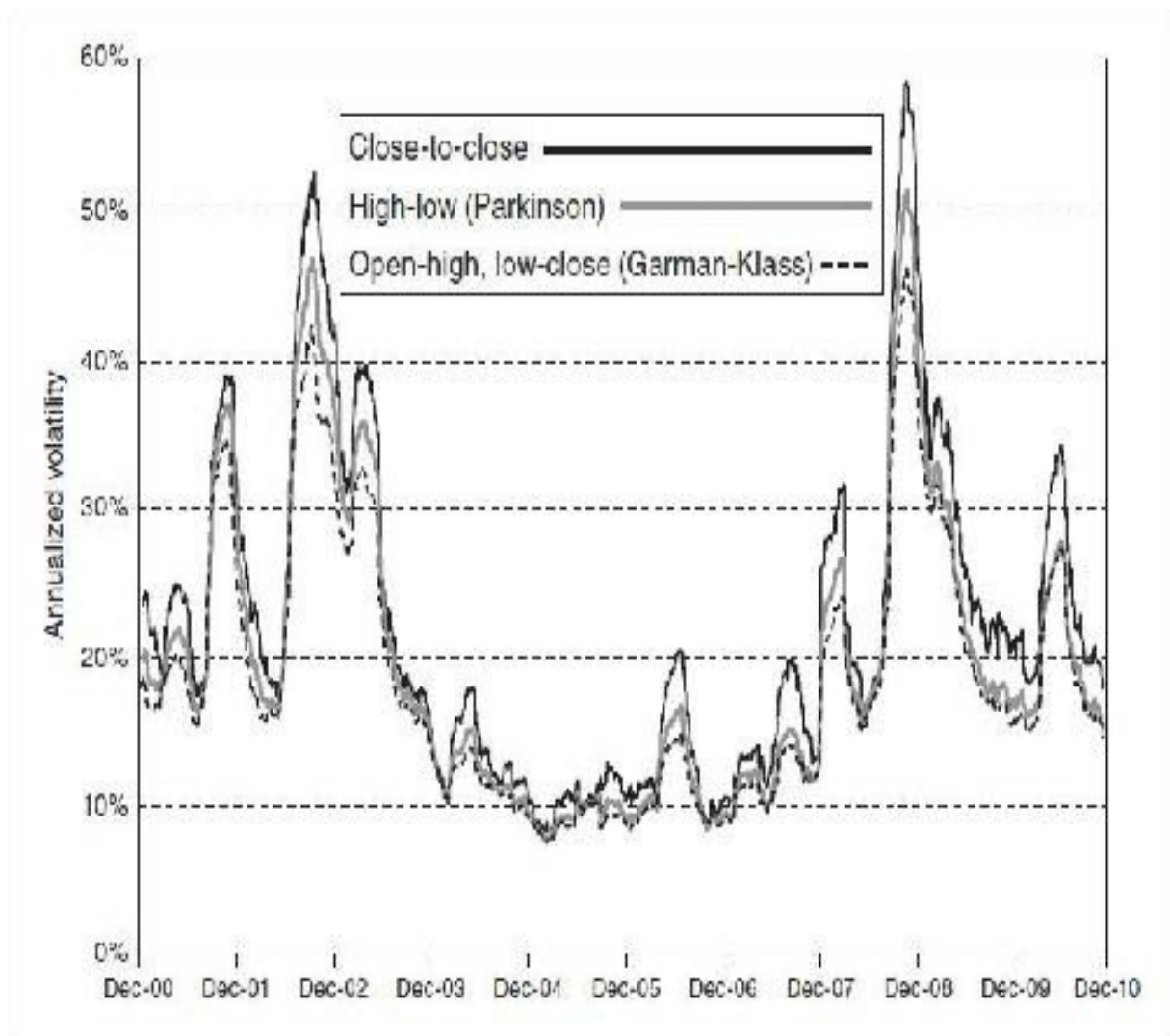
donde o_i = precio de apertura al inicio de la negociación, y c_i = precio de cierre al final de la negociación.

Al igual que con el estimador tradicional de cierre a cierre, tanto el estimador de Parkinson como el de Garman-Klass se anualizan dividiendo por la raíz cuadrada de t , el tiempo entre intervalos de precios. (Esto es lo mismo que multiplicar por la raíz cuadrada del número de intervalos de tiempo en un año).

La Figura 20-3 muestra la volatilidad a tres meses del índice EuroStoxx 50, un índice ampliamente seguido de grandes empresas europeas. La volatilidad se ha calculado utilizando tres métodos: cierre-cierre, alto-bajo (Parkinson) y apertura-alto, bajo-cierre (Garman-Klass). Los dos últimos métodos parecen arrojar una volatilidad sistemáticamente inferior a la del primer método. La explicación probablemente tenga que ver con el hecho de que Parkinson y Garman-Klass sólo se utilizan cuando los mercados están abiertos y la negociación es continua. Pero el índice EuroStoxx 50 no se calcula

continuamente. Se calcula durante un periodo de algo menos de 10 horas, desde aproximadamente las 9:00 hasta 18:50, hora europea. Durante las horas restantes del día, la volatilidad del índice es inobservable. Por ello, para los contratos que sólo se negocian durante parte del día, Garman y Klass recomiendan dar cierta importancia a la estimación de cierre. Un enfoque consiste en dar a la volatilidad observable (ya sea Parkinson o Garman-Klass) un peso proporcional a la fracción del día durante la cual el mercado está abierto y dar el peso restante a la volatilidad de cierre. Por lo general, esto significa dar mayor a la estimación de la volatilidad de cierre a cierre porque muchos mercados están cerrados más horas de las que están abiertos. Pero los métodos de Parkinson y Garman-Klass suelen considerarse estimaciones más precisas, al menos cuando un mercado cotiza de forma continua. Por lo tanto, podría tener más sentido aumentar las ponderaciones para estas estimaciones y reducir las ponderaciones para la estimación de cierre a cierre. Garman y Klass proponen una fórmula precisa para ponderar las estimaciones, pero una solución práctica podría ser simplemente ponderar las estimaciones por igual.

Figura 20-3 Volatilidad histórica a tres meses del índice EuroStoxx 50: 2001-2010.



Dado que hemos abordado el cálculo de la volatilidad histórica con cierto detalle, el lector puede haberse quedado con la impresión de que el método elegido será un importante factor determinante del éxito o de una estrategia de opciones. Sin embargo, para la mayoría de los operadores, la volatilidad histórica no es más que una guía de lo que realmente les interesa: la volatilidad futura realizada. Dado que es poco probable que los resultados de cada método difieran significativamente, en la práctica, probablemente no haya mucha diferencia en el método elegido. Es mucho más importante saber interpretar los datos históricos de volatilidad que preocuparse por el método exacto utilizado.

Algunas características de la volatilidad

En [el Capítulo 6](#), utilizamos la analogía de que la volatilidad en sus diferentes interpretaciones -histórica, futura, implícita- es similar al tiempo atmosférico. La analogía volatilidad-tiempo también puede ayudarnos a identificar algunas características básicas de la volatilidad.

Supongamos que intentamos estimar la temperatura máxima de mañana y sólo disponemos de un , la temperatura máxima de hoy. ¿Cuál es nuestra mejor ? Como las temperaturas no suelen cambiar drásticamente de un día para , nuestra mejor estimación de la temperatura máxima de mañana es probablemente la misma que la de hoy. Se dice que las lecturas de temperatura *están correlacionadas en serie*. En ausencia de otra información, la mejor estimación de lo que ocurrirá en el siguiente periodo de tiempo es lo que ocurrió en el anterior. La volatilidad parece mostrar esta característica de correlación en serie. Lo que ocurrirá en el futuro depende a menudo de lo que ocurrió en el pasado.

Supongamos ahora que no sólo conocemos la temperatura máxima de hoy, sino también la temperatura máxima media en esta época del año. Si la temperatura máxima de hoy es superior a la media, una estimación inteligente de la temperatura máxima de mañana probablemente será inferior a de hoy. Si la temperatura máxima de hoy es inferior a la media, una estimación inteligente de la temperatura máxima de mañana será superior a la de hoy. Sabemos que las temperaturas tienden *a revertir a la media*. La volatilidad también parece mostrar esta característica. Existe una mayor probabilidad de que la volatilidad, al igual que la temperatura, se mueva hacia la media en lugar de alejarse de ella.

Podemos ver la característica de reversión a la media de la volatilidad si comparamos [la Figura 20-2](#), la volatilidad a tres meses del oro, con [la Figura 20-4](#), el precio del oro durante el mismo periodo ⁽⁴⁾. Tanto los precios como la volatilidad a veces suben y a veces bajan. Pero a diferencia del precio de un contrato subyacente, que puede moverse en una dirección durante largos periodos de tiempo, parece haber un equilibrio número al que tiende a volver la volatilidad. Durante el periodo de 10 años cuestión, el precio del oro pasó de menos de 300 dólares la onza a más de 1.400 dólares. Aunque los precios fluctuaron, nunca volvieron a alcanzar los mínimos de 2001. Por otra parte, la volatilidad del oro, a pesar de las dramáticas fluctuaciones entre un mínimo del 9% y un máximo de más del 40%, siempre parecía volver finalmente al rango del 10% al 20%.

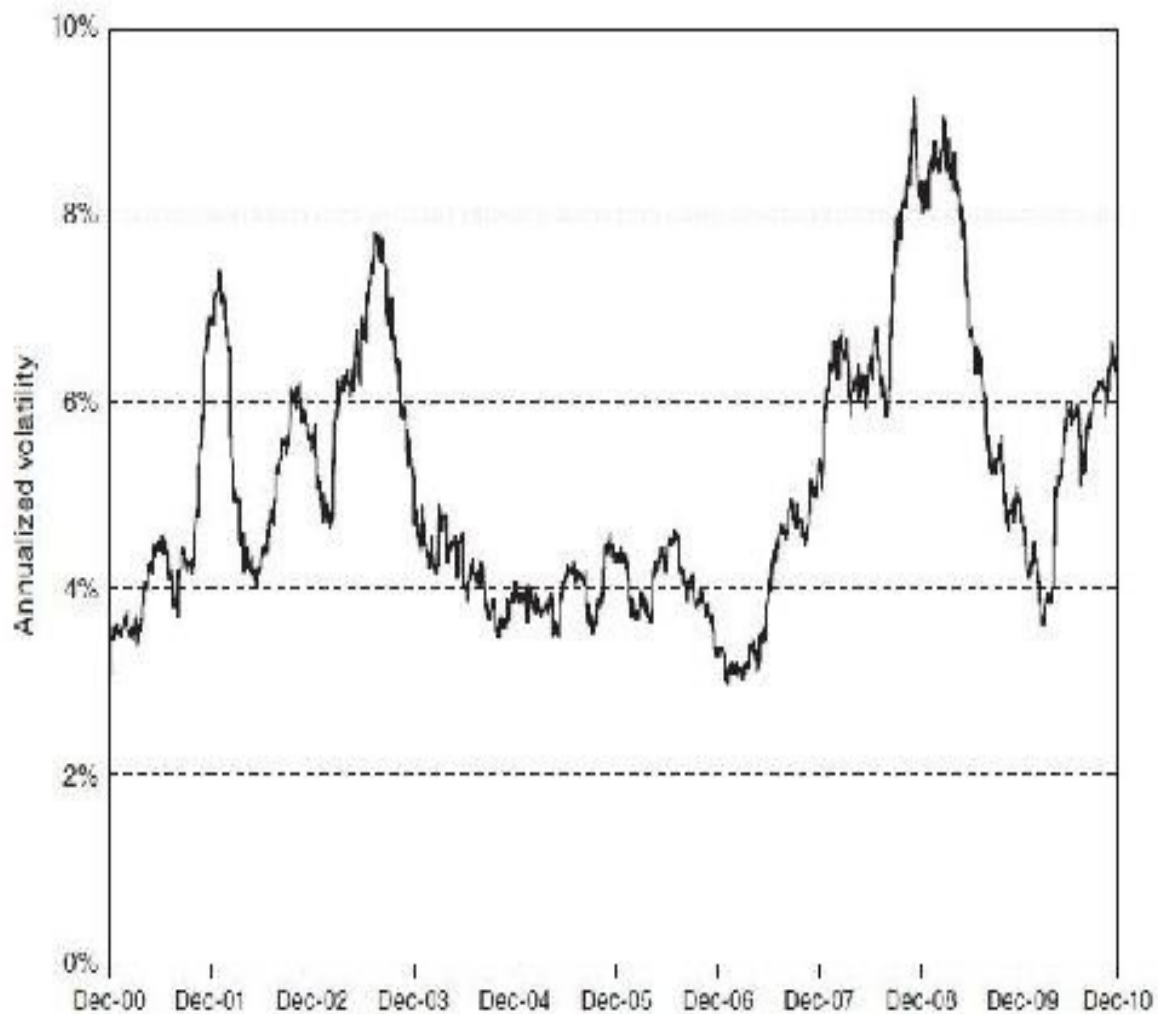
Figura 20-4 Precios de futuros del oro: 2001-2010.



De la [Figura 20-2](#) se deduce que el oro tiende a presentar una *volatilidad media* a largo plazo. Cuando la volatilidad sube por encima de la media, se puede estar bastante seguro de que acabará volviendo a su media. Cuando la volatilidad cae por debajo de la media, se puede estar bastante seguro de que acabará subiendo hasta alcanzarla. Hay un vaivén constante a través de esta media.

La reversión a la media es una característica común de la volatilidad de casi todos los contratos subyacentes negociados. [Las figuras 20-1](#) y [20-5](#) muestran la volatilidad histórica a tres meses, utilizando los rendimientos diarios, para el índice S&P 500 y los futuros del Bund de 2001 a 2010. A pesar de las drásticas fluctuaciones, tanto el Índice S&P 500 como los futuros del Bund tienden a mostrar una volatilidad media a la que ambos contratos tienden a volver. En el caso del índice S&P 500, parece situarse entre el 15% y el 20%. En el caso del Bund, un contrato mucho menos volátil, la volatilidad media parece situarse en torno al 5%.

Figura 20-5 Volatilidad histórica a tres meses de los futuros del Bund: 2001-2010.



En los gráficos 20-6 a 20-8, podemos ver más claramente la característica de reversión a la media de la volatilidad. Estos gráficos muestran las volatilidades mínimas, máximas y medias realizadas para el índice S&P 500, los futuros sobre oro y los futuros sobre Bund de 2001 a 2010 en periodos de tiempo que van de 2 a 300 semanas. Por ejemplo, en [la Figura 20-6](#), si consideramos todos los periodos posibles de dos semanas de 2001 a 2010, podemos ver que la volatilidad mínima de dos semanas para el índice S&P 500 fue de aproximadamente el 5%, mientras que la volatilidad máxima de dos semanas fue ligeramente superior al 100%. La volatilidad media a dos semanas fue de aproximadamente el 18%. Para cada periodo posible de 300 semanas, la volatilidad mínima del índice S&P 500 fue aproximadamente del 14%, la volatilidad máxima del 24% y la volatilidad media del 19%. Los gráficos de los futuros del oro ([Figura 20-7](#)) y de los futuros del Bund ([Figura 20-8](#)) muestran las mismas características generales. A medida que aumentamos el periodo de tiempo durante el cual se calcula la

se calcula la volatilidad, los resultados tienden a converger hacia una volatilidad media o promedio.

Figura 20-6 Volatilidad histórica realizada del índice S&P 500 por periodo de tiempo: 2001-2010.

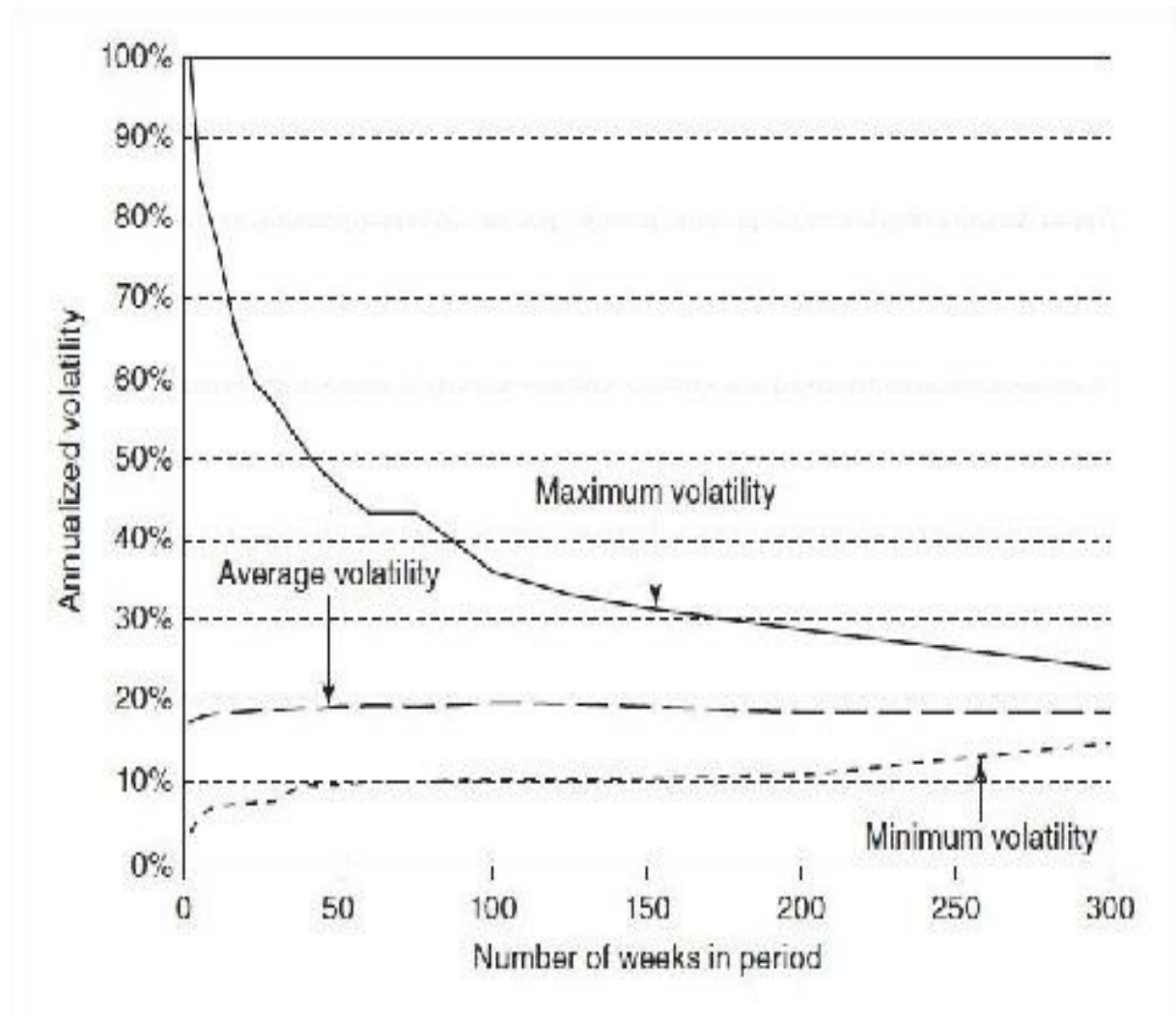


Figura 20-7 Volatilidad histórica realizada de los futuros del oro por periodo de tiempo: 2001-2010.

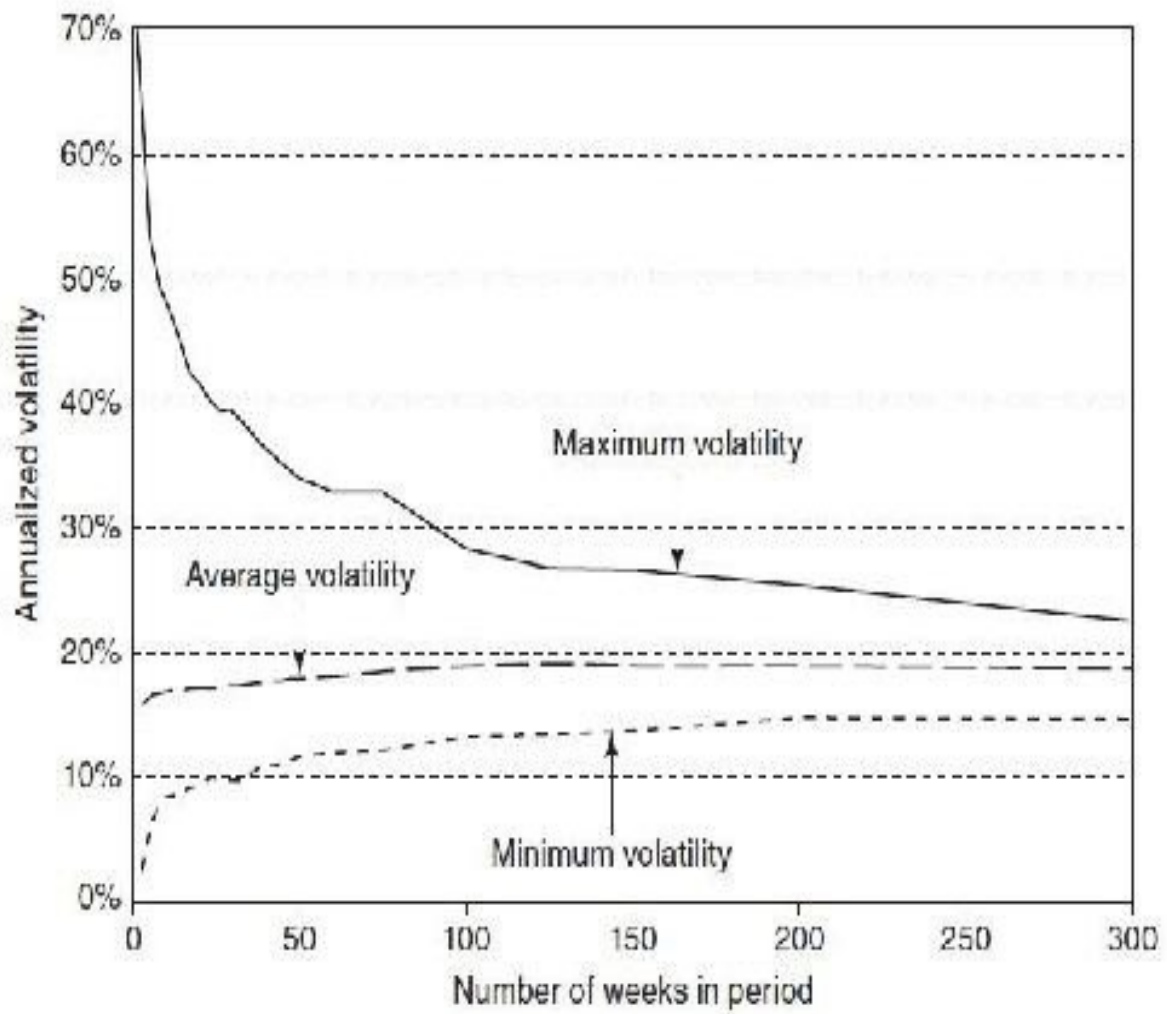
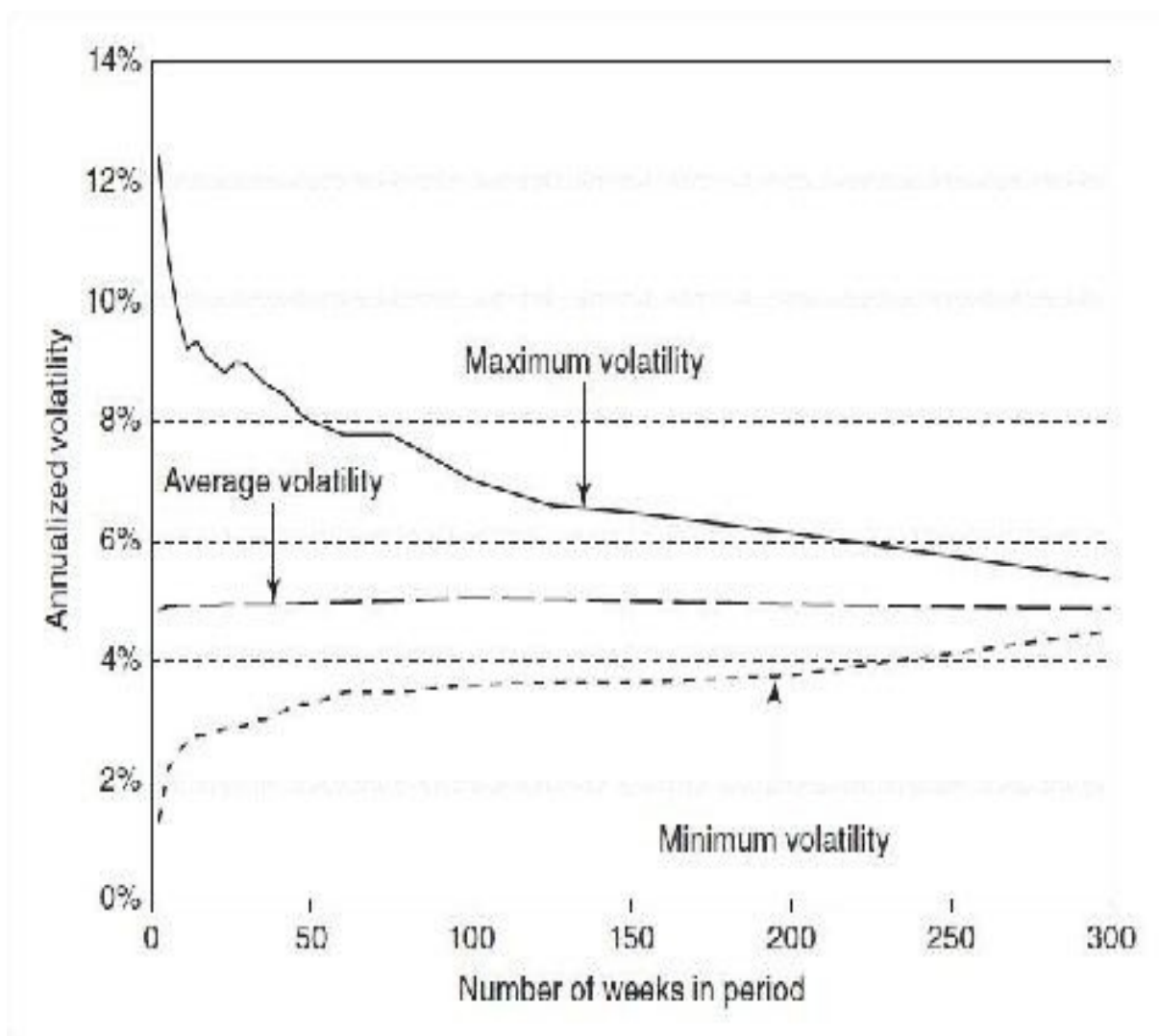


Figura 20-8 Volatilidad histórica realizada de los futuros del Bund por periodo de tiempo: 2001-2010.



Gráficos similares a los de [las figuras 20-6 a 20-8](#) se utilizan a menudo para ilustrar la *estructura temporal* de la volatilidad, es decir, la probabilidad de que la volatilidad se sitúe dentro de un intervalo determinado durante un periodo de tiempo específico. El gráfico de la estructura temporal suele tener una *cónica*, con mayores variaciones en periodos cortos de tiempo y mayores variaciones en periodos largos de tiempo.

variaciones más pequeñas en periodos largos.⁵ Debido a la estructura temporal de la volatilidad, a menudo es más fácil predecir la volatilidad a largo plazo que la volatilidad a corto plazo. Esto puede parecer contrario a la intuición, ya que tendemos a esperar una mayor variabilidad en periodos largos que en periodos cortos. Sin embargo, la volatilidad puede considerarse como una variabilidad media. Durante largos periodos de tiempo, las grandes y pequeñas fluctuaciones de los precios tienden a compensarse entre sí, dando lugar a resultados más estables.

Dado que la volatilidad a largo plazo tiende a ser más estable que la volatilidad a corto plazo, se podría suponer que es más fácil valorar las opciones a largo plazo que a corto plazo. Esto sería cierto si todas las opciones fueran igual de sensibles a

cambios en la volatilidad. Pero sabemos que las opciones a largo plazo tienen valores vega mayores que las opciones a corto plazo: son más sensibles a los cambios de volatilidad. Esto significa que cualquier error de volatilidad se magnificará enormemente al evaluar una a largo plazo. Dependiendo del tiempo hasta el vencimiento, el efecto de un error de volatilidad de dos o tres puntos porcentuales en una opción a largo plazo puede ser mayor que un error de cinco o seis puntos porcentuales en una opción a corto plazo.

¿Qué más podemos decir sobre la volatilidad? Si observamos de nuevo [el Gráfico 20-2](#), podemos suponer que la volatilidad tiene algunas características tendenciales. Desde principios de 2004 hasta mediados de 2005, se observó una persistente tendencia a la baja en la volatilidad del oro. A continuación, desde mediados de 2005 hasta mediados de 2006, se produjo una tendencia al alza más pronunciada. Y desde principios de 2007 hasta la mayor parte de 2008, pareció producirse un aumento escalonado de la volatilidad hasta un máximo de más del 40%. Dentro de estas tendencias principales, también hubo tendencias menores, ya que la volatilidad subió y bajó durante cortos periodos de tiempo. En este sentido, los gráficos de volatilidad parecen mostrar algunas de las mismas características que los gráficos de precios, y no sería aplicar al análisis de la volatilidad algunos de los mismos principios utilizados en el análisis técnico. Sin embargo, es importante recordar que, aunque las variaciones de precios y la volatilidad están relacionadas, no son lo mismo. Si un operador intenta aplicar exactamente las mismas reglas del análisis técnico al análisis de la volatilidad, es probable que descubra que en algunos casos las reglas no tienen relevancia y que en otros casos las reglas deben modificarse para tener en cuenta las características únicas de la volatilidad.

Previsión de la volatilidad

¿Cómo podemos utilizar los datos históricos de volatilidad, junto con las características de la volatilidad, para predecir la volatilidad realizada futura? Supongamos que tenemos los siguientes datos históricos de volatilidad para un contrato subyacente:

6-week historical volatility:	28 percent
12-week historical volatility:	22 percent
26-week historical volatility:	19 percent
52-week historical volatility:	18 percent

Quizá prefiramos consultar más datos de volatilidad, pero si éstos son los únicos disponibles, ¿cómo debemos hacer una previsión de volatilidad?

Un posible enfoque consiste simplemente en promediar todos los datos disponibles:

$$(28\% + 22\% + 19\% + 18\%)/4 = 21,75\%$$

Con este método, cada dato histórico tiene la misma importancia. Pero, ¿es esto razonable? Quizá algunos datos sean más importantes que otros. Un operador podría suponer, por ejemplo, que cuanto más actuales son los datos, mayor es su importancia. Dado que la volatilidad del 28% de las últimas seis semanas es más actual que los demás datos de volatilidad, quizá el 28% debería desempeñar un papel más importante en nuestra previsión de volatilidad. Podríamos, por ejemplo, dar el doble de peso, el 40%, a la volatilidad de las últimas seis semanas, pero sólo el 20% a cada uno de los otros periodos de tiempo:

$$(40\% \times 28\%) + (20\% \times 22\%) + (20\% \times 19\%) + (20\% \times 18\%) = 23,0\%$$

Nuestra previsión de volatilidad ha aumentado ligeramente debido al peso adicional otorgado a la volatilidad histórica de seis semanas.

Por supuesto, si es cierto que la volatilidad más reciente de las últimas 6 semanas es más importante que los demás datos, se deduce que la volatilidad de las últimas 12 semanas debería ser más importante que la volatilidad de las últimas 26 y 52 . También se deduce que la volatilidad de las últimas 26 semanas debe ser más importante que la de las últimas 52 semanas. Podemos tener esto en cuenta en nuestra previsión utilizando una ponderación regresiva, dando a los datos de volatilidad más distantes progresivamente menos peso en nuestra previsión. Por ejemplo, podríamos calcular

$$(40\% \times 28\%) + (30\% \times 22\%) + (20\% \times 19\%) + (10\% \times 18\%) = 23,4\%$$

Aquí hemos dado a la volatilidad a 6 semanas el 40% de la ponderación, a la volatilidad a 12 semanas el 30% de la ponderación, a la volatilidad a 26 semanas el 20% de la ponderación y a la volatilidad a 52 semanas el 10% de la ponderación.

Hemos partido del supuesto de que cuanto más recientes son los datos, mayor es su importancia. ¿Es esto siempre cierto? Si estamos interesados en evaluar opciones a corto plazo, puede ser cierto que los datos que cubren periodos cortos de tiempo sean los más importantes. Pero supongamos que nos interesa evaluar opciones a muy largo plazo. Durante largos periodos de tiempo, es probable que la característica de reversión a la media de la volatilidad reduzca la importancia de cualquier fluctuación a corto plazo de la volatilidad. De hecho, en periodos muy largos, la previsión de volatilidad más razonable es simplemente la volatilidad media a largo plazo del instrumento. Por lo tanto, el peso relativo que demos a los distintos datos de volatilidad dependerá del tiempo que quede hasta el vencimiento de las opciones en las que estemos interesados.

En cierto sentido, todas las volatilidades históricas de que disponemos son actuales; simplemente abarcan periodos de tiempo diferentes. ¿Cómo sabemos qué datos son los más importantes? Además de la característica de reversión a la media, sabemos que la volatilidad también tiende a estar correlacionada en serie. Es probable que la volatilidad de un periodo determinado dependa o esté correlacionada con la volatilidad del periodo anterior, suponiendo que ambos periodos abarquen el mismo tiempo. Si la volatilidad de un contrato en las últimas cuatro semanas fue del 15%, es más probable que la volatilidad en las próximas cuatro semanas se aproxime al 15% que se aleje del . Una vez que nos damos cuenta de esto, lógicamente podríamos optar por dar el mayor peso a los datos de volatilidad que cubren un período de tiempo más cercano a la vida de las opciones en las estamos interesados. Es decir, si estamos negociando opciones a muy largo plazo, los datos a largo plazo son los que deberían tener más peso. Si negociamos opciones a muy corto plazo, datos a corto plazo son los que más peso deben tener. Y si negociamos opciones a medio plazo, los datos a medio plazo son los que más peso deben tener.

Dada la característica de correlación serial de la volatilidad, ¿qué volatilidad deberíamos asignar a las opciones que vencen en cinco meses si sólo disponemos de nuestras cuatro volatilidades históricas: ¿Volatilidades de 6, 12, 26 y 52 semanas? Dado que 5 meses es lo más parecido a 26 semanas, podemos asignar a la volatilidad de 26 semanas la mayor ponderación y a los demás datos una ponderación proporcionalmente menor

$$(15\% \times 28\% + (25\% \times 22\%) + (35\% \times 19\%) + (25\% \times 18\%) = 20,85\%$$

Alternativamente, si estamos interesados en evaluar opciones a 3 meses, podemos dar el mayor peso a la volatilidad histórica de 12 semanas

$$(25\% \times 28\% + (35\% \times 22\%) + (25\% \times 19\%) + (15\% \times 18\%) = 22,15\%$$

En los ejemplos anteriores, sólo hemos utilizado cuatro volatilidades históricas. Pero cuantos más datos de volatilidad haya disponibles, más precisa será cualquier previsión de volatilidad. Un mayor número de datos, que abarquen distintos periodos de tiempo, no sólo ofrecerá una mejor visión general de las características de volatilidad de un instrumento subyacente, sino que también permitirá a un operador ajustar mejor las volatilidades históricas a opciones con distintos periodos de tiempo hasta el vencimiento. En nuestros ejemplos, hemos utilizado las volatilidades históricas de las últimas 12 y 26 semanas como aproximaciones para prever las volatilidades de los próximos seis y tres meses. Lo ideal sería disponer de datos históricos que cubrieran exactamente periodos de seis y tres meses.

Este enfoque para prever la volatilidad es uno que muchos operadores utilizan

intuitivamente. Depende de la identificación de las características típicas de la volatilidad y, a continuación, de la proyección de una volatilidad a lo largo de un período futuro.

El análisis de una serie de datos para predecir valores futuros es un campo de estudio que suele denominarse *análisis de series temporales*. Es posible que deseemos aplicar modelos de series temporales a la previsión de la volatilidad, pero para ello necesitamos una serie de puntos de datos en la que cada punto sea independiente de los demás. En nuestros ejemplos, las volatilidades que utilizamos para hacer nuestra predicción no forman una verdadera serie temporal porque las volatilidades se solapan y, como tales, no son realmente independientes entre sí. La volatilidad de 52 semanas se solapa con las volatilidades de 26, 12 y 6 semanas. La volatilidad a 26 semanas se solapa con las volatilidades a 12 y 6 semanas. Y la volatilidad a 12 semanas se solapa con la volatilidad a 6 semanas. Pero supongamos que en lugar de utilizar como puntos de datos las volatilidades históricas, utilizamos los rendimientos subyacentes. Estos rendimientos crean una verdadera serie temporal a la que podríamos aplicar un modelo de series temporales.

Un modelo de series temporales utilizado a menudo para estimar la volatilidad *futura es el modelo de media móvil ponderada exponencialmente* (EWMA). En este modelo, siempre se da mayor peso a los rendimientos más recientes, mientras que los rendimientos más antiguos reciben ponderaciones progresivamente menores. Si α es la ponderación asignada a cada *rentabilidad* r ,

entonces la varianza estimada (el cuadrado de la desviación típica) σ^2 durante el siguiente período de tiempo viene dada por

$$\sigma^2 = \alpha_1 r_1^2 + \alpha_2 r_2^2 + \dots + \alpha_{n-1} r_{n-1}^2 + \alpha_n r_n^2$$

donde r_n es la rentabilidad más reciente. Las restricciones son que todas las ponderaciones deben sumar 1,00

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1.00$$

y que cuanto más reciente es el rendimiento, mayor es la ponderación

$$\alpha_n > \alpha_{n-1}$$

Eligiendo una variable λ entre 0 y 1,00, las restricciones se cumplirán si

$$\alpha_i = \frac{\lambda^{i-1}(1-\lambda)}{1-\lambda^n}$$

A medida que reducimos el valor de λ , se asigna progresivamente más peso a las rentabilidades más recientes: la estimación de la varianza tiende a descontar el efecto de las rentabilidades más antiguas. A medida que aumentamos el valor de λ , la estimación distingue cada vez menos entre los rendimientos: los rendimientos más antiguos son tan importantes como los más recientes. A medida que λ se aproxima a 1,00 (nunca puede ser exactamente 1,00), la ponderación de todas las rentabilidades converge a un único valor, $1,00/n$. Una opción común para λ en muchos programas de gestión de riesgos es algo cercano a 0,94.

El modelo EWMA es un método relativamente sencillo para predecir la volatilidad. Dos factores que ignora son la correlación probable entre rendimientos sucesivos y la característica de reversión media de la volatilidad. Los modelos de series temporales más utilizados para predecir la volatilidad son una evolución del *modelo autorregresivo de heteroscedasticidad condicional* (ARCH) propuesto por primera vez por Robert Engle en el año 2000.

1982.⁶ Las técnicas utilizadas en los modelos ARCH se han perfeccionado y ampliado posteriormente en lo que ahora se conoce comúnmente como la familia de modelos de previsión de la volatilidad *de heteroscedasticidad condicional autorregresiva generalizada* (GARCH). Los modelos GARCH constan de tres componentes: una estimación de la volatilidad, como EWMA; un componente de correlación que refleja el hecho de que la magnitud de los rendimientos sucesivos tiende a estar correlacionada (es decir, los grandes rendimientos tienden a ir seguidos de grandes rendimientos, y los pequeños rendimientos tienden a ir seguidos de pequeños rendimientos); y un componente de reversión a la media que especifica la rapidez con la que la volatilidad tiende a volver a su media. Un análisis en profundidad de los modelos GARCH queda fuera del alcance de este texto, pero se puede encontrar más información sobre estos modelos en la mayoría de los textos avanzados sobre análisis de series temporales.

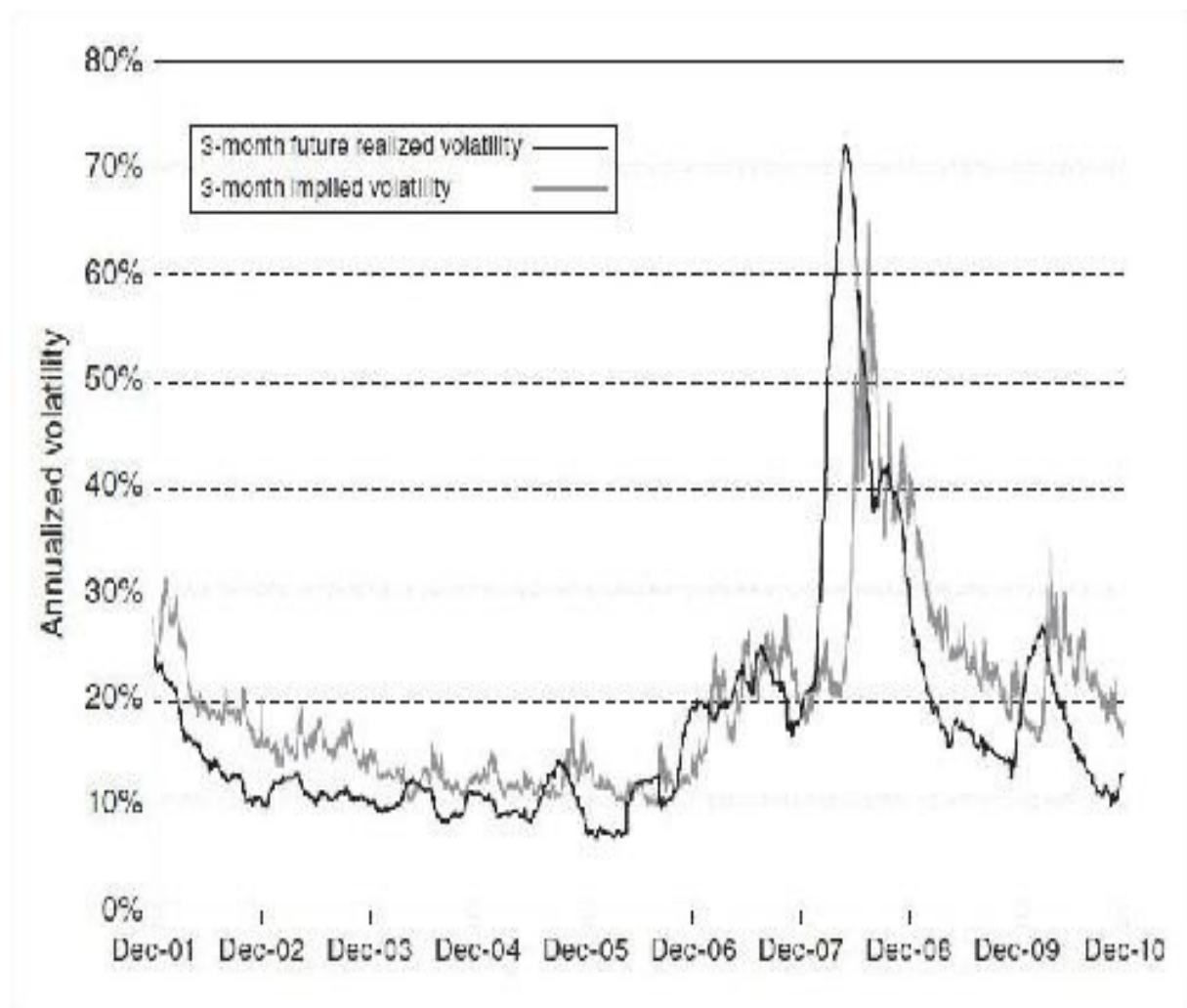
La volatilidad implícita como indicador de la volatilidad futura

Si, como creen muchos operadores, los precios en el mercado reflejan toda la información disponible que afecta al valor de un contrato⁽⁷⁾ el mejor predictor de la volatilidad realizada futura debería ser la volatilidad implícita. ¿Hasta qué punto es la volatilidad implícita un buen indicador de la volatilidad futura? Aunque sea imposible responder esta cuestión de forma definitiva, ya que ello exigiría un estudio detallado de muchas Aunque los precios de los bienes y servicios en los mercados de capitales no han variado a lo largo de períodos prolongados, podemos hacernos una idea si analizamos los datos de una muestra.

[La Figura 20-9](#) muestra la volatilidad realizada a tres meses (aproximadamente 63 días de negociación) para el índice S&P 500 y una volatilidad implícita móvil para la opción at-the-money a tres meses⁽⁸⁾ sobre el índice desde 2002 hasta 2010. No obstante,

los valores de la volatilidad realizada a tres meses se han desplazado hacia delante para que cada punto de datos represente la volatilidad realizada futura del índice durante los tres meses siguientes. Si la volatilidad implícita fuera un predictor perfecto de la volatilidad futura, ambos gráficos serían idénticos, pero obviamente no es así. En general, la volatilidad del índice S&P 500 tiende a adelantarse a la volatilidad implícita. Si el índice se vuelve más volátil, la volatilidad implícita aumenta; si el índice se vuelve menos volátil, la volatilidad implícita disminuye. El mercado parece reaccionar a la volatilidad del índice. Esto fue particularmente evidente durante 2008, cuando la volatilidad implícita aumentó tras el drástico incremento de la volatilidad del índice, y en 2009, cuando la volatilidad implícita cayó a medida que el propio índice se volvía menos volátil.

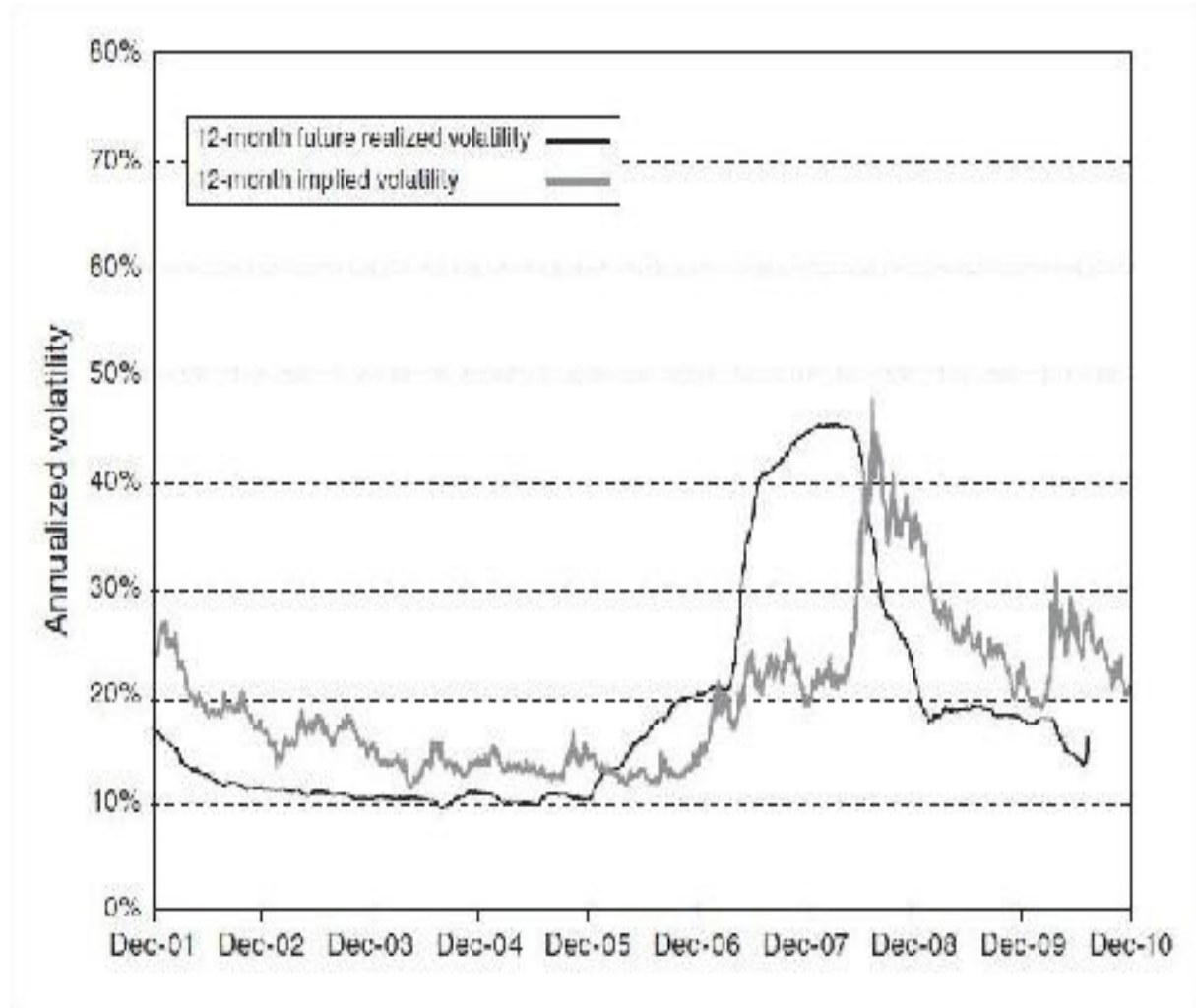
Figura 20-9 Volatilidad futura a tres meses del índice S&P 500 frente a la volatilidad implícita a tres meses.



Podemos hacer la misma comparación utilizando un periodo de 12 meses. [La Figura 20-10](#) muestra el sitio 12 meses futuro realizada a 12 meses de el S&P 500 Índice

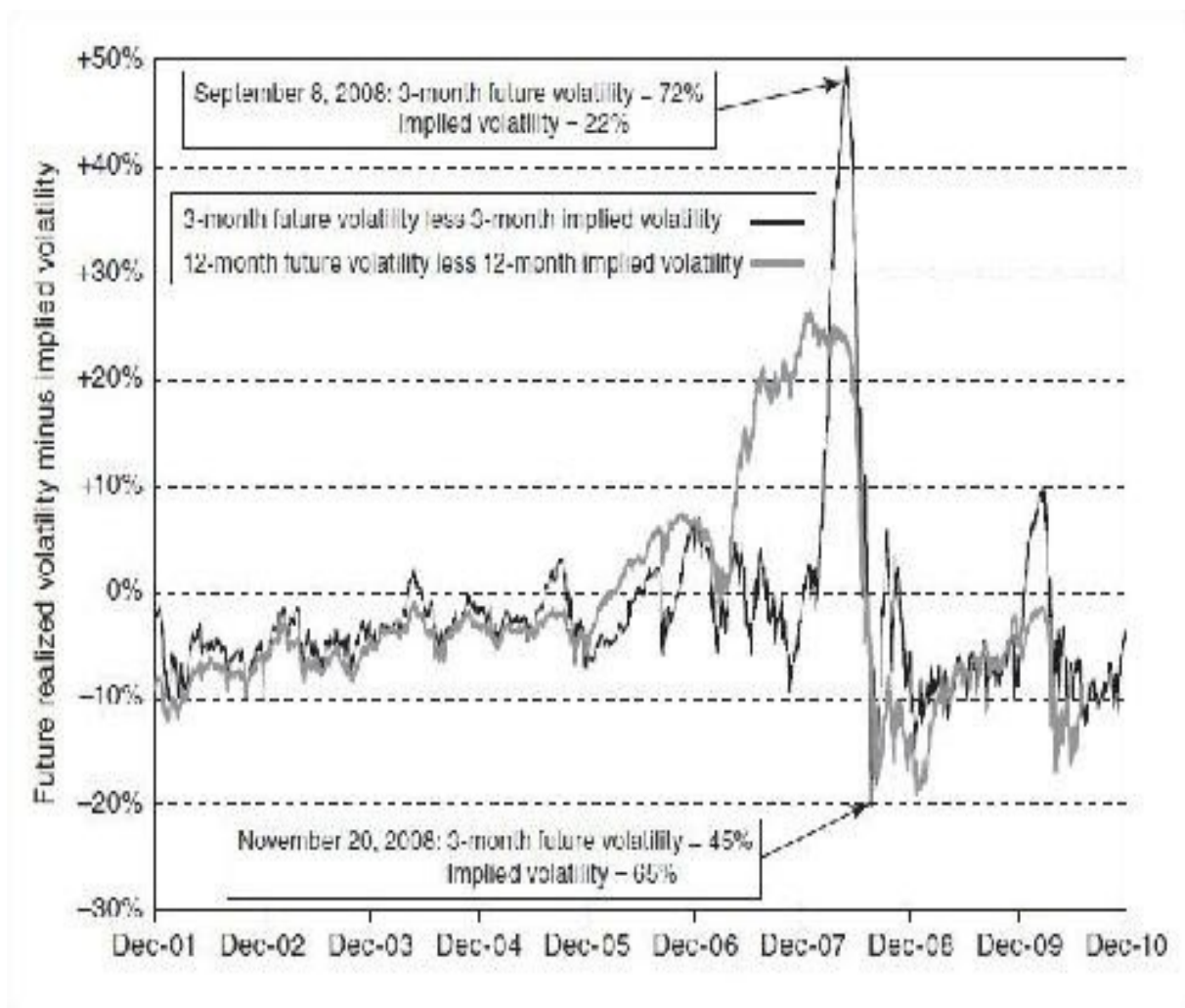
(aproximadamente 252 días de negociación) frente a la volatilidad implícita at-the-money a 12 meses durante el mismo periodo. En este caso, el desfase es aún más evidente debido al plazo más largo.

Figura 20-10 Volatilidad futura a 12 meses del índice S&P 500 frente a la volatilidad implícita a 12 meses.



Evidentemente, la volatilidad implícita en nuestros ejemplos no predijo con exactitud la volatilidad futura. Pero, aunque la volatilidad implícita no fuera un predictor totalmente exacto, quizá podamos sacar algunas conclusiones observando la diferencia entre la volatilidad implícita y la volatilidad futura realizada. Esto se muestra en [la Figura 20-11](#) para las opciones a 3 y 12 meses. Un valor positivo indica una volatilidad implícita demasiado baja (la volatilidad futura realizada resultó ser mayor), mientras que un valor negativo indica una volatilidad implícita demasiado alta (la volatilidad futura realizada resultó ser menor).

Figura 20-11 Diferencia entre la volatilidad futura y la volatilidad implícita del índice S&P 500.



Podemos ver en [la Figura 20-11](#) que durante gran parte del periodo en cuestión, la volatilidad implícita parecía predecir una volatilidad futura demasiado alta en hasta 10 puntos porcentuales. Pero hay algunas excepciones dramáticas. Durante 2008, la volatilidad implícita a tres meses predijo en un momento dado una volatilidad futura demasiado baja en casi 50 puntos porcentuales y en otro momento predijo una volatilidad demasiado alta en 20 puntos porcentuales. Es cierto que 2008 fue un año de extremos, pero incluso durante otros años, una diferencia de 10 puntos porcentuales entre la volatilidad implícita y la volatilidad futura no era infrecuente.

La volatilidad implícita es, en el mejor de los casos, un predictor imperfecto de la volatilidad futura. ¿Qué más podemos deducir de estos gráficos? En condiciones normales, la volatilidad implícita parece ser demasiado alta. Los compradores de opciones pueden estar dispuestos a pagar esta prima extra a cambio de las pocas ocasiones en que la volatilidad implícita sea drásticamente demasiado baja y se produzca una explosión posterior de la volatilidad. Esto es análogo a los seguros. Un comprador racional de seguros es consciente

que el precio de un contrato de seguro es casi con toda seguridad superior a su valor. De lo contrario, la compañía de seguros no tendría expectativas de beneficio. Pero los compradores de seguros están dispuestos a pagar esta prima extra en las raras ocasiones en que se produce un imprevisto y el seguro se hace absolutamente necesario.

Existen, por supuesto, otras razones por las que las opciones tienden a estar sobrevaloradas. Para el vendedor de una opción, como un creador de mercado, puede haber un coste para replicar la opción a través del proceso de cobertura dinámica, un coste que el creador de mercado probablemente repercutirá en el cliente. Además, puede haber deficiencias en el modelo teórico de fijación de precios del que se deriva la volatilidad implícita. En conjunto, estos factores pueden justificar de hecho los precios aparentemente inflados de las opciones en el mercado.

La estructura temporal de la volatilidad implícita

Si se mantiene hasta el vencimiento, el único determinante del valor de una posición en opciones es, en teoría, la volatilidad realizada del contrato subyacente. Sin embargo, un operador puede decidir, por diversas razones, que una posición debe cerrarse antes del vencimiento. La posición puede haber alcanzado su potencial de beneficios esperado antes del vencimiento. O puede que la posición, aunque no haya alcanzado el beneficio esperado, sea demasiado arriesgada. O puede que mantener la posición requiera una gran cantidad de capital, un capital que podría emplearse mejor. Independientemente de por qué un operador decide cerrar una posición antes del vencimiento, suele haber una causa principal: los cambios en la volatilidad implícita. Aunque hemos hecho hincapié en la importancia de la volatilidad realizada, en el mundo real de la negociación de opciones, los cambios en la volatilidad implícita a menudo pueden hacer o deshacer una estrategia. Por esta razón, un operador sensato pensará en cómo afectarán los cambios en la volatilidad implícita a una posición.

Puede parecer que determinar la sensibilidad de una posición a los cambios en la volatilidad implícita es relativamente sencillo. Sólo necesitamos determinar la vega total de la posición, lo que podemos hacer sumando todos los valores de vega individuales. Por desgracia, determinar el verdadero riesgo de volatilidad implícita puede ser bastante más complejo. Sabemos que los valores vega cambian con las condiciones cambiantes del mercado, por lo que la vega de hoy puede no ser la vega de mañana. Además, los valores vega de distintos precios de ejercicio y meses de vencimiento pueden no reflejar fielmente el riesgo de volatilidad implícita.

Consideremos un mercado en el que hay tres meses de vencimiento, todos en el mismo

año natural: marzo, junio y septiembre. Supongamos que la volatilidad media de este mercado es del 25% y, aunque esto casi nunca ocurre, supongamos también que la volatilidad implícita actual de cada mes es la misma, el 25%.

	March	June	September
Implied volatility	25%	25%	25%

Supongamos que la volatilidad del contrato subyacente comienza a aumentar. ¿Qué ocurrirá con la volatilidad implícita? Es casi seguro que la volatilidad implícita aumentará, pero ¿lo hará al mismo ritmo todos los meses? Si la volatilidad implícita de marzo sube 30%, ¿lo hará también la de junio y septiembre? Los operadores saben que la volatilidad revierte a la media, y que hay más probabilidades de que la volatilidad revierta a su media en periodos largos que en periodos cortos. Por lo tanto, a medida que avanzamos hacia vencimientos más lejanos, es probable que la volatilidad implícita se mantenga más cerca de su media, en este caso, el 25%. Las nuevas volatilidades implícitas podrían ser

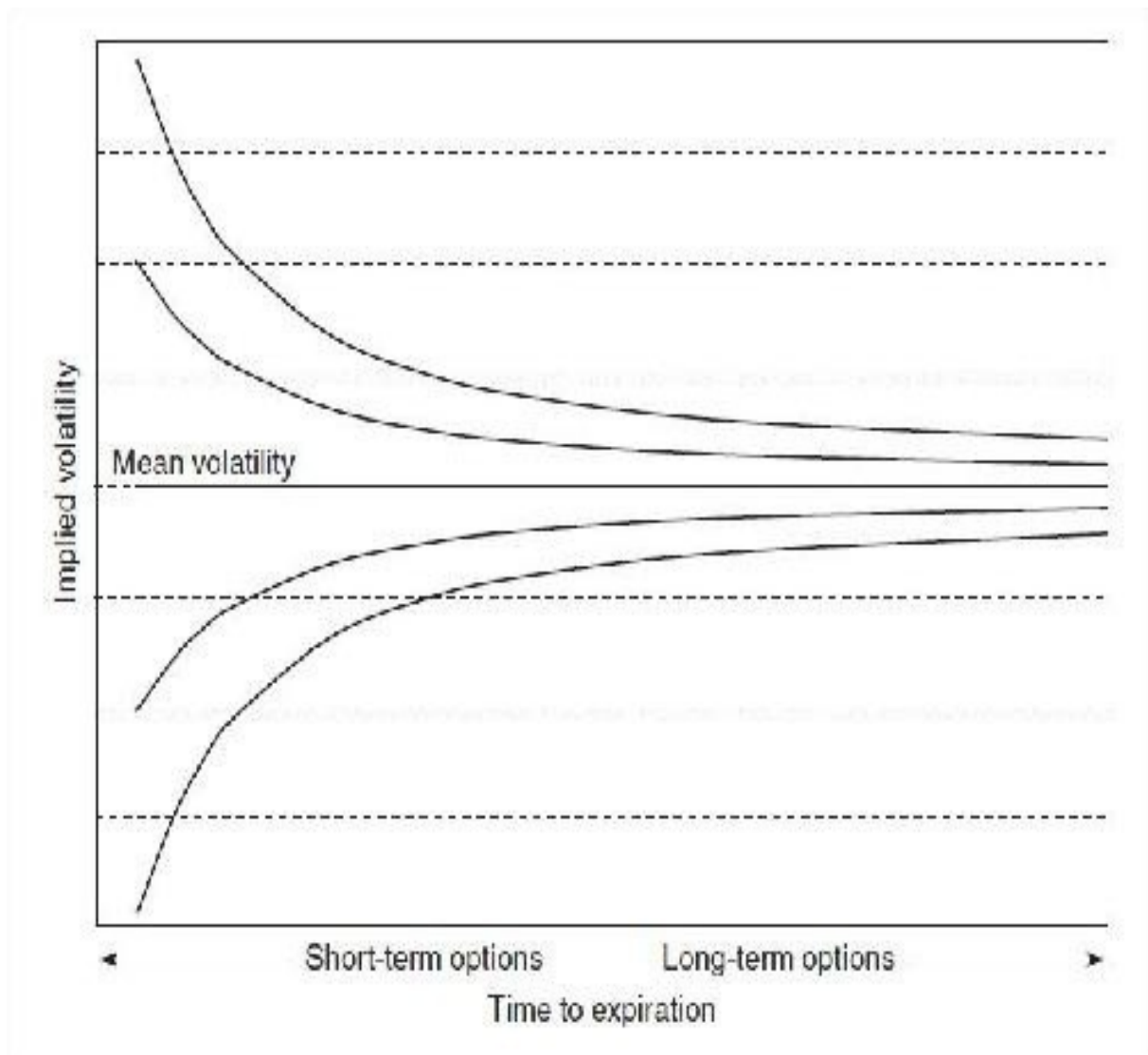
	March	June	September
Implied volatility	30%	28%	26%

La reversión a la media también afectará a la caída de la volatilidad implícita. Si el mercado subyacente se vuelve menos volátil y la volatilidad implícita en marzo cae al 20 por ciento, las nuevas volatilidades implícitas podrían ser

	March	June	September
Implied volatility	20%	22%	24%

Aunque se produzca un gran cambio en la volatilidad implícita de las opciones a corto plazo, la volatilidad implícita de las opciones a largo plazo tenderá a cambiar menos debido a las características de reversión media de la volatilidad. [La Figura 20-12](#) muestra la estructura temporal típica de la volatilidad implícita.

Figura 20-12 Estructura temporal de la volatilidad implícita.



El hecho de que las volatilidades implícitas en los distintos meses de vencimiento cambien a ritmos diferentes puede tener importantes implicaciones para el análisis de riesgos. Consideremos una posición en opciones formada por cuatro meses de vencimiento diferentes con los siguientes valores de vega para cada mes:

	April	June	August	October
Time to expiration	2 months	4 months	6 months	8 months
Total vega	+15.00	-36.00	-21.00	+42.00

¿Cuál es el riesgo de volatilidad implícita de la posición? Podríamos empezar sumando todas las vegas

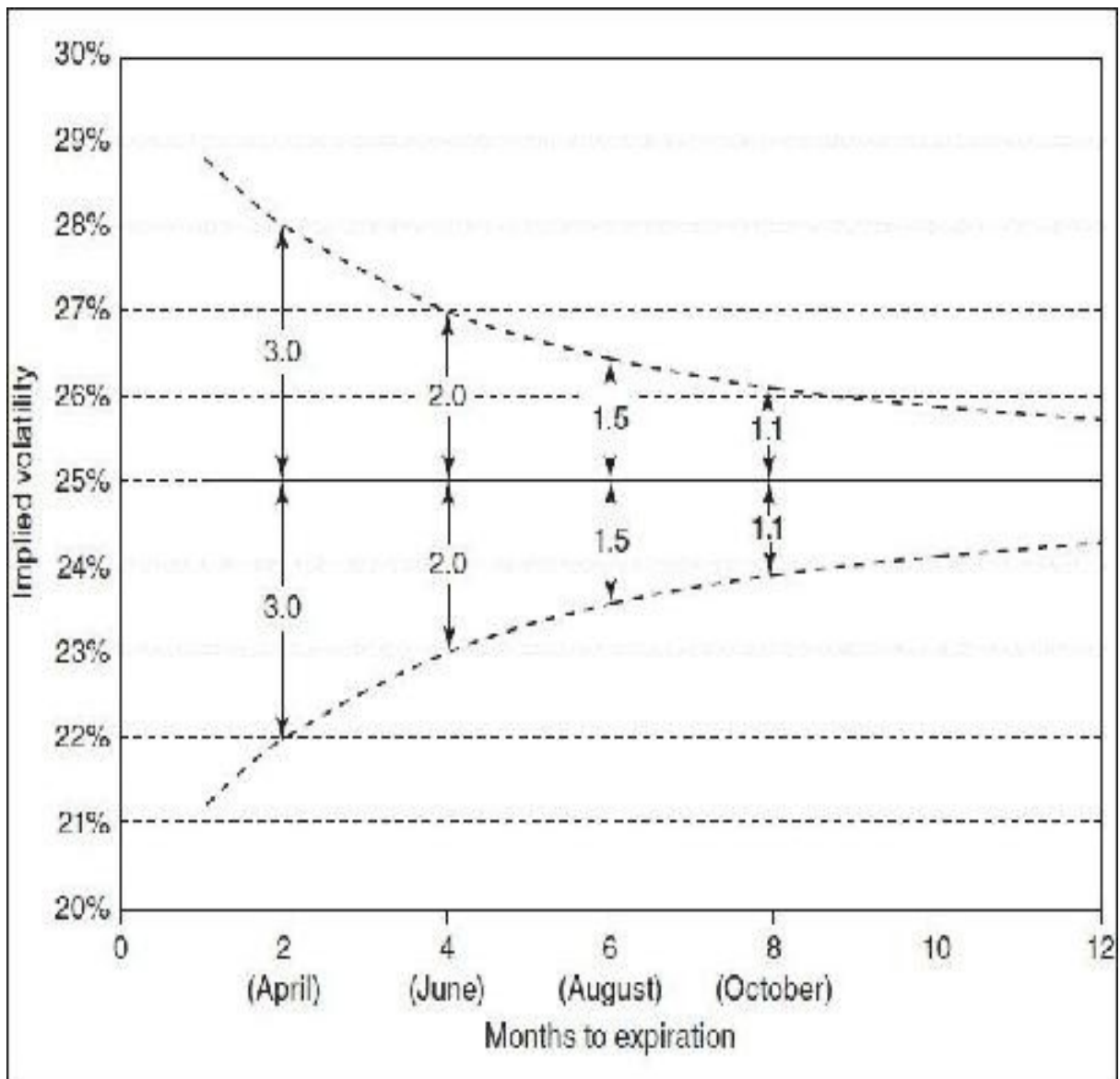
$$+15.00 - 36.00 - 21.00 + 42.00 = 0$$

Con una vega total de 0, podría parecer que no existe riesgo de volatilidad implícita. Sin embargo, esto supone que la volatilidad implícita cambiará al mismo ritmo en todos los meses. Pero sabemos que esto es poco probable. La volatilidad implícita de las opciones a corto plazo tenderá a cambiar más rápidamente que la volatilidad implícita de las opciones a largo plazo. Teniendo esto en cuenta, ¿cómo deberíamos determinar nuestro riesgo de volatilidad implícita total?

Supongamos que la volatilidad media en este mercado es del 25 por ciento y que creemos que la estructura temporal de la volatilidad implícita es similar a la que se muestra en [la Figura 20-13](#). Si la volatilidad implícita en abril sube al 28 por ciento, ¿cuál será la pérdida de la posición? Si la volatilidad implícita en abril aumenta hasta el 28%, ¿cuál será el beneficio o la pérdida de la posición? Si faltan dos meses para el vencimiento de abril y la volatilidad implícita en abril sube al 28%, esperamos que la volatilidad implícita en junio suba sólo al 27%, la volatilidad implícita en agosto suba sólo al 28% y la volatilidad implícita en octubre suba sólo al 28%.

26,5%, y en octubre a sólo el 26,1%. Teniendo en cuenta las diferentes tasas de variación, el resultado es una pérdida porque

Figura 20-13 Cambios relativos en la volatilidad implícita para las opciones de abril, junio, agosto y octubre.



$$(3 \times 15,00) - (2 \times 36,00) - (1,5 \times 21,00) + (1,1 \times 42,00) = -12,30$$

Y si la volatilidad implícita de abril cae al 22%, el resultado se invertirá; obtendremos un beneficio de 12,30. Claramente, la posición no *es vega neutral*. Preferiríamos mucho más que la volatilidad implícita cayera a que subiera.

Para formarnos una idea más precisa del riesgo de volatilidad implícita, debemos ajustar los valores vega de cada mes. Sabemos que por cada punto porcentual de cambio en la volatilidad implícita de abril, la volatilidad implícita de junio cambiará en

$$2/3 = 0,67$$

Por cada punto porcentual de cambio en la volatilidad implícita de abril, la volatilidad implícita de agosto cambiará en

$$1,5/3 = 0,50$$

Y por cada punto porcentual de cambio en la volatilidad implícita de abril, la volatilidad implícita de octubre cambiará en

$$1,1/3 = 0,37$$

Si queremos conocer nuestro riesgo de volatilidad implícita total en términos de cambios en la volatilidad implícita de abril, podemos ajustar nuestros valores vega en consecuencia

$$\text{junio vega} = -36,00 \times 0,67 = -24,12$$

$$\text{agosto vega} = -21,00 \times 0,5 = -10,50$$

$$\text{Octubre vega} = +42,00 \times 0,37 = +15,54$$

todo, podemos ver que efectivamente tenemos una posición corta en vega. Por cada punto porcentual de cambio en la volatilidad implícita de abril, el valor de la posición total cambiará en

$$+15,00 - 24,12 - 10,50 + 15,54 = -4,08$$

Para evaluar con precisión el riesgo de volatilidad implícita, un operador necesitará algún método para determinar cómo es probable que cambien las volatilidades implícitas a lo largo de múltiples vencimientos. Este método suele adoptar la forma de un modelo de estructura temporal de volatilidad implícita. No existe un modelo único que utilicen todos los operadores. Los modelos suelen ser "caseros", y el operador intenta desarrollar un modelo que sea coherente con su sofisticación matemática, así como con su experiencia en el mercado. Cualquiera que sea el modelo, normalmente requerirá al menos tres datos: un *mes principal* con el que se compararán todos los demás meses, una volatilidad media a la que tiende a revertir la volatilidad implícita y un factor de "volatilidad" que especifica cómo cambia la volatilidad implícita en otros vencimientos con respecto a los cambios en el mes principal. El mes primario suele ser el mes anterior, en el que suele concentrarse la actividad de negociación. Pero no siempre es así. En los mercados agrícolas, la actividad comercial suele concentrarse en los meses de vencimiento cercanos al calendario de siembra o cosecha. Si este es el caso, uno de estos meses puede ser una mejor elección como mes principal. Además, los

La volatilidad del mes anterior puede ser inestable, especialmente a medida que se acerca el vencimiento. A menudo cambia de forma incoherente con la estructura temporal de otros meses de vencimiento. En consecuencia, muchos operadores evalúan sus posiciones en contratos del mes inicial por separado de sus posiciones en otros meses, aplicando el modelo de estructura temporal de la volatilidad a todos los meses excepto al inicial. El mes principal elegido en este enfoque será otro distinto del mes inicial.

La Figura 20-14 muestra cómo puede evolucionar en el tiempo la estructura temporal de la volatilidad implícita. Los valores representan las volatilidades implícitas durante 2010 de las opciones at-the-money sobre el índice EuroStoxx 50 para vencimientos a 24 meses. Los valores se calcularon a intervalos de dos meses, el primer viernes de febrero, abril, junio, agosto, octubre y diciembre. Al lector puede resultarle útil comparar los cambios en los gráficos de la estructura temporal con la volatilidad histórica a 30 días del índice EuroStoxx 50 durante este , que se muestra en [la Figura 20-15](#). A principios de febrero, la estructura temporal de la volatilidad del índice EuroStoxx 50 se redujo de forma significativa. A principios de febrero, el gráfico de la estructura temporal presentaba una pendiente descendente: las opciones a largo plazo se negociaban con volatilidades implícitas más bajas que las opciones a corto plazo. En abril, como resultado del descenso de la volatilidad del índice, no sólo había disminuido la volatilidad implícita, sino que el gráfico de la estructura temporal se había invertido y tenía una pendiente ascendente: las opciones a largo plazo se negociaban con volatilidades implícitas más altas que opciones a corto plazo. Tras un drástico aumento de la volatilidad del índice, el gráfico de la estructura temporal de junio volvió a tener una pendiente descendente. Por último, tras el descenso de la volatilidad del índice en la última mitad de 2010, las volatilidades implícitas parecieron asentarse en una zona intermedia, con una estructura temporal relativamente plana.

Figura 20-14 Estructura temporal de la volatilidad implícita para las opciones del Índice eurostoxx 50 durante 2010.

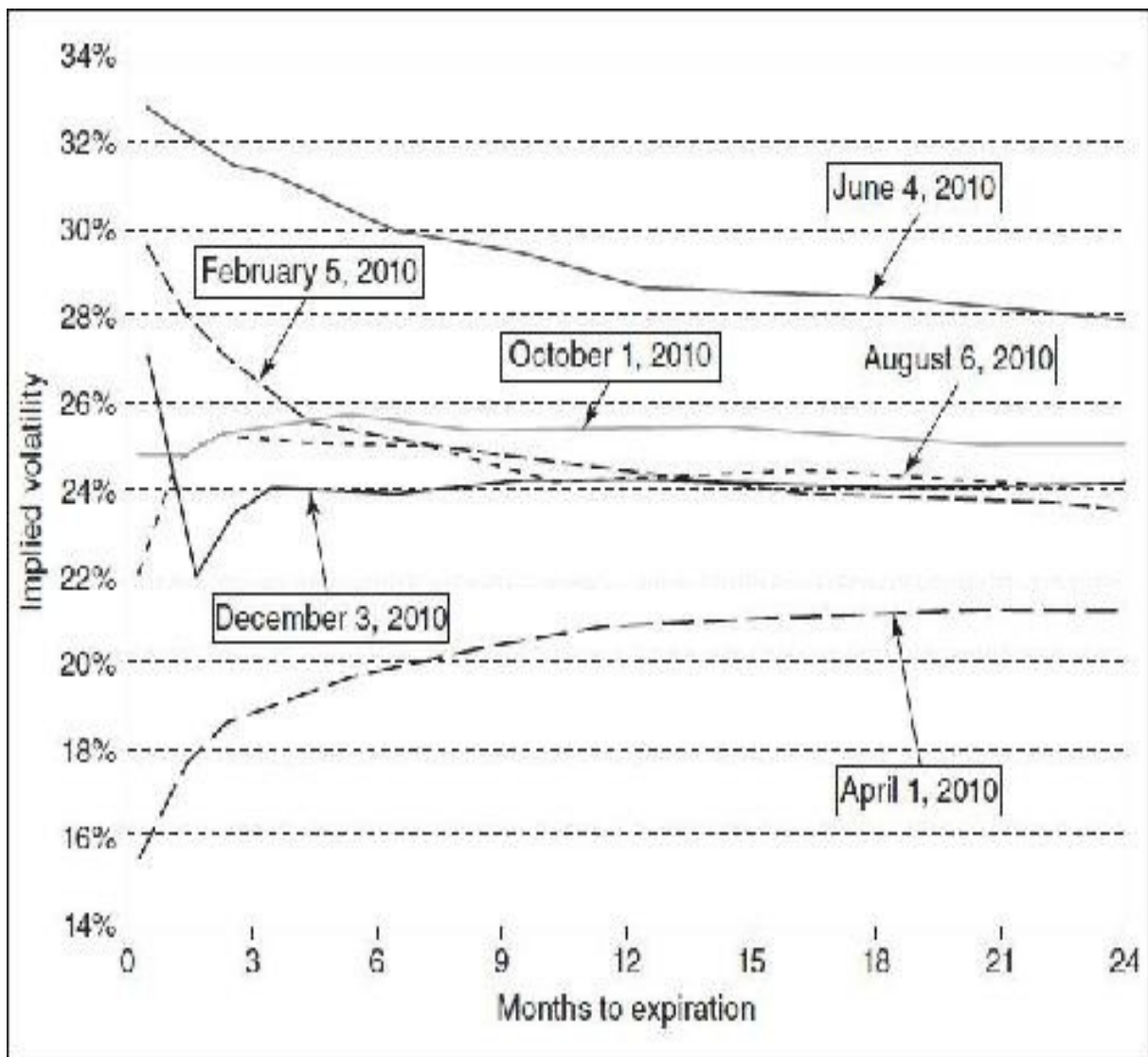
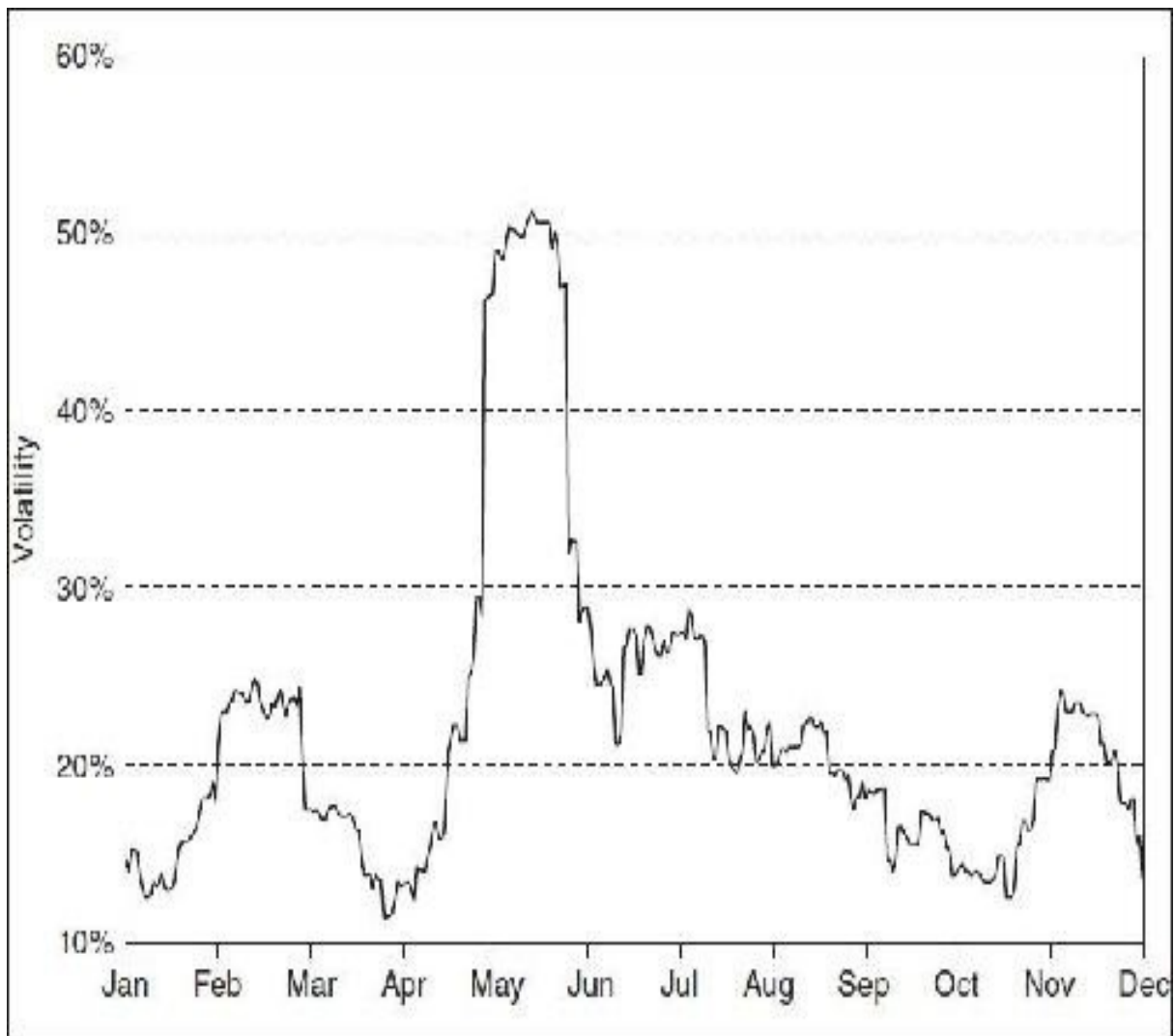


Figura 20-15 Volatilidad histórica a 30 días del Índice Eurostoxx 50 durante 2010.



Obsérvese otro punto importante: la desconexión entre la volatilidad implícita del primer mes y el resto del gráfico de la estructura temporal en diciembre. En general, el gráfico tiene una pendiente ascendente, pero la volatilidad implícita del primer mes sigue siendo mucho mayor que la de los demás meses. Esta es una característica común en muchos mercados de opciones. La volatilidad implícita del primer mes puede negociarse a menudo de forma incoherente con la estructura temporal de los demás meses.

La estructura temporal de la [Figura 20-12](#) es típica de los mercados en los que los únicos factores que tienden a afectar a la volatilidad implícita son la volatilidad reciente del contrato subyacente y la volatilidad media. Sin embargo, en algunos mercados puede haber también un factor de volatilidad estacional.

Dada la posibilidad de temperaturas extremadamente cálidas, así como de sequías, los meses de vencimiento de verano en los mercados agrícolas suelen negociarse con volatilidades implícitas más altas que otros meses, independientemente de la época del año. En energía

En los mercados en los que se necesita combustible para calefacción en invierno y refrigeración en verano, la posibilidad de inviernos muy fríos y veranos muy calurosos puede dar lugar a que algunos meses se negocien con volatilidades implícitas persistentemente más altas que otros meses. En estos mercados, puede resultar difícil crear un modelo de estructura temporal fiable.

[La Figura 20-16](#) muestra la evolución de la estructura temporal de la volatilidad implícita de las opciones sobre futuros de gas natural durante 2009. Aunque no es tan evidente como en el caso del índice Eurostoxx 50 de [la Figura 20-14](#), podemos detectar la tendencia de la volatilidad implícita a largo plazo a volver a la media, quizás en torno al 40%. Pero además, también existe un factor de volatilidad estacional. Obsérvese la volatilidad implícita del contrato de opciones de octubre, que se ha resaltado con un círculo. Independientemente de la estructura temporal, las opciones de octubre siempre parecen negociarse con una volatilidad implícita inflada. Esto es quizás más fácil de ver en [la Figura 20-17](#), que muestra la volatilidad implícita media de cada mes de vencimiento durante 2009. Octubre tiene claramente una volatilidad implícita más alta que cualquier otro mes. La razón de ello tiene que ver principalmente con la temporada de huracanes en el Atlántico, que se extiende aproximadamente desde principios de junio hasta finales de noviembre, con el punto álgido de la temporada en agosto y septiembre. Durante este periodo, cualquier huracán importante puede interrumpir las operaciones de gas natural, que en Estados Unidos se concentran a lo largo de la costa norte del Golfo de México. Las opciones de octubre, que vencen hacia finales de septiembre, captarán cualquier volatilidad que se produzca durante el apogeo de la temporada de huracanes. En consecuencia, las opciones de octubre tienden a negociarse con volatilidades implícitas sistemáticamente superiores a las de otros meses.

Figura 20-16 Estructura temporal de la volatilidad implícita de las opciones sobre futuros de gas natural durante 2009.

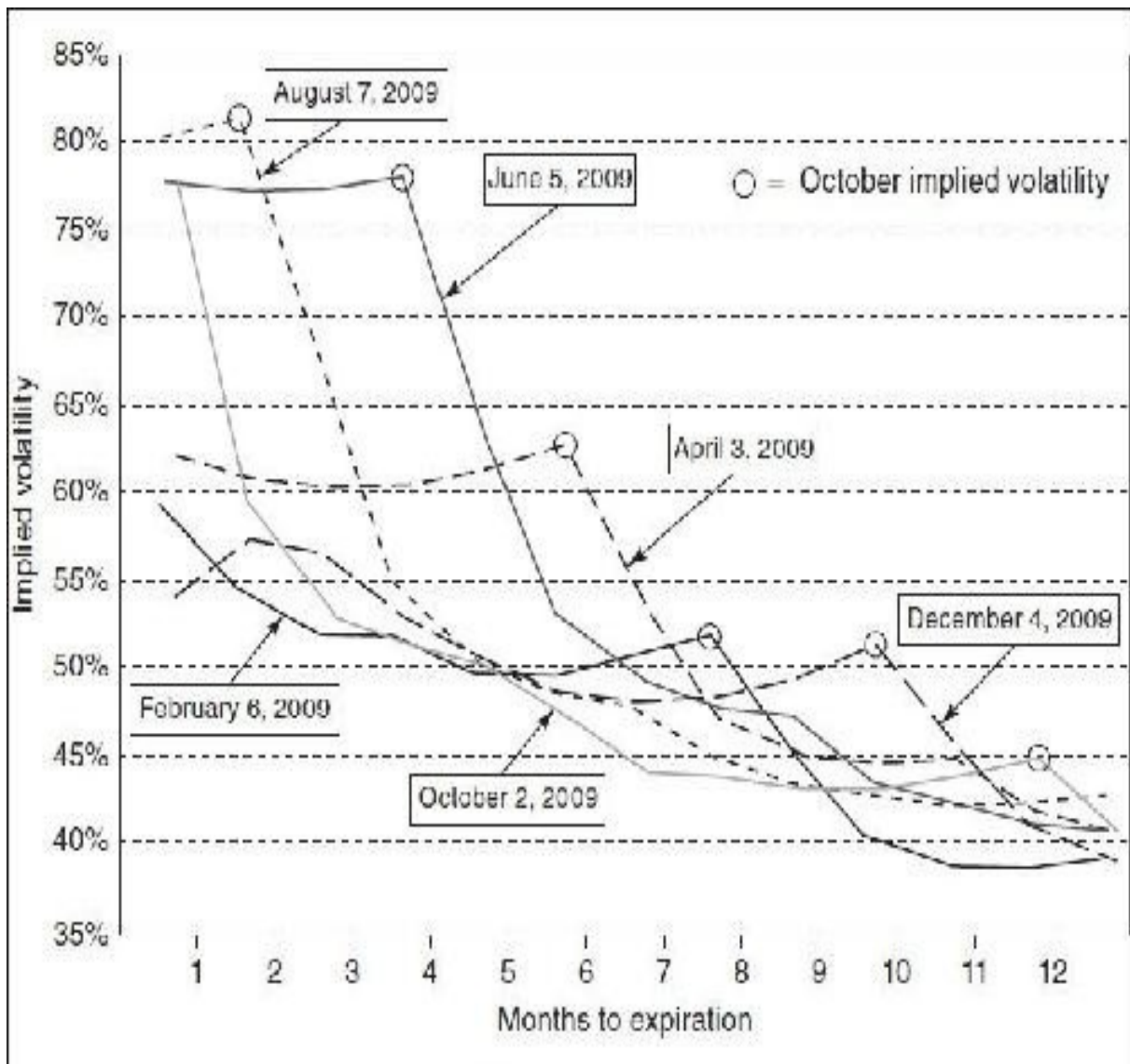
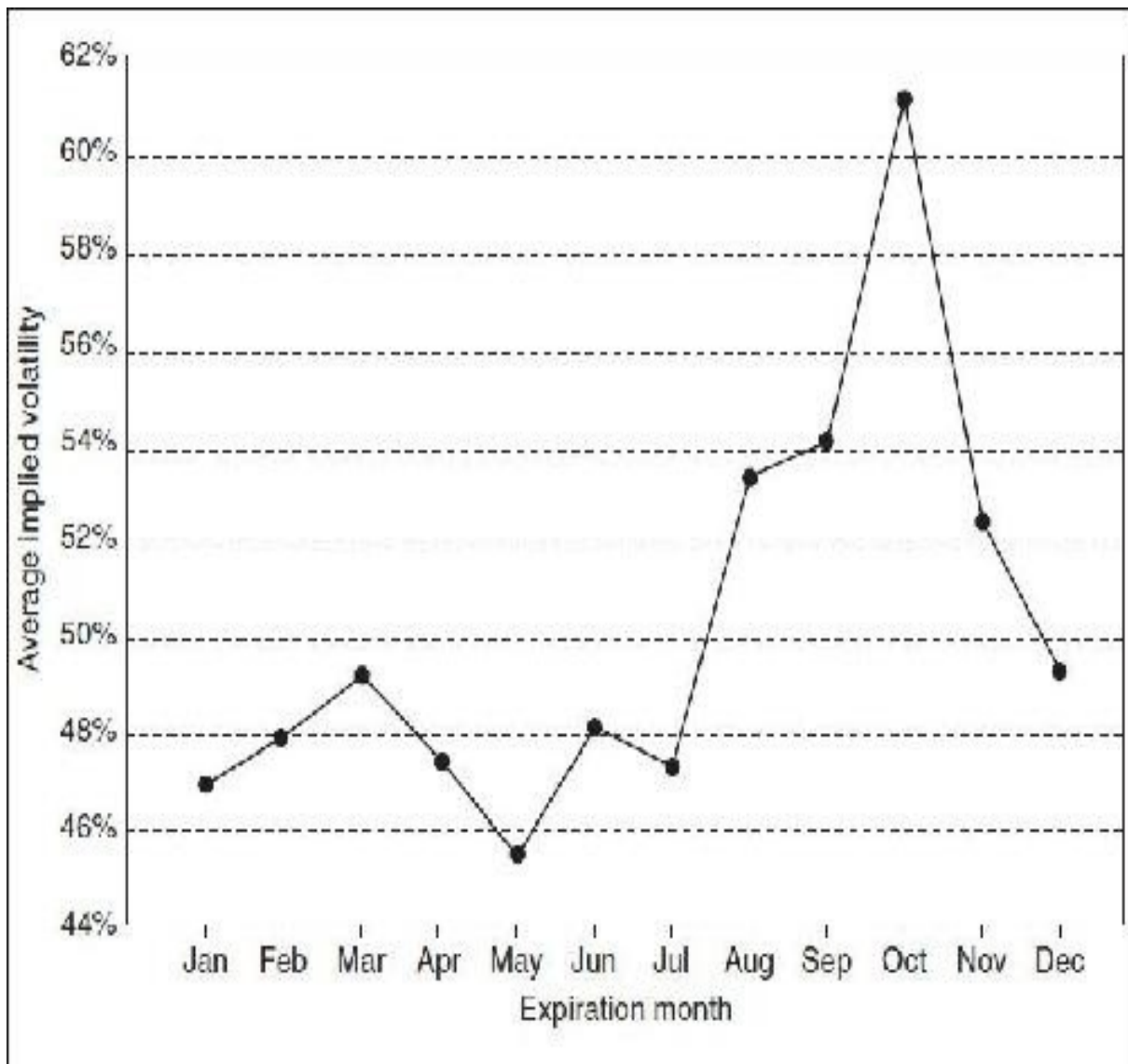


Figura 20-17 Volatilidad implícita media por mes de vencimiento de las opciones sobre futuros de gas natural durante 2009.



Volatilidad a plazo

Volvamos a los gráficos de estructura temporal de las volatilidades implícitas a lo largo de los meses de vencimiento que se muestran en [la Figura 20-14](#). ¿Podemos identificar alguna oportunidad de negociación en estos gráficos? ¿Podemos identificar alguna oportunidad de negociación a partir de estos gráficos? Podríamos decidir simplemente que la volatilidad implícita es demasiado alta, en cuyo caso preferiríamos vender opciones, o demasiado baja, cuyo caso preferiríamos comprar opciones. En cualquiera de los dos casos, podemos, en teoría, capturar una percepción de precio erróneo cubriendo dinámicamente la posición con el contrato subyacente. Pero también podríamos hacernos otra pregunta: ¿algún mes de vencimiento tiene un precio erróneo con respecto a otros meses de vencimiento? ¿Deberíamos

¿considerar algún tipo de diferencial de calendario, vendiendo opciones en un mes y comprando opciones en un mes diferente?

Centrémonos en un gráfico de [la Figura 20-14](#), la estructura temporal de las opciones del Eurostoxx 50 Index el 5 de febrero de 2010. Se muestra en la [Figura 20-18](#). Los puntos grandes representan las volatilidades implícitas at-the-money. Los puntos grandes representan las volatilidades implícitas at-the-money, y la línea negra continua representa el mejor ajuste generado por un modelo de estructura temporal. Podemos ver que algunos meses de contrato parecen desviarse de la línea de mejor ajuste. La volatilidad implícita de junio de 2010 cae por debajo de la , mientras que septiembre y diciembre de 2010 caen por encima. Suponiendo que cada mes se negocie al nivel indicado

volatilidad implícita,⁹ ¿representan estas desviaciones una oportunidad de negociación? ¿Deberíamos comprar opciones de junio y vender opciones de septiembre o diciembre?

Un método que utilizan los operadores para determinar el precio erróneo de un diferencial de calendario es considerar la volatilidad implícita del diferencial. Es decir, ¿qué volatilidad única aplicada a ambos meses de vencimiento hará que el valor del diferencial sea igual a su precio en el mercado? Para entenderlo mejor, utilicemos las volatilidades de [la Figura 20-18](#) para calcular los precios de varios diferenciales de calendario. Para simplificar, supondremos que el contrato subyacente cotiza a 100 y que no hay consideraciones de tipos de interés. Los datos correspondientes se muestran en [la Figura 20-19](#).

Figura 20-18 Volatilidad implícita para las opciones at-the-money del índice eurostoxx 50 el 5 de febrero de 2010.

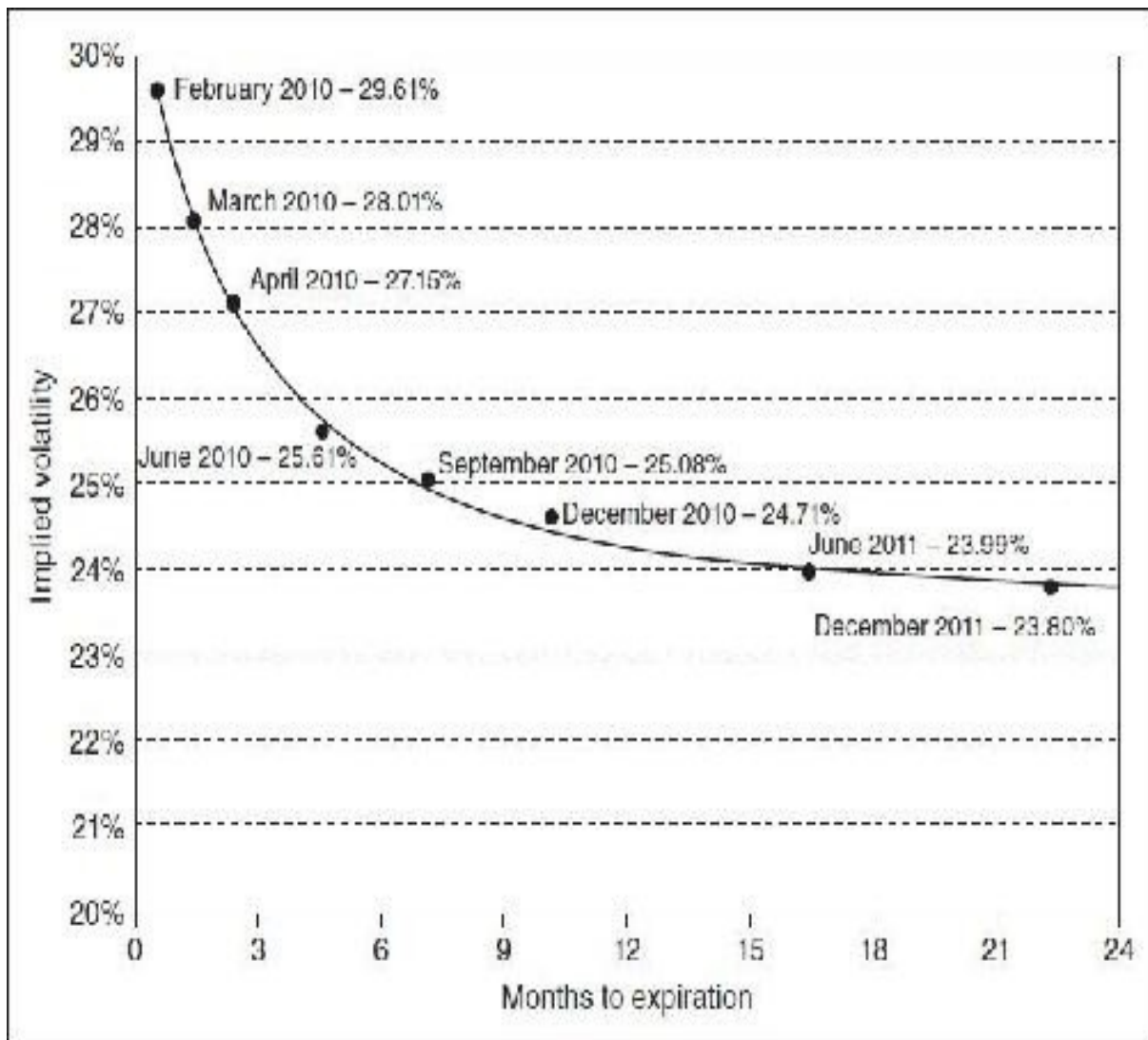


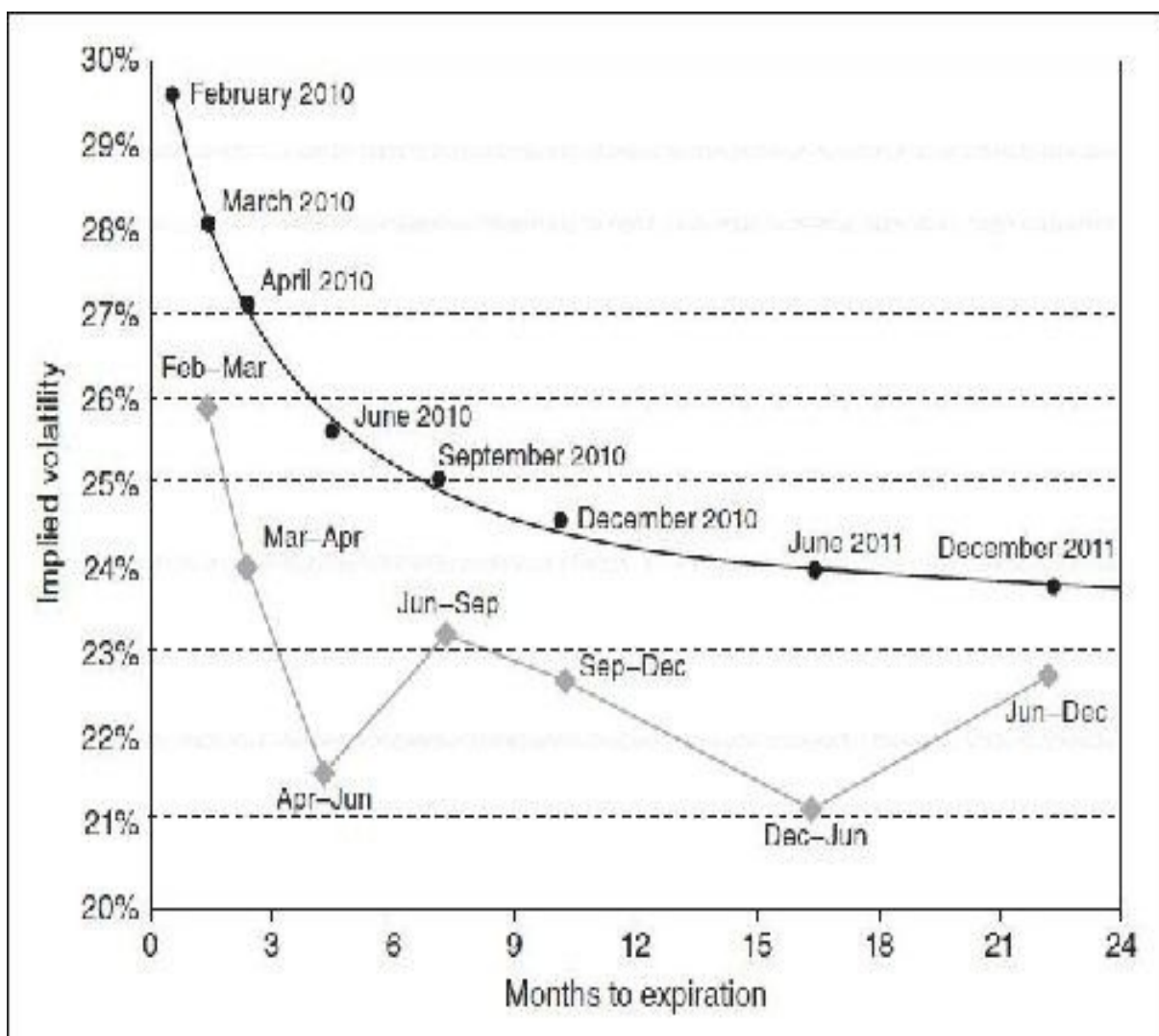
Figura 20-19 Valores de diferencial de calendario utilizando volatilidades implícitas el 5 de febrero de 2010.

Expiration Month	Time to Expiration (days)	Implied Volatility	Price of the 100 Call	Vega of the 100 Call
February 2010	14	29.61%	2.31	0.078
March 2010	42	28.06%	3.80	0.135
April 2010	70	27.15%	4.74	0.174
June 2010	133	25.61%	6.15	0.240
September 2010	224	25.08%	7.82	0.311
December 2010	315	24.71%	9.14	0.368
June 2011	497	23.99%	11.13	0.461
December 2011	679	23.80%	12.89	0.537
Calendar Spread	Spread Price	Spread Implied Volatility	Spread Vega	
February 2010 / March 2010	1.49	25.94%	0.057	
March 2010 / April 2010	0.94	24.02%	0.039	
April 2010 / June 2010	1.41	21.50%	0.066	
June 2010 / September 2010	1.67	23.28%	0.071	
September 2010 / December 2010	1.32	22.70%	0.071	
December 2010 / June 2011	1.99	21.13%	0.093	
June 2011 / December 2011	1.76	22.67%	0.076	

Si se observa el diferencial del calendario febrero/marzo, las volatilidades implícitas para los dos meses son del 29,61% para febrero y del 28,06% para marzo. Los valores de las opciones de compra at-the-money son 2,31 y 3,80, con un valor del diferencial de 1,49. Si evaluamos estas opciones utilizando la misma volatilidad, ¿qué volatilidad dará un valor igual al precio de 1,49? Lógicamente, esta volatilidad tiene que ser al 28,06%, porque con esta volatilidad la opción de marzo tiene un precio justo, pero la opción de febrero es demasiado cara. Todo el diferencial tendrá un valor superior a 1.49. Tenemos que reducir la volatilidad hasta encontrar la volatilidad única que hará que el diferencial valga 1,49. Utilizando un ordenador, encontramos que el diferencial de calendario febrero/marzo tiene una volatilidad implícita del 25,94%.

Podemos seguir este proceso para cada diferencial de calendario sucesivo, calculando la volatilidad implícita de cada diferencial. Estas volatilidades se muestran en la parte inferior de [la Figura 20-19](#). ¿Qué aspecto tendrán estas volatilidades implícitas de los diferenciales de calendario si las superponemos a [la Figura 20-18](#)? Esto se muestra en la [Figura 20-20](#). Podemos ver claramente que las opciones de junio de 2010 están significativamente infravaloradas en el mercado en comparación con los vencimientos cercanos, mientras que las opciones de septiembre de 2010 están significativamente sobrevaloradas. Si elegir entre varias estrategias, tendría sentido comprar el diferencial de calendario abril/junio de 2010 y vender el diferencial de calendario junio/septiembre de 2010. Juntos, estos diferenciales forman una mariposa temporal.

Figura 20-20 Volatilidades implícitas de los diferenciales de calendario del Índice Eurostoxx 50 el 5 de febrero de 2010.



Utilizamos estas volatilidades implícitas no para determinar si la volatilidad implícita

en todo el complejo de opciones es demasiado alta o demasiado baja, sino determinar si determinados meses están mal valorados con respecto a otros meses. El gráfico de volatilidad implícita actúa como una lupa, permitiéndonos determinar más fácilmente qué meses están sobrevalorados y cuáles infravalorados.

Cuando el gráfico de la estructura temporal tiene una pendiente descendente, como ocurre en [la Figura 20-20](#), todas las volatilidades implícitas de los diferenciales de calendario caerán por debajo del de la estructura temporal gráfico. Por el contrario, si el gráfico de la estructura temporal tiene una pendiente ascendente, todas las volatilidades implícitas de los diferenciales de calendario caerán por encima del gráfico. Si todas las volatilidades implícitas caen exactamente a lo largo del gráfico de mejor ajuste, independientemente de si el gráfico tiene una pendiente ascendente o descendente, la curva de volatilidad implícita será suave, lo que sugiere que no hay diferenciales de calendario obviamente mal valorados.

Determinar la volatilidad implícita exacta de un diferencial de calendario suele requerir un ordenador programado con un modelo de fijación de precios. Sin embargo, a menudo es posible estimar la volatilidad implícita de un diferencial de calendario at-the-money si recordamos que la vega de una opción at-the-money es relativamente constante con respecto a los cambios en la volatilidad. Supongamos que conocemos los precios O_1 y O_2 y los valores de vega V_1 y V_2 de las dos opciones que componen el diferencial de calendario. El precio del diferencial es $O_2 - O_1$, y la vega del diferencial es $V_2 - V_1$. La volatilidad implícita del, dada como número entero, es aproximadamente igual al precio del diferencial dividido por su vega

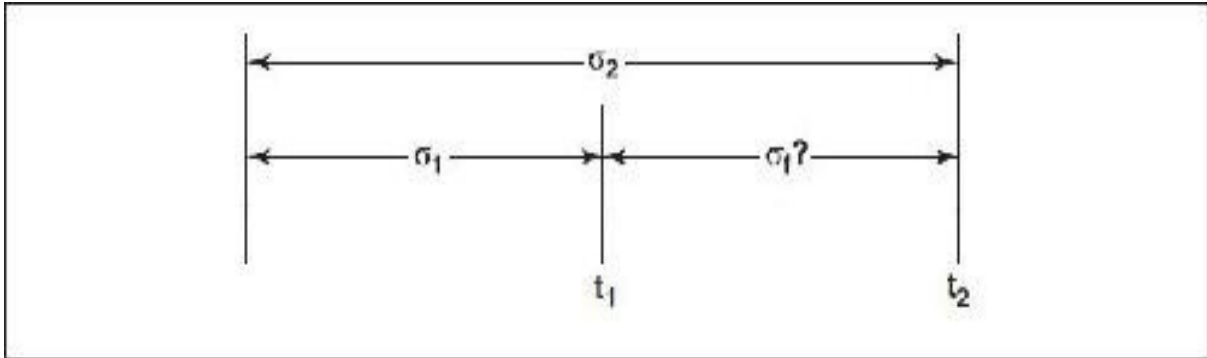
$$\text{Spread implied volatility} = \frac{O_2 - O_1}{V_2 - V_1}$$

Este método no es exacto porque es probable que haya un error de redondeo, y la vega cambia ligeramente a medida que cambiamos la volatilidad. Sin embargo, este método puede ser útil si un operador necesita hacer una estimación rápida de si un diferencial de calendario está sobrevalorado o infravalorado.

Los valores de vega para las opciones individuales, así como para los distintos diferenciales de calendario, se indican en [la Figura 20-20](#). Al lector le puede ser útil estimar la volatilidad implícita de cada diferencial utilizando este método y luego comparar el resultado con la verdadera volatilidad implícita del diferencial.

En lugar de analizar la estructura temporal de la volatilidad observando la volatilidad implícita de los sucesivos diferenciales de calendario, podríamos adoptar un enfoque algo más teórico. Supongamos que tenemos dos vencimientos de opciones, una opción a corto plazo que vence en t_1 y una opción a largo plazo que vence en t_2 . Si el diferencial La volatilidad implícita del vencimiento a corto plazo es σ_1 y la volatilidad implícita del vencimiento a largo plazo es σ_2 .

vencimiento a plazo es σ_2 , podríamos hacernos la siguiente pregunta: ¿qué volatilidad a plazo σ_f está implicando el mercado entre el vencimiento de la opción a corto plazo y el vencimiento de la opción a largo plazo?



Esto es análogo a un *tipo de interés a plazo* en un mercado de tipos de interés. Dado un tipo de interés a corto plazo y un tipo de interés a largo plazo, ¿qué tipo debe aplicarse entre los dos vencimientos para que no exista ninguna oportunidad de arbitraje? A diferencia de los tipos de interés, que son directamente proporcionales al tiempo, la volatilidad es proporcional al cuadrado

raíz del tiempo. De este modo, podemos calcular la volatilidad a plazo [y\(10\)](#)

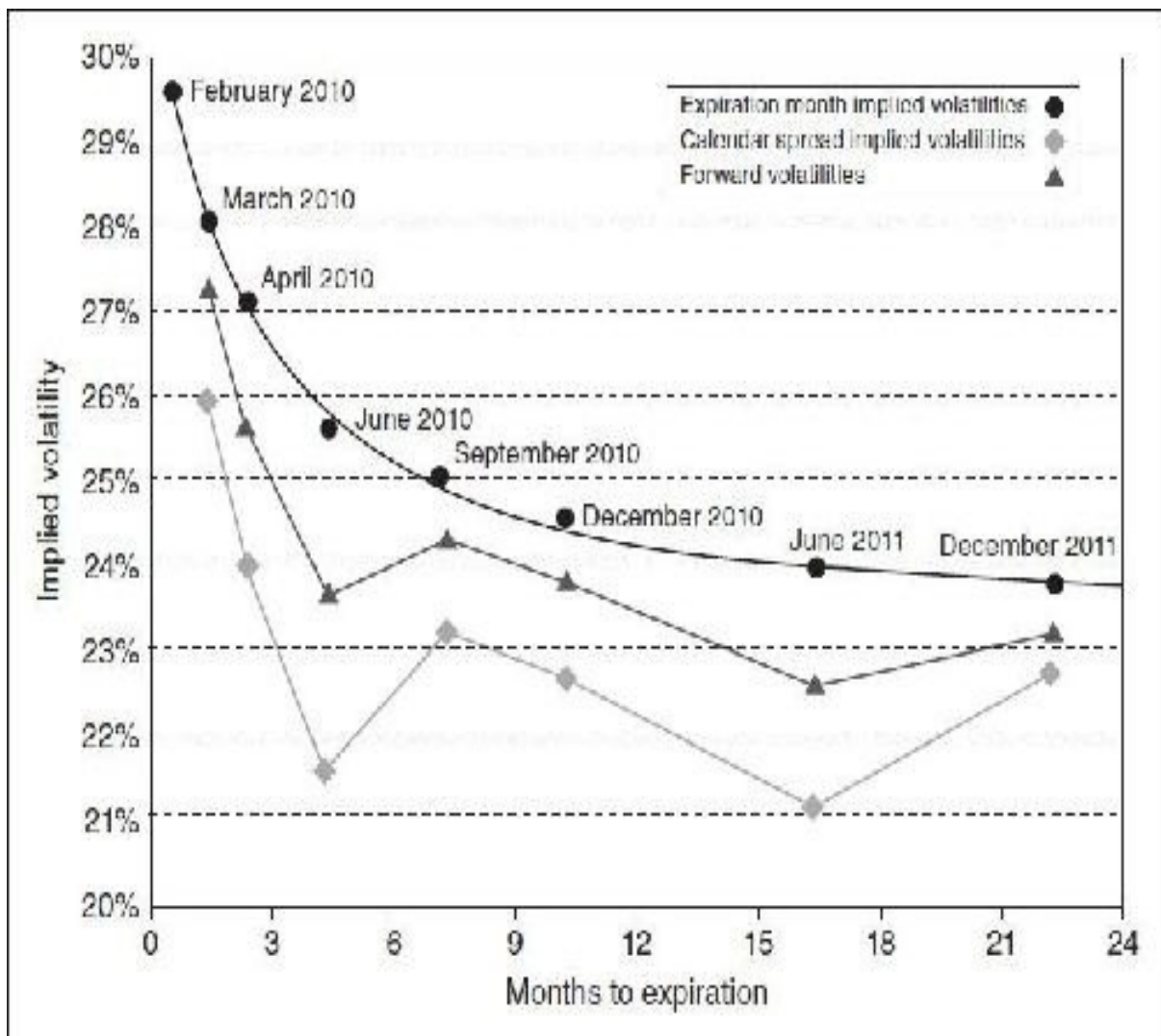
$$\sigma_f = \sqrt{\frac{(\sigma_2^2 \times t_2) - (\sigma_1^2 \times t_1)}{t_2 - t_1}}$$

Podemos ampliar esta relación a cualquier número de volatilidades durante cualquier número de períodos de tiempo consecutivos. Dadas las volatilidades a plazo σ_i que cubren el tiempo de $t_{(i-1)}$ a t_i , la volatilidad a lo largo de todo el período de tiempo de t_0 a t_n debe ser

$$\sigma_{t_n - t_0} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{t_i - (t_{i-1})}^2 \times (t_i - t_{i-1})}{t_n - t_0}}$$

Supongamos que calculamos las volatilidades a plazo para la estructura temporal de volatilidad de la [Figura 20-20](#). ¿Cómo se compararían con las volatilidades implícitas de los diferenciales de calendario? ¿Cómo se compararía esto con las volatilidades implícitas de los diferenciales de calendario? Esto se muestra en la [Figura 20-21](#). El gráfico de volatilidad a plazo tiene la misma estructura general que el gráfico de diferenciales de calendario. Ambos gráficos tienen el mismo propósito: poner de relieve cualquier valoración errónea de un mes de vencimiento concreto.

Figura 20-21



Todo operador de opciones experimentado sabe que enfrentarse a la volatilidad puede ser una tarea difícil. Para facilitar el proceso de toma de decisiones, hemos intentado hacer algunas generalizaciones sobre las características de la volatilidad. Aun así, puede que no esté claro cuál es la estrategia correcta. Además, considerar un número limitado de ejemplos hace que las generalizaciones sean aún menos fiables. Cada mercado tiene sus propias características, y conocer las características de volatilidad de un mercado concreto, ya sean los tipos de interés, las divisas, las acciones o las materias primas, es al menos tan importante como conocer las características técnicas de la volatilidad. Y este conocimiento sólo puede provenir de un estudio minucioso de un mercado combinado con la experiencia real de negociación.

¹ Dado que la volatilidad se calcula siempre sobre una base anualizada, tanto si calculamos la volatilidad histórica utilizando los 365 días como si sólo utilizamos los días de negociación, la desviación típica de las variaciones de precios debe multiplicarse por la raíz cuadrada del número de periodos de negociación de un año. Para un año bursátil de 365 días, la desviación típica debe

multiplicarse por $\sqrt{365} \approx 19.1$

² Michael Parkinson, "El método del valor extremo para estimar la varianza de la tasa de ", *Journal of Business* 53(1):61-64, 1980.

³ Mark B. Garman y Michael J. Klass, "On the Estimation of Security Price Volatilities from Historical Data", *Journal of Business* 53(1):67-78, 1980.

⁴ La volatilidad histórica del oro de la [Figura 20-2](#) y la del Bund de la [Figura 20-5](#) se calcularon a partir de los precios de liquidación del contrato de futuros del primer mes.

⁵ Para más información sobre *los conos de volatilidad*, véase Galen Burghardt y Morton Lane, "How to Tell If Options Are Cheap", *Journal of Portfolio Management*, Winter:72-78, 1990.

⁶ Robert F. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroskedsticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica* 50(4):987-1000, 1982. Engle recibió el Premio Nobel de Economía en 2003.

⁷ Esto se conoce en finanzas como la *hipótesis del mercado eficiente*.

⁸ La volatilidad implícita a tres meses se calculó interpolando entre la volatilidad implícita de las opciones que abarcan tres meses.

⁹ Hacemos esta salvedad porque los precios de liquidación de las opciones no reflejan necesariamente la actividad de negociación real. Cuando esto ocurre, cualquiera que utilice los precios de liquidación como guía para posibles estrategias de negociación puede sentirse decepcionado al comprobar que el precio de liquidación no es un reflejo exacto de dónde puede negociarse realmente una opción.

¹⁰ Algunos lectores reconocerán que el cálculo de la volatilidad a plazo resulta del hecho de que el cuadrado de la volatilidad o varianza σ^2 es directamente proporcional al tiempo

$$\sigma_f^2 \times (t_2 - t_1) = (\sigma_2^2 \times t_2) - (\sigma_1^2 \times t_1)$$

Análisis de la posición

Los inversores o especuladores en los mercados de opciones suelen tener una visión particular de las condiciones del mercado en términos de dirección o volatilidad. Intentan beneficiarse de esta visión mediante la selección de estrategias de spreading como las que se analizan en [los Capítulos 11 y 12](#). En el Capítulo 13 analizamos las características de riesgo de algunas de estas estrategias en condiciones de mercado cambiantes. En [el capítulo 13](#), analizamos las características de riesgo de algunas de estas estrategias en condiciones de mercado cambiantes. Dado que cada spread constaba de un número limitado de contratos, era relativamente sencillo determinar los riesgos que entrañaba cada uno de ellos.

Un operador de opciones activo, como un creador de mercado, puede acumular posiciones mucho más complejas compuestas por muchas opciones diferentes en una amplia gama de precios de ejercicio y meses de vencimiento. A diferencia de las estrategias sencillas, en las que los riesgos relativamente fáciles de identificar, el análisis de una posición compleja puede resultar especialmente difícil debido a las múltiples formas en que los riesgos pueden variar a medida que cambian las condiciones del mercado. Si un operador no puede determinar los riesgos de una posición, no estará preparado para tomar las medidas necesarias para protegerse cuando las condiciones del mercado se muevan en su contra o para aprovechar su buena fortuna cuando las condiciones del mercado se muevan a su favor.

Antes de que se generalizara el uso de modelos teóricos de fijación de precios, analizar una posición compleja formada por muchas opciones diferentes era a menudo una tarea imposible. Incluso si un operador tenía alguna idea de cómo cambiaba cada opción cuando cambiaban las condiciones del mercado, la combinación de muchas opciones diferentes a menudo hacía que toda la posición cambiara de forma inesperada. Aun así, si esperaba sobrevivir, un operador inteligente tenía que esforzarse por analizar la posición.

En los primeros tiempos de la negociación de opciones, un enfoque común para analizar el riesgo consistía en utilizar relaciones sintéticas para reescribir una posición de una forma más fácil de reconocer. Si la posición reescrita se ajustaba a una estrategia con la que el operador estaba familiarizado, éste podría entonces determinar los riesgos de la posición.

Por ejemplo, considere esta posición:

+29 contratos subyacentes

- 44 Marzo 65 llamadas
- +44 Marzo 65 pone
- 7 de marzo 70 llamadas
- +49 Marzo 70 pone
- 33 de marzo 75 llamadas
- 51 Marzo 75 pone
- +30 marzo 80 llamadas
- +12 marzo 80 pone

Supongamos que el contrato subyacente se negocia a un precio de 71,50. ¿Cuál es la delta de esta posición: positiva, negativa o neutra? Sin un modelo teórico de fijación de precios, esta pregunta puede parecer imposible de responder. Y, de hecho, sin un modelo, no hay forma de conocer la delta exacta de la posición. Pero incluso si no podemos determinar la delta exacta, tal vez podamos determinar la dirección en la que queremos que se mueva el contrato subyacente.

Utilizando relaciones sintéticas, las posiciones que consisten tanto en opciones de compra como de venta pueden reescribirse de forma que consistan en un único tipo de opción, ya sean todas opciones de compra o todas opciones de venta. En ocasiones, esto puede facilitar el análisis de una posición. Tomemos nuestra posición y reescribámosla para que conste sólo de opciones de compra, reescribiendo cada opción de venta como su equivalente sintético:

- +29 underlying contracts
- 19 March 65 calls
- ~~+19 March 65 puts~~ +19 March 65 calls/-19 underlying contracts
- 7 March 70 calls
- ~~+49 March 70 puts~~ +49 March 70 calls/- 49 underlying contracts
- 33 March 75 calls
- ~~-51 March 75 puts~~ -51 March 75 calls/+51 underlying contracts
- +30 March 80 calls
- ~~+12 March 80 puts~~ +12 March 80 calls/-12 underlying contracts

Si sumamos todos los contratos, ¿qué queda?

Underlying contracts	+29	-19	-49	+51	-12	=	0
March 65 calls	+19	+19				=	0
March 70 calls	-7	+49				=	+42
March 75 calls - 33	-51					=	-84
March 80 calls + 30	+12					=	+42

Realmente tenemos esta .

+42 marzo 70 llamadas
-84 Marzo 75 llamadas
+42 marzo 65 llamadas

Por compleja que pareciera la posición en un principio, se trataba simplemente de una mariposa larga. Y una mariposa larga siempre quiere que el contrato subyacente se mueva hacia el precio de ejercicio interior, en este caso, 75. Con el contrato subyacente cotizando actualmente a 71,50, la posición debe ser delta positiva. Si hubiéramos reescrito la posición de modo que consistiera sólo en puts, el resultado habría sido el mismo porque una mariposa de call y de put tienen esencialmente las mismas características.

Hay que reconocer que el ejemplo anterior se creó para que, al reescribir la en términos de equivalentes sintéticos, sus características de riesgo fueran relativamente fáciles de identificar. En realidad, las características de riesgo de una posición rara vez encajan perfectamente. El análisis de una posición compleja casi siempre requerirá un modelo teórico de fijación de precios. Incluso entonces, el modelo puede no contar toda la historia.

Supongamos que se dan las siguientes condiciones de mercado:

Precio subyacente= 99,60
Plazo hasta el vencimiento en septiembre = 9
semanas Volatilidad = 18
Tipo de interés $r(1)$ = 0

La opción de venta 95 de septiembre y la opción de compra 105 de septiembre tienen estas características de riesgo:

	Delta	Gamma	Theta	Vega
September 95 put	25	4.3	-0.019	0.132
September 105 call	-25	4.3	-0.019	0.132

¿Cuáles son los riesgos si tenemos la siguiente posición ⁿ⁽²⁾: Long

10 septiembre 95 puts
 Corto 10 septiembre 105 calls
 Largo 5 contratos subyacentes

Las sensibilidades de riesgo totales para la posición son

$$\begin{aligned}
 \text{Delta:} & (10 \times -25) - (10 \times 25) + (5 - 100) = 0 \\
 \text{Gamma:} & (10 \times 4.3) - (10 \times 4.3) = 0 \\
 \text{Theta:} & (10 \times -0.019) - (10 \times -0.019) = 0 \\
 \text{Vega:} & (10 \times 0.132) - (10 \times -0.132) = 0
 \end{aligned}$$

Parece que no tenemos riesgo direccional (delta es 0), ni riesgo de volatilidad realizada (gamma es 0), ni riesgo con respecto al paso del tiempo (theta es 0), ni riesgo de volatilidad implícita (vega es 0). Si la posición se inició con alguna ventaja teórica positiva y las sensibilidades al riesgo asociadas a la posición son todas 0, entonces es seguro que la posición arrojará beneficios. ¿Cuál es el problema?

El problema es que delta, gamma, theta y vega sólo miden el riesgo de la en las condiciones actuales del mercado. Pero las condiciones actuales del mercado pueden no ser - de hecho, no pueden ser- las condiciones de mañana. Aunque el precio subyacente y la volatilidad permanezcan invariables, el tiempo pasará. Y sabemos que el paso del tiempo puede cambiar las características de una posición. Examinar las características de una posición en las condiciones actuales del mercado es sólo el primer paso en el análisis del riesgo. Debemos preguntarnos no sólo cuáles son los riesgos en este momento, sino también cuáles podrían ser en condiciones de mercado diferentes. ¿Qué ocurrirá si el contrato subyacente sube o baja de precio? ¿Qué ocurrirá si aumenta o disminuye la volatilidad implícita? ¿Qué ocurrirá con el paso del tiempo?

Podemos ampliar nuestro análisis utilizando lo que ya sabemos sobre cómo cambian las sensibilidades al riesgo cuando cambian las condiciones del mercado. Supongamos que el precio del subyacente empieza a bajar. ¿Cómo podría cambiar nuestro riesgo? Sabemos que gamma es

mayor para las opciones at-the-money. A medida que el precio subyacente comienza a caer, se acerca al precio de ejercicio más bajo, 95, y se aleja del precio de ejercicio más alto, 105. La gamma de la opción de venta de 95 de septiembre debe estar aumentando, mientras que la gamma de la opción de compra de 105 de septiembre debe estar disminuyendo. La gamma de la opción de venta de 95 de septiembre debe estar aumentando, mientras que la gamma de la opción de compra de 105 de septiembre debe estar disminuyendo. Como estamos largos en la opción de venta de 95 y cortos en la opción de compra de 105, la posición gamma total se está volviendo positiva. Además, si tenemos una gamma positiva, a medida que el mercado caiga, nuestra posición, que inicialmente era delta neutra, se convertirá en delta negativa.

¿Y si el precio subyacente empieza a subir? Ahora el mercado se aleja de 95 y se acerca a 105: la gamma de la opción de venta de 95 de septiembre disminuye, y la gamma de la opción de compra de 105 de septiembre aumenta. Toda la posición se está convirtiendo en gamma negativa. En consecuencia, a medida que el mercado suba, nuestra posición se volverá delta negativa.

Esto parece extraño. La posición se convierte en delta negativa si el precio subyacente baja o sube. La explicación es el cambio de gamma: la posición se vuelve gamma positiva a la baja, pero gamma negativa al alza.

Consideremos ahora qué ocurrirá si aumenta la volatilidad. A medida que aumenta la volatilidad, la delta de las opciones de compra se mueve hacia 50, y la delta de las opciones de venta se mueve hacia -50, mientras que la delta del contrato subyacente permanece constante en 100. Como estamos largos en puts, ahora con una delta mayor (en valor absoluto) que -25, y cortos en calls, ahora con una delta mayor que 25, la posición se está convirtiendo en delta negativa. Si la delta de la opción de venta de 95 de septiembre pasa a -30 y la delta de la opción de compra de 105 pasa a +30, la posición delta total será de

$$(10 \times -30) - (10 \times 30) + (5 \times 100) = -100$$

Del mismo modo, la reducción de la volatilidad hace que los valores delta se alejen de 50. Si la delta de la opción de venta de 95 de septiembre es de -20 y la delta de la opción de compra de 105 es de +20, la posición delta total sería de

$$(10 \times -20) - (10 \times 20) + (5 \times 100) = +100$$

Resumiendo, si la volatilidad sube, queremos que el mercado subyacente baje. Si la volatilidad cae, queremos que el mercado subyacente suba.

¿Qué ocurrirá con la posición a medida que pase el tiempo? La reducción del tiempo, al igual que la reducción de la volatilidad, hace que los valores delta se alejen de 50. Sin cambios en el precio subyacente a medida que pasa el tiempo, la opción de compra y la opción de venta se moverán más del dinero. Los cinco contratos subyacentes tenderán a dominar la ,

resultando un delta positivo.

Inicialmente nos hemos centrado en la delta y la gamma, pero también podemos deducir qué ocurrirá con la theta y la vega porque estos valores, al igual que la gamma, son mayores para las opciones at-the-money. Si el contrato subyacente empieza a caer, nuestra posición theta se volverá negativa (el paso del tiempo empezará a perjudicarnos), y nuestra posición vega se volverá positiva (querremos que aumente la volatilidad implícita). Si el contrato subyacente empieza a subir nuestra posición theta se volverá positiva (el paso del tiempo empezará a ayudar), y nuestra posición vega se volverá negativa (querremos que la volatilidad implícita disminuya). Si el precio subyacente no cambia, es poco probable que la gamma, theta y vega de la posición se vean afectadas significativamente por cambios en el tiempo o en la volatilidad. Podemos resumir el efecto de las condiciones cambiantes del mercado sobre las características de riesgo de la posición de la siguiente manera:

Change in Market Conditions	Resulting Delta Position	Resulting Gamma Position	Resulting Theta Position	Resulting Vega Position
Rising underlying price	Negative	Positive	Negative	Positive
Falling underlying price	Negative	Positive	Negative	Positive
Time passes	Positive	0	0	0
Volatility rises	Negative	0	0	0
Volatility falls	Positive	0	0	0

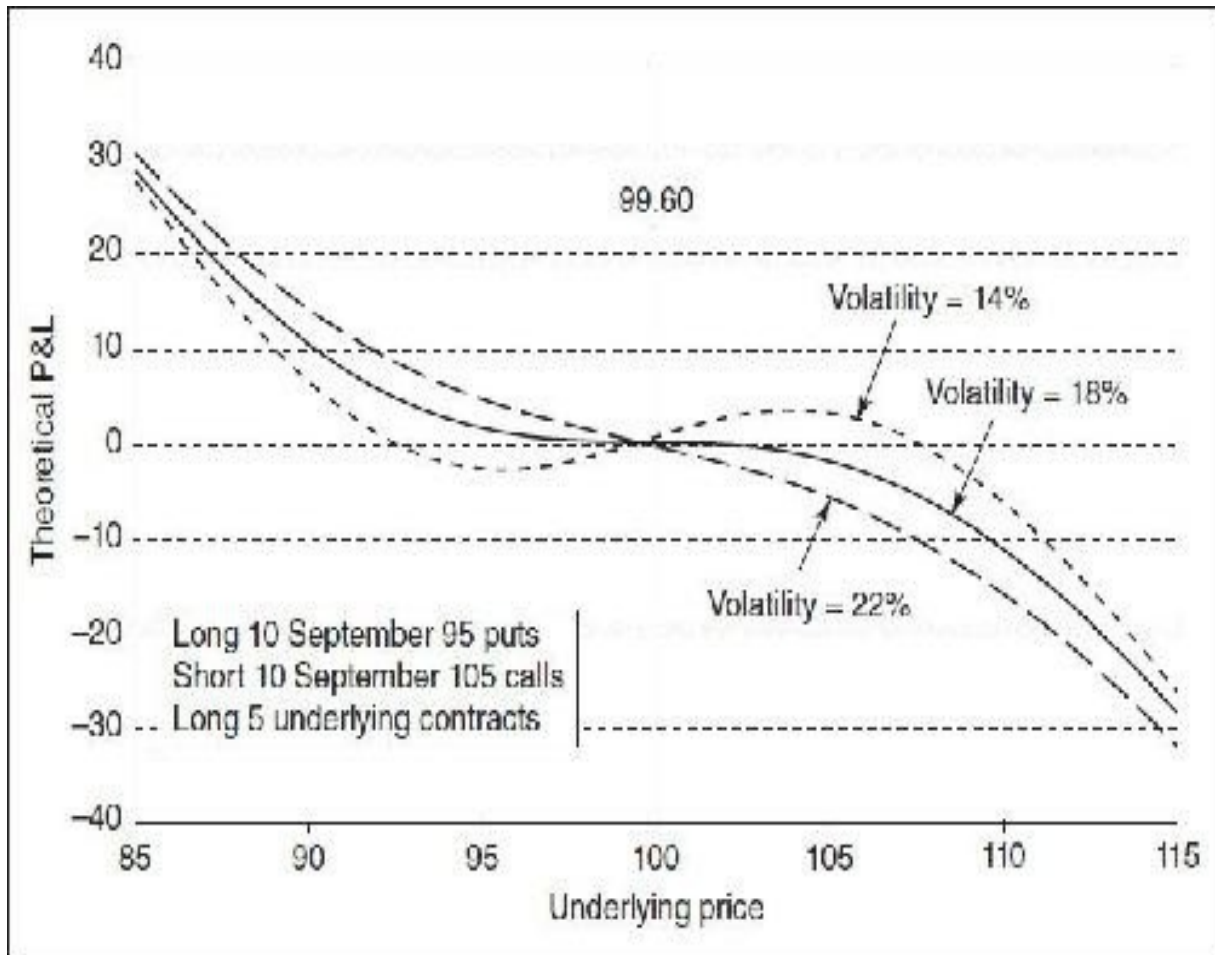
Si una posición no es demasiado compleja, un operador puede realizar este tipo de análisis, examinando primero las sensibilidades de riesgo iniciales y considerando después cómo pueden cambiar las sensibilidades a medida que cambian las condiciones del mercado. Sin embargo, un operador puede hacerse una idea más completa del riesgo de una posición observando un gráfico del valor de la posición en una amplia gama de condiciones. Hagámoslo para la posición actual:

Opciones de venta largas a 10 de septiembre de 95
Llamadas cortas al 10 de septiembre 105

Largo 5 contratos subyacentes

La Figura 21-1 muestra el valor de la posición con respecto al movimiento del contrato subyacente. Los tres gráficos representan el valor con la volatilidad actual del 18%, así como con volatilidades del 14% y del . En la Figura 21-1, podemos ver la interpretación gráfica de delta y gamma. Para una posición delta negativa, el gráfico se extiende desde la parte superior izquierda hasta la parte inferior derecha: a medida que sube el precio subyacente, la posición pierde valor. Para una posición delta positiva, el gráfico se extiende desde la parte inferior izquierda hasta la parte superior derecha: a medida que sube el precio subyacente, la posición gana valor. En nuestro ejemplo, la posición es siempre delta negativa a volatilidades más altas. Alrededor del precio subyacente actual de 99,60, la posición es delta neutra: el gráfico es exactamente horizontal. A volatilidades más bajas, la delta será positiva en torno al precio subyacente actual.

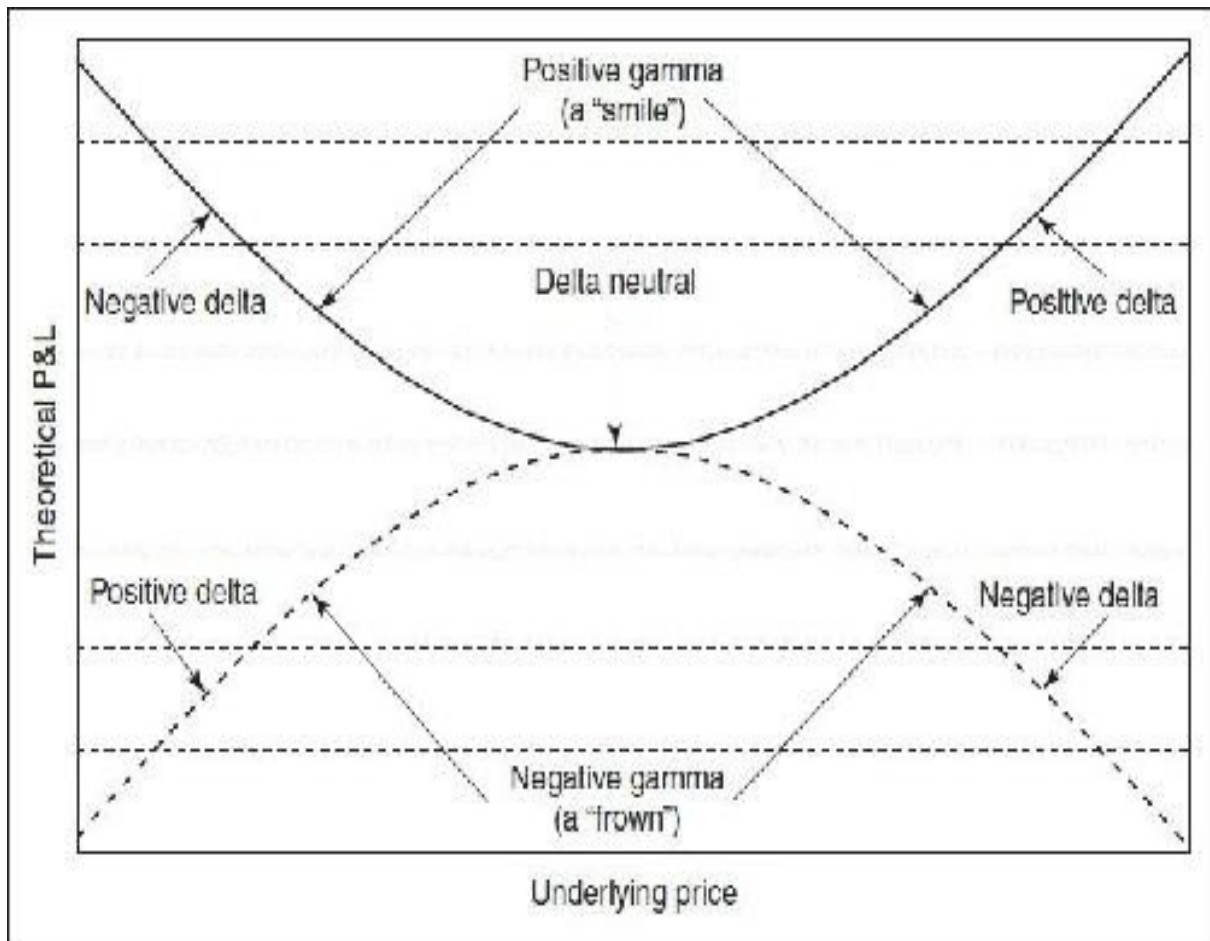
Figura 21-1 Valor de la posición a medida que cambian el precio subyacente y la volatilidad.



Para una posición gamma negativa, el gráfico se curva hacia abajo, adoptando la posición

Para una posición gamma positiva, el gráfico se curva hacia arriba, adoptando la forma de un ceño fruncido; el movimiento del precio en cualquier dirección disminuye el valor de la posición. Para una posición gamma negativa, el gráfico se curva hacia arriba, adoptando la forma de una sonrisa; el movimiento del precio en cualquier dirección aumenta el valor de la posición. Nuestra posición tiene una gamma positiva por debajo del precio actual de 99,60 y una gamma negativa por encima de 99,60. A volatilidades más bajas, la gamma se amplía (hay mayor curvatura), mientras que a volatilidades más altas, la gamma se atenúa (hay menos curvatura). El precio subyacente actual de 99,60 es un *punto de inflexión*: la gamma pasa de positiva a negativa. A este precio, el gráfico es esencialmente una línea recta. En [la Figura 21-2](#) se muestran las interpretaciones gráficas de un delta y una gamma positivos y negativos.

Figura 21-2 Delta y gamma positivos y negativos.



Dado que gamma y theta son de signos opuestos, una posición gamma positiva perderá valor a medida que pase el tiempo sin movimiento en el contrato subyacente. Una gamma negativa ganará valor. Esto se muestra en [las figuras 21-3 y 21-4](#).

Figura 21-3 Posición gamma positiva, theta negativa a medida que pasa el tiempo.

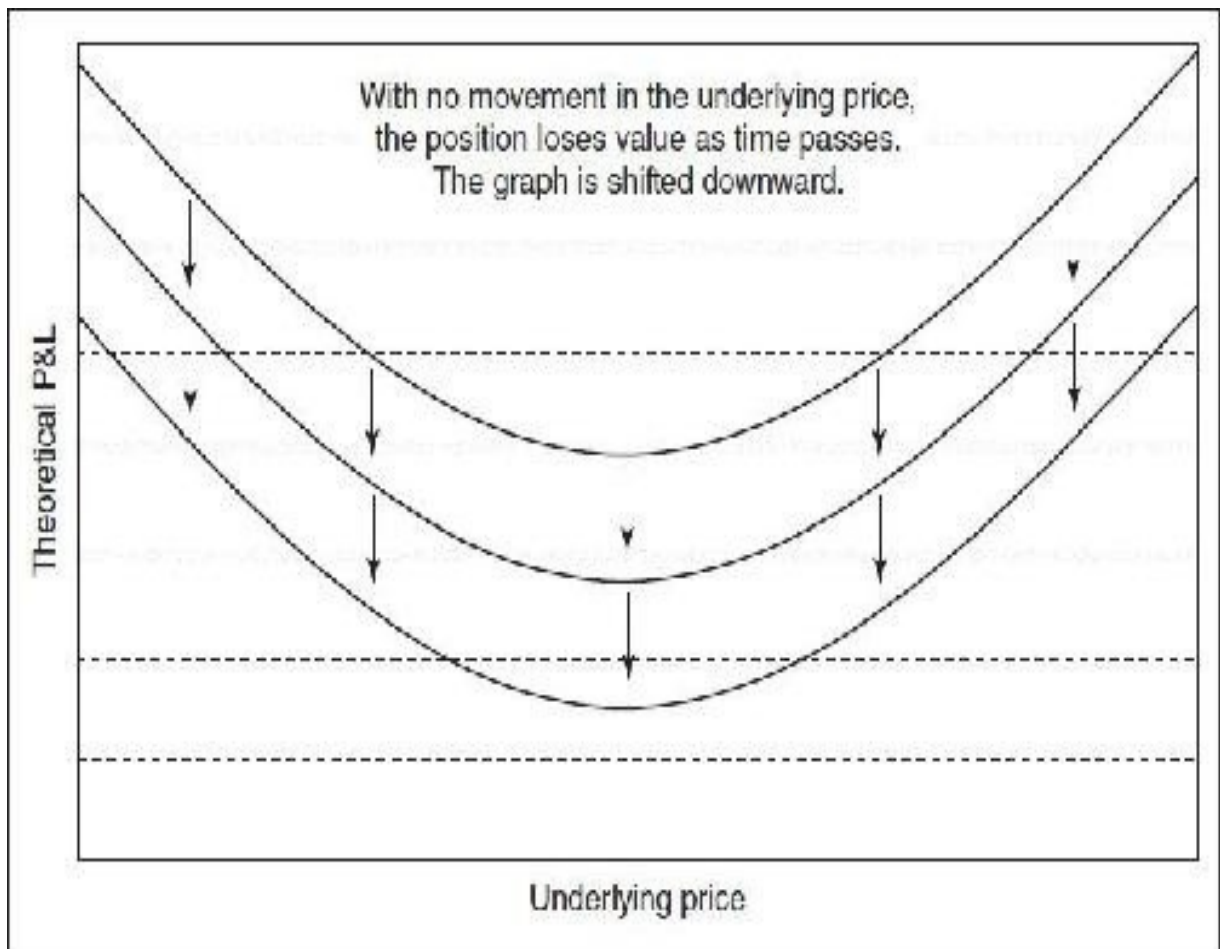
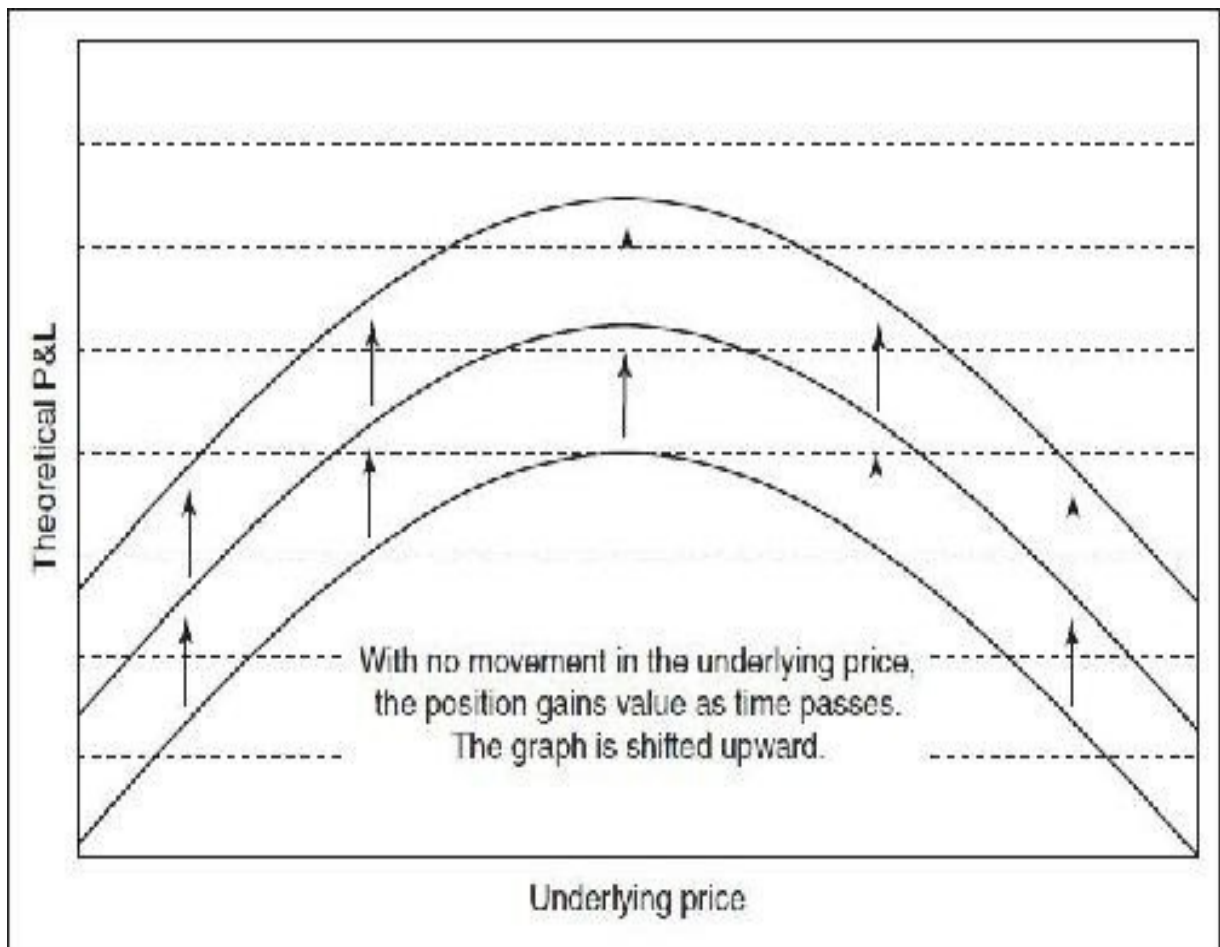


Figura 21-4 Posición gamma negativa, theta positiva a medida que pasa el tiempo.



Aunque gamma y theta son siempre de signos opuestos, gamma y vega pueden ser iguales o contrarios. Independientemente de que tengamos una gamma positiva (queremos que el contrato subyacente se mueva) o negativa (queremos que el contrato subyacente se quede quieto), podemos tener una vega positiva (queremos que la volatilidad implícita suba) o negativa (queremos que la volatilidad implícita baje). Las representaciones gráficas de estas posiciones se muestran en [las figuras 21-5 y 21-6](#).

Figura 21-5 Posición gamma positiva a medida que cambia la volatilidad.

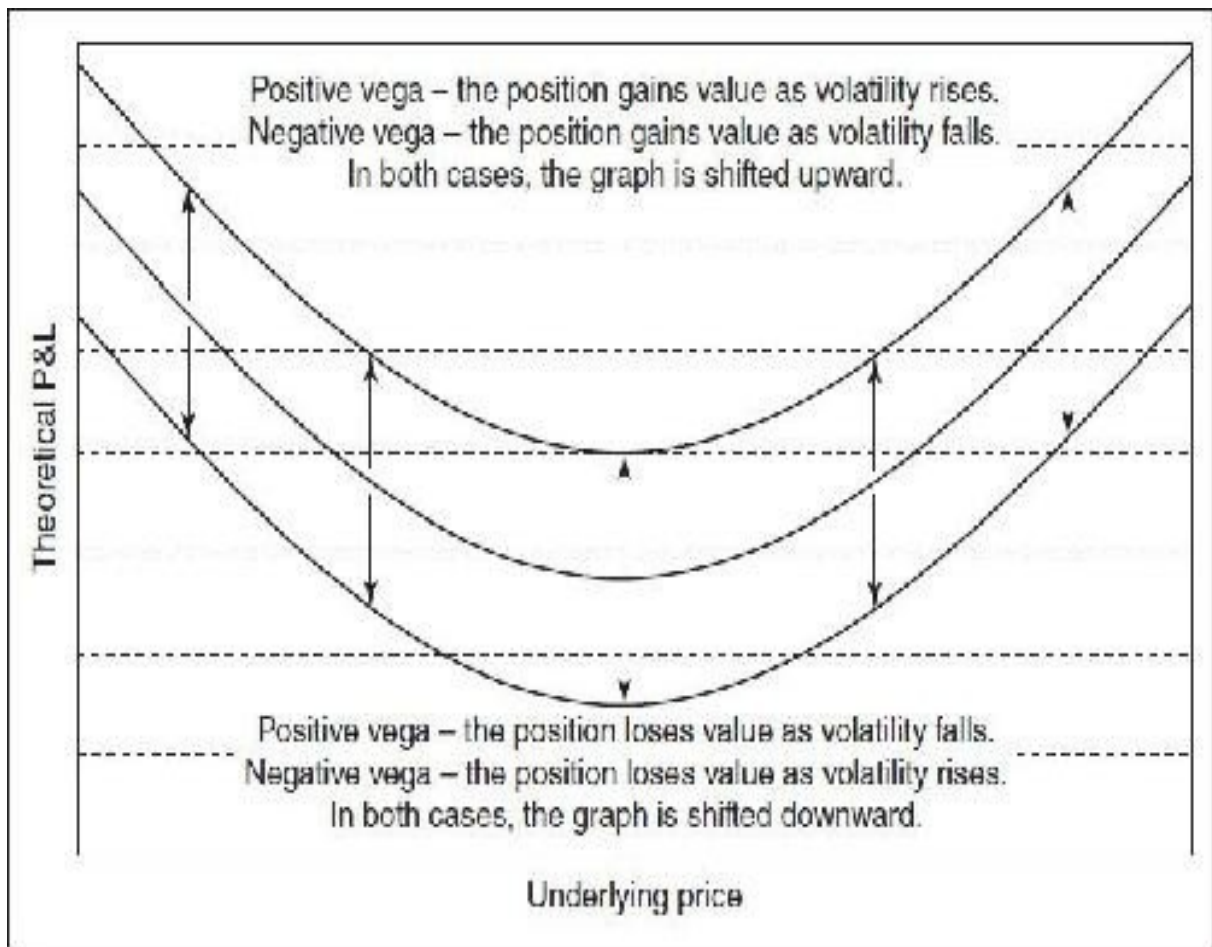
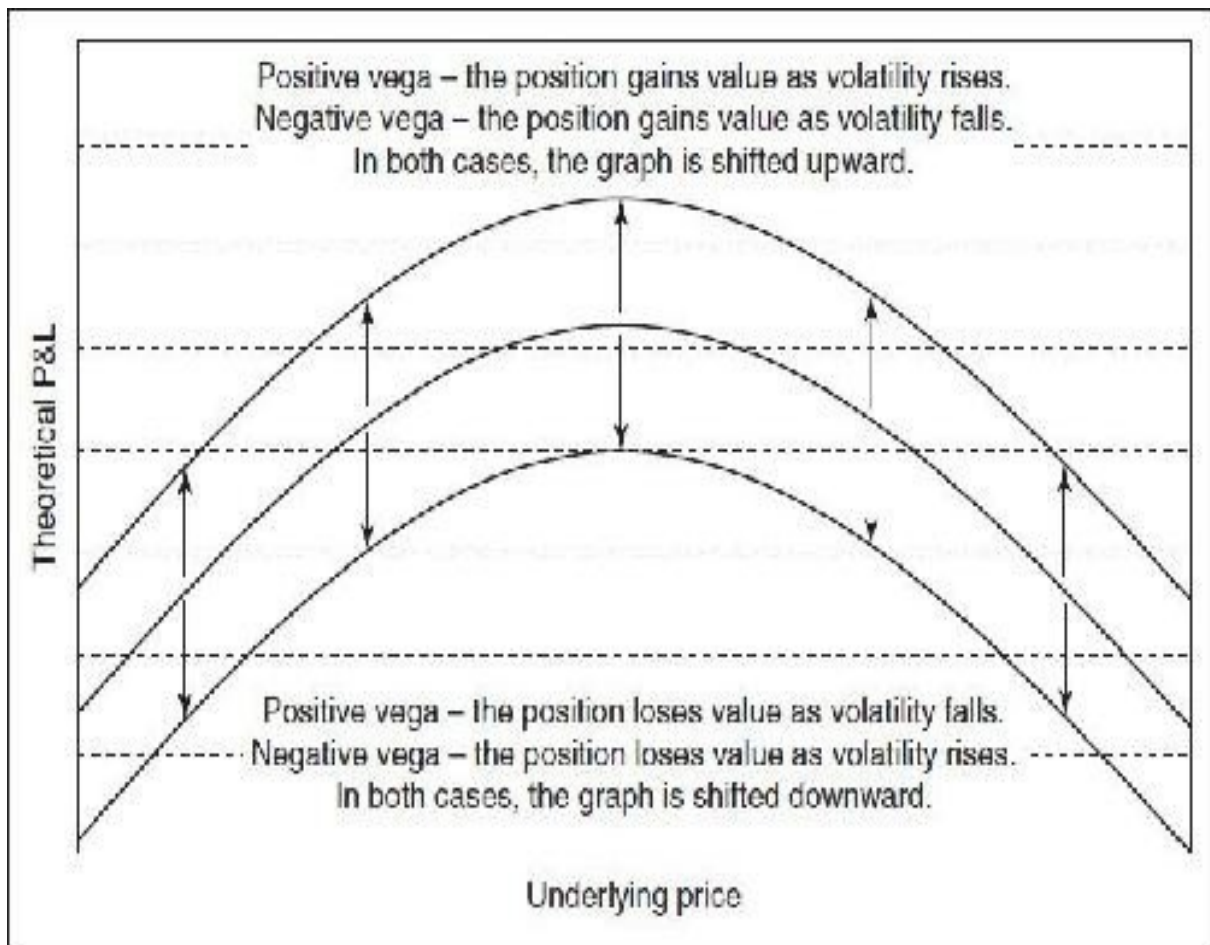


Figura 21-6 Posición gamma negativa al cambiar la volatilidad.



También puede ser útil observar los gráficos de las sensibilidades al riesgo a medida que cambian las condiciones del mercado. En [la Figura 21-7](#), podemos ver la variación de la delta a medida que cambian el precio subyacente y la volatilidad. Cerca del precio subyacente actual de 99,60, el aumento de la volatilidad hace que la delta sea negativa, mientras que la reducción de la volatilidad hace que la delta sea positiva. Como ya hemos visto, si el contrato subyacente sube o baja, la delta se vuelve negativa. En [la Figura 21-8](#), podemos ver la gamma cambiando a medida que el precio subyacente y la volatilidad cambian. Cerca del precio subyacente actual de 99,60, la gamma no se ve afectada por los cambios en la volatilidad. La gamma se vuelve positiva si el precio subyacente cae o negativa si el contrato subyacente sube.

Figura 21-7 Delta de posición al cambiar el precio subyacente y la volatilidad.

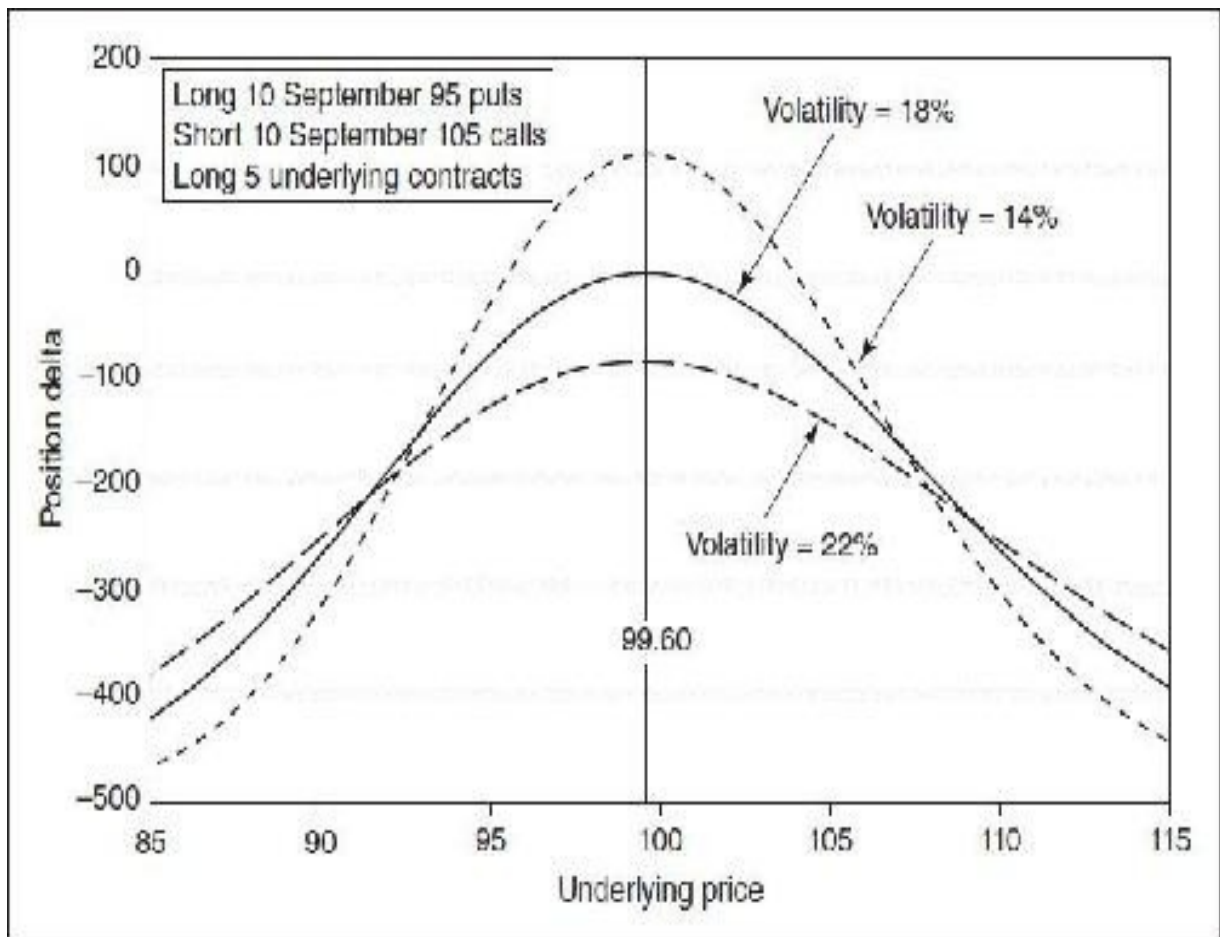
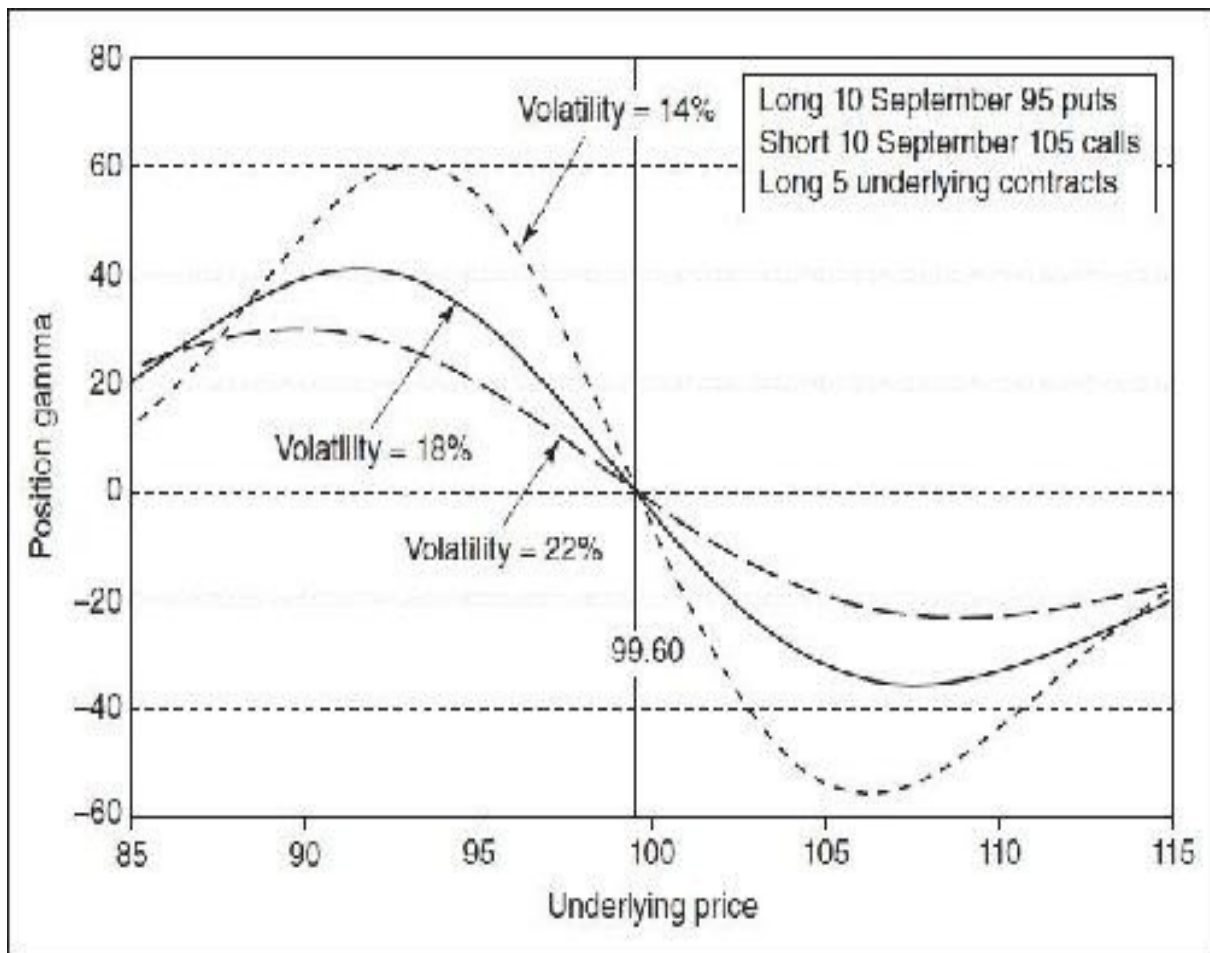


Figura 21-8 Gamma de posición a medida que cambian el precio subyacente y la volatilidad.



Además de tener en cuenta las sensibilidades al riesgo -delta, gamma, theta y vega- y la forma en que estos valores cambian cuando cambian las condiciones del mercado, es aconsejable que los operadores se fijen en la *posición neta del contrato*. Si el mercado se mueve drásticamente a la baja, de tal manera que todas las opciones de compra se mueven fuera del dinero y todas las opciones de venta entran profundamente en el dinero, o si el mercado se mueve drásticamente al alza, de tal manera que todas las opciones de venta se mueven fuera del dinero y todas las opciones de compra entran profundamente en el dinero, ¿cuál será el resultado? En otras palabras, si el mercado cae y todas las opciones de venta empiezan a actuar como contratos subyacentes cortos, o si el mercado sube y todas las opciones de compra empiezan a actuar como contratos subyacentes largos, ¿qué le queda al inversor? En nuestra posición, la *posición del contrato bajista* es corta cinco. A precios subyacentes muy bajos, las opciones de venta largas de 10 de septiembre de 95 combinadas con los contratos subyacentes largos de 5 actuarán como una posición corta de 5 contratos subyacentes. La *posición de contrato alcista* también es corta cinco. A precios subyacentes muy altos, las opciones de compra 10 de septiembre 105 cortas combinadas con los 5 contratos subyacentes largos actuarán como una posición que también es corta en 5 contratos subyacentes. Esto es evidente en [la Figura 21-7](#); la delta se aproxima a -500 en cualquier dirección.

La posición neta del contrato puede parecer a veces irrelevante, sobre todo si una posición consiste en opciones muy fuera de dinero. Después de todo, ¿qué probabilidades hay de que se sitúen tan por debajo del dinero que actúen como contratos subyacentes? Pero los operadores han aprendido, a veces con dolorosa experiencia, que en el mundo real se producen grandes movimientos con más frecuencia de lo que cabría esperar. Los acontecimientos extraordinarios e impredecibles -conmociones políticas y económicas, avances científicos, catástrofes naturales, adquisiciones de empresas- pueden provocar a veces movimientos espectaculares en los mercados. Cuando esto ocurre, un operador puede encontrarse con que opciones que "no podían entrar en dinero" lo han hecho.

Un operador con opciones cortas muy fuera de dinero puede creer que hay tan pocas posibilidades de que las opciones entren en dinero que no sentido recomprarlas. Esto puede ser cierto, pero la cámara de compensación seguirá exigiendo un depósito de margen por cada opción corta. Para eliminar este requisito, y quizás dar un mejor uso al dinero, el operador puede querer recomprar las opciones. Por supuesto, sólo querrá hacerlo si el precio es razonable. Ciertamente, el precio que el operador estará dispuesto a pagar debería ser inferior al margen exigido. Del mismo modo, un operador que tiene opciones muy fuera del dinero que cree que no valen nada, normalmente estará dispuesto a vender las opciones al precio que pueda. Al fin y al cabo, algo es mejor que nada, que es lo que valdrán las opciones si vencen fuera de dinero.

Muy a menudo, el precio al que los operadores están dispuestos a comprar o vender opciones muy fuera de dinero es inferior al precio mínimo que la bolsa permite normalmente. Por esta razón, muchas bolsas permiten que las opciones se negocien a una *oferta de gabinete*, una oferta que normalmente se hace a un precio de una unidad monetaria. Por ejemplo, si el precio mínimo de una opción en una bolsa de EE.UU. es de 5,00 \$, una bolsa puede permitir las opciones se negocien a una oferta de gabinete de 1,00 \$. Esto permitirá a los operadores que estén largos o cortos en opciones que consideren sin valor retirarlas de sus cuentas. Cada bolsa especifica las condiciones en las que se permiten las ofertas de gabinete.

Consideremos ahora la posición más compleja que se muestra en [la Figura 21-9](#). La posición consiste en opciones que vencen todas al mismo tiempo, pero incluye opciones de compra y venta a cinco precios de ejercicio diferentes, junto con una posición en el contrato subyacente. Como antes, suponemos que la posición tiene alguna ventaja teórica positiva. De lo contrario, el objetivo inmediato sería liquidar la posición para evitar pérdidas o modificarla para crear una ventaja teórica positiva. ¿Cuáles son los riesgos de mantener esta posición?

Figura 21.9

Empezando por un rápido vistazo a las sensibilidades, podemos ver que corremos el riesgo de una caída del mercado subyacente (delta negativo), de un aumento de la volatilidad realizada (gamma negativo) y de un aumento de la volatilidad implícita (vega negativo). Observando únicamente la delta y la gamma, el más favorable parece ser un lento movimiento a la baja en el mercado subyacente. El resultado menos favorable parece ser un rápido movimiento al alza.

¿Qué más podemos decir de esta posición? Por la delta negativa, está claro que nos gustaría un movimiento a la baja en el precio subyacente. ¿Pero hasta dónde? El precio actual es 101,25. ¿Queremos que el mercado caiga hasta 100? ¿A 95? ¿Hasta 90? Tal vez queremos un descenso ilimitado. Sin embargo, la gamma negativa indica que un movimiento bajista rápido y violento no puede ser bueno para esta posición. Junto con la delta, podemos aproximarnos a cuánto queremos que caiga el subyacente si nos damos cuenta de que *una posición de gamma negativa siempre quiere llegar a ser delta neutra*. El beneficio resultante de una gamma negativa tenderá a maximizarse cuando sea delta neutra.

¿Dónde estará nuestra posición delta neutra si el mercado empieza a caer? Por cada punto de caída del mercado subyacente, debemos restar la gamma, -25,8, de nuestra delta. Dividiendo la delta actual por la gamma, podemos estimar que la posición es aproximadamente delta neutra a un precio subyacente de

$$101,25 - (297,4/24,13) = 101,25 - 12,32 = 88,93$$

Por supuesto, esto es sólo una aproximación porque estamos asumiendo que la gamma es constante, lo que no es. Una gamma creciente o decreciente a medida que cambia el precio subyacente alterará nuestra conclusión. Sin embargo, si tenemos que hacer una estimación rápida de lo que nos gustaría que ocurriera, un lento movimiento a la baja hasta alrededor de 89,00 parece lo mejor.

También hemos supuesto que un rápido movimiento al alza perjudicaría a esta . Ahora tanto delta como gamma están trabajando en contra de la . Supongamos que ocurre lo peor: el contrato subyacente salta repentinamente a 150. ¿El resultado será desastroso? ¿Será el resultado desastroso para nosotros? Aquí volvemos a la posición neta de los contratos: si el mercado realiza un movimiento tan drástico que todos los contratos entran o salen del dinero, ¿con qué nos quedamos? En un gran movimiento al alza, todas las opciones de venta se desplomarán a 0, mientras que todas las opciones de compra acabarán actuando como contratos subyacentes. Nuestra posición es corta neta, con un total de 7 calls. Pero también estamos largos en 13 contratos subyacentes. Esto nos da una posición neta alcista de contratos de +6. Si el mercado hace

un movimiento alcista realmente grande, tendremos una posición que es larga 6 contratos subyacentes, dándonos un beneficio potencialmente ilimitado. Podemos concluir que a medida que el mercado se mueve al alza, en algún momento nuestra gamma debe volverse positiva, haciendo que la delta acabe siendo positiva.

La posición del contrato bajista no es tan favorable. Ahora todas las opciones de compra se desplomarán a 0, mientras que todas las opciones de venta actuarán como contratos subyacentes cortos. Estamos largos netos en 5 puts, pero también estamos largos en los mismos 13 contratos subyacentes. Nuestra posición neta de contratos bajistas es de +8. Si el mercado realiza un movimiento bajista violento, tendremos una posición larga de 8 contratos subyacentes, con resultados potencialmente desastrosos.

Como nos estamos centrando en las características de riesgo de nuestra posición, no se dan precios ni valores teóricos para las opciones de [la Figura 21-9](#). Simplemente hemos supuesto que la posición tiene alguna ventaja teórica positiva. Nos hemos limitado a suponer que la posición tiene alguna ventaja teórica positiva. Sin embargo, el tamaño de la ventaja teórica (cuánto, en teoría, esperamos ganar con la posición si nuestra estimación de volatilidad del 27% es correcta) puede ser una consideración importante a la hora de analizar el riesgo de la . Por ejemplo, supongamos que la posición tiene una ventaja teórica positiva de 6,00. Si el 27% resulta ser el valor teórico correcto, el riesgo de la posición puede ser mayor. Si el 27% resulta ser la volatilidad correcta durante las seis semanas de vida de la posición

y seguimos el proceso de cobertura dinámica delta-neutral-⁽³⁾) obtener un beneficio de 6,00.

La ventaja teórica y la vega pueden ayudarnos a estimar nuestro riesgo de volatilidad. Desde la posición vega de -0,759, sabemos que cualquier aumento de la volatilidad nos perjudicará. En consecuencia, podríamos hacernos la siguiente pregunta: ¿cuánto puede aumentar la volatilidad antes de que nuestro beneficio potencial se convierta en una pérdida potencial? Por cada punto porcentual de aumento de la volatilidad, nuestro beneficio potencial se reducirá en la cuantía de la vega. Dividiendo la ventaja teórica por la vega, podemos estimar que la posición alcanzará el punto de equilibrio con una volatilidad de aproximadamente 1,5 puntos porcentuales.

$$27,00 + (6,00 / 0,759) = 27,00 + 7,90 = 34,90 (\%)$$

Suponiendo una ventaja teórica de 6,00, si la volatilidad resulta no ser superior al 34,90%, la posición no será peor que un punto de equilibrio. Por encima del 34,, la posición empezará a registrar pérdidas. Ya hemos tratado este concepto -la volatilidad de equilibrio de una posición- en [el Capítulo 7](#). Puede considerarse como la volatilidad implícita de toda la posición. Puede considerarse como la volatilidad implícita de toda la posición. Nos dice que tenemos un margen de error de 7,90 puntos de volatilidad en nuestra estimación de volatilidad. Que esto represente un margen de error pequeño o grande depende de las características de volatilidad de esta posición en particular.

mercado.

¿Cómo podemos aumentar el margen de error en nuestra estimación de la volatilidad? Podemos hacerlo aumentando el margen teórico (sin aumentar la vega) o reduciendo la vega (sin reducir el margen teórico). Si podemos aumentar el margen teórico a 8,00 sin aumentar la vega, la volatilidad implícita de la posición será de

$$27,00 + (8,00/0,759) = 27,00 + 10,54 = 37,54 (\%)$$

Alternativamente, si podemos reducir la vega a -0,65, la volatilidad implícita será

$$27,00 + (6,00/0,65) = 27,00 + 9,23 = 36,23 (\%)$$

Por desgracia, puede que no sea posible hacer ninguna de las dos cosas. En este caso, tendremos que decidir si el riesgo vega de -0,759 es razonable dado el beneficio potencial de 6,00.

Sabemos que es probable que las sensibilidades al riesgo de la posición -delta, gamma, theta y vega- cambien a medida que cambian las condiciones del mercado. Es casi imposible hacer un análisis detallado de estos cambios sin ayuda informática. Sin embargo, podemos decir algo sobre cómo cambia delta a medida que cambian el tiempo y la volatilidad si recordamos que los valores delta se mueven hacia 50 o se alejan de 50 con los cambios en el tiempo hasta el vencimiento y la volatilidad.

Considere lo que ocurrirá si la volatilidad comienza a aumentar. Todas las deltas de las opciones de compra se moverán hacia 50 y las de las opciones de venta hacia -50. Dado que somos cortos netos en 7 opciones de compra y largos netos en 5 opciones de venta, en el extremo, la posición delta de opciones de compra será

$$-7 \times 50 = -350$$

y la posición delta de venta será

$$5 \times -50 = -250$$

Junto con los 13 contratos subyacentes largos, la delta total será de

$$-350 - 250 + 1.300 = +700$$

Por supuesto, tendríamos que aumentar drásticamente la volatilidad para que todos los deltas se acercaran realmente a 50. Pero, a medida que empezamos a elevar la volatilidad, el delta actual de -297 será menos negativo y acabará siendo positivo. En un

mercado de volatilidad, preferiremos los movimientos al alza del contrato subyacente.

¿Y si la volatilidad disminuye o pasa el tiempo, lo que provocará que los valores delta se alejen de 50? Los valores delta de las opciones out-of-the-money se moverán hacia 0, mientras que los valores delta de las opciones in-the-money se moverán hacia 100. Dado que actualmente estamos cortos en 2 opciones de compra dentro del dinero (las opciones de compra 90, 95 y 100) y largos en 20 opciones de venta dentro del dinero (las opciones de venta 105 y 110), en el extremo, nuestra delta total será

$$-200 - 2.000 + 1.300 = -900$$

Si reducimos la volatilidad o pasa el tiempo, preferiremos que el contrato subyacente se mueva a la baja.

Para un operador nuevo, utilizar un conocimiento básico de las características delta, gamma, theta y vega para analizar el riesgo de una posición puede ser un ejercicio útil. Sin embargo, cuando se dispone de soporte informático, casi siempre es más fácil y eficaz observar los gráficos del riesgo de la posición. Esto se ha hecho para la posición actual en [las figuras 21-10 a 21-13](#).

Figura 21-10 Valor de la posición al cambiar el precio subyacente y la volatilidad.

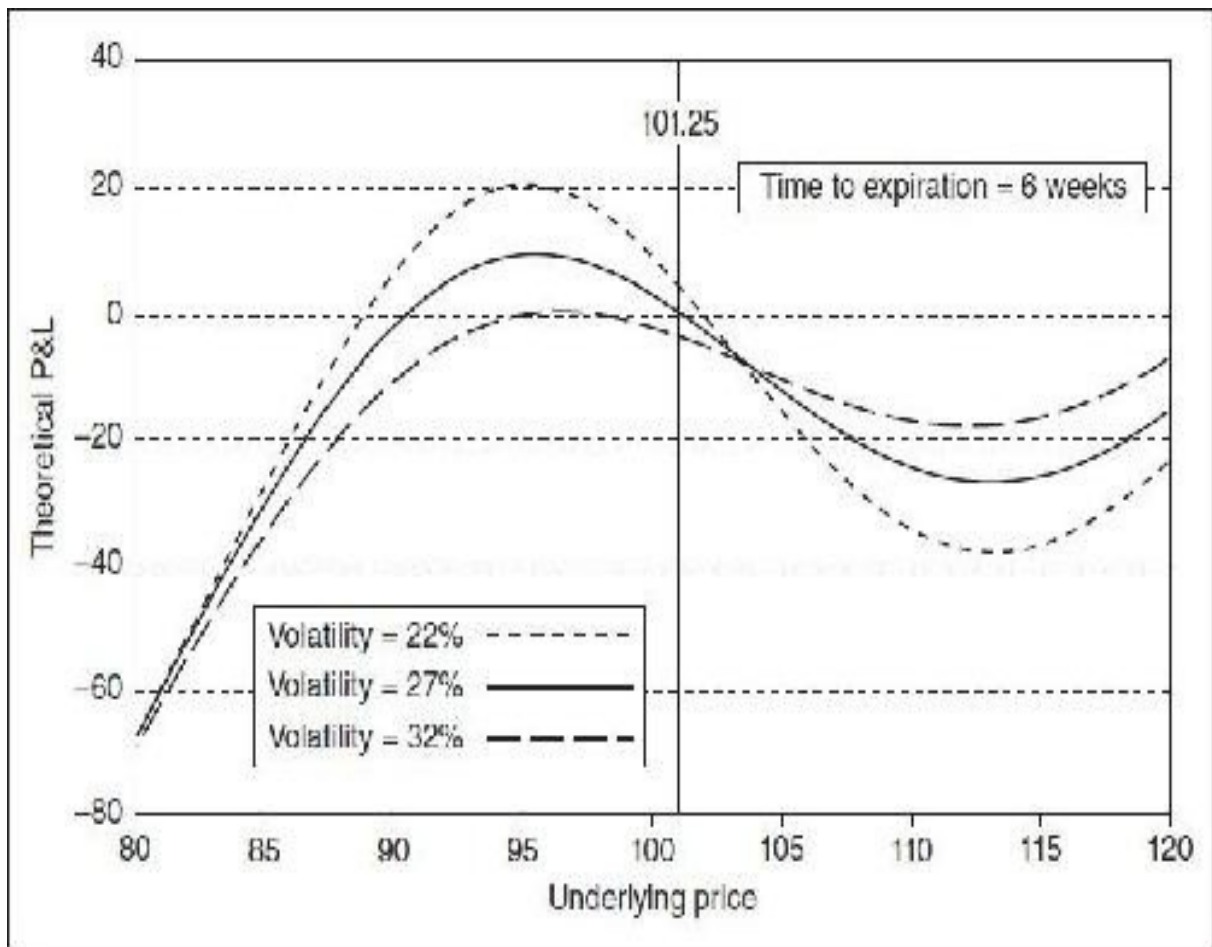


Figura 21-11 Delta de posición al cambiar el precio subyacente y la volatilidad.

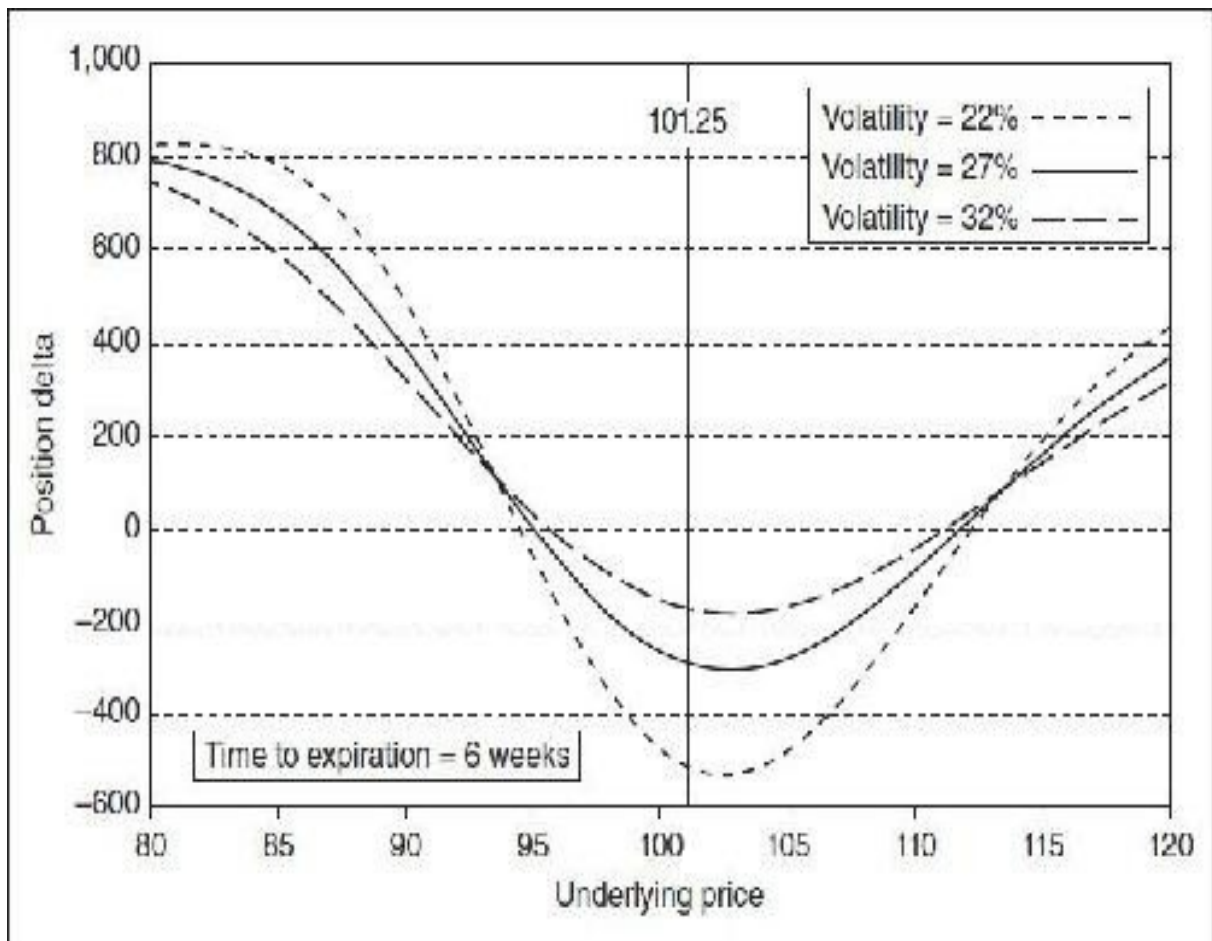


Figura 21-12 Gamma de posición a medida que cambian el precio subyacente y la volatilidad.

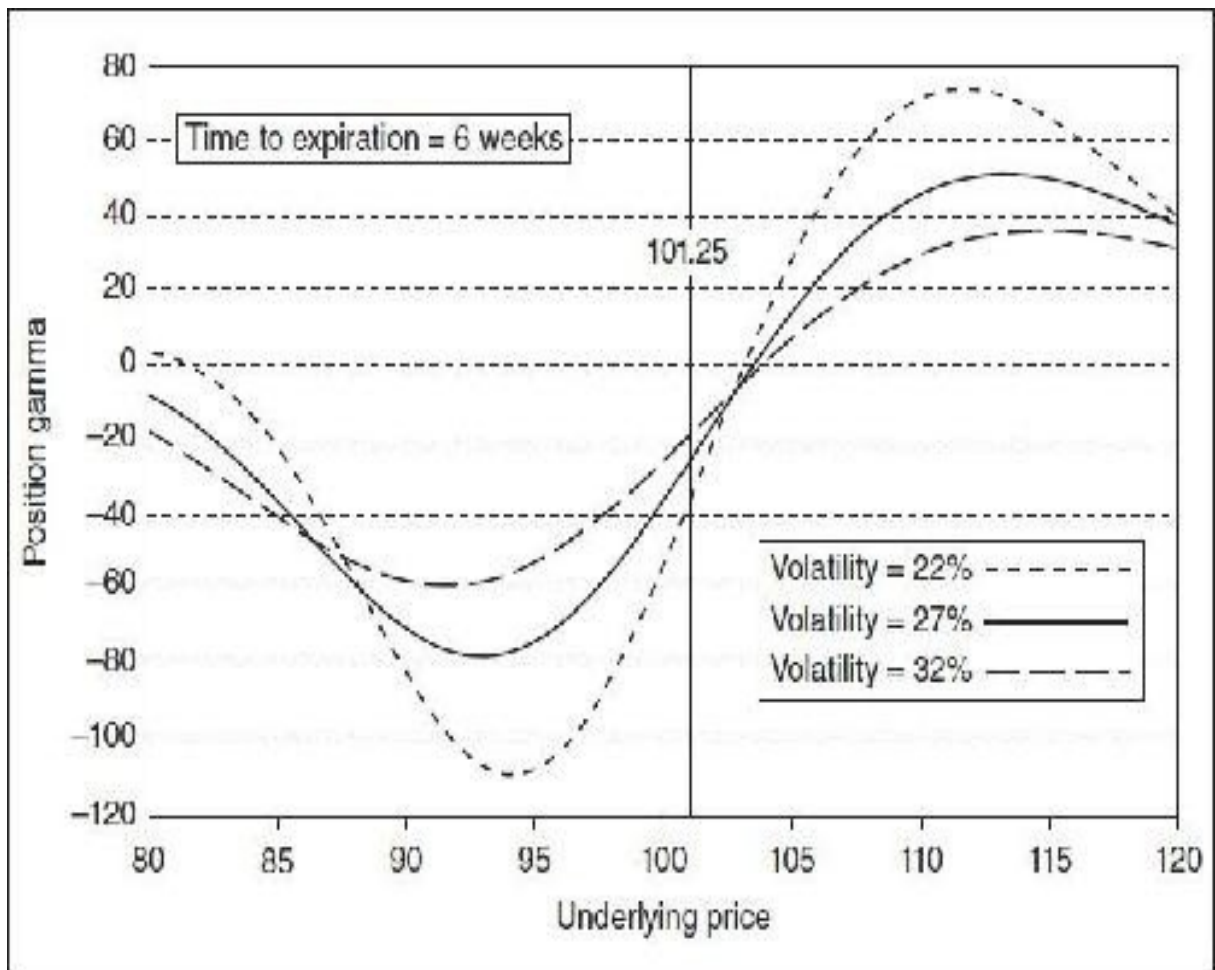
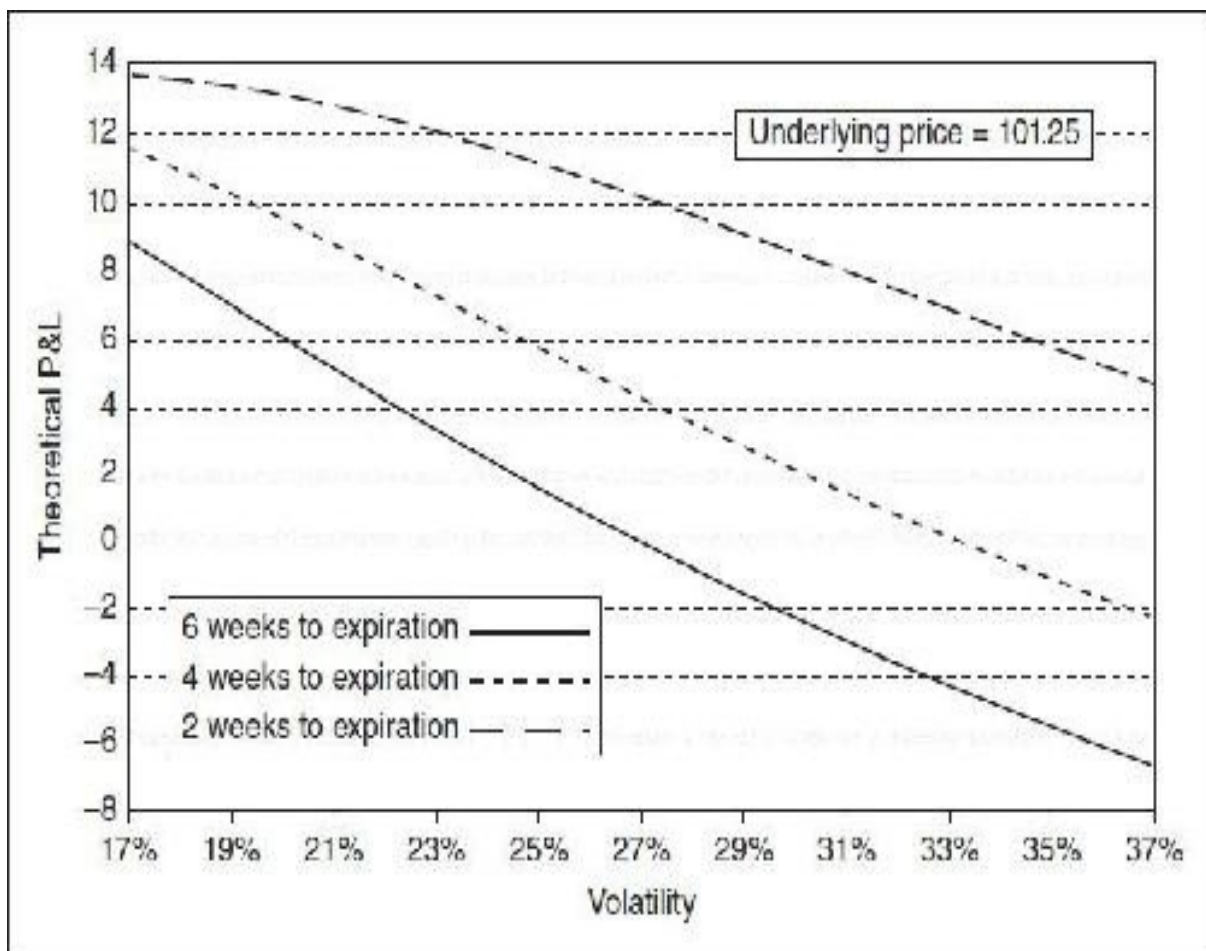


Figura 21-13 Valor de la posición a medida que cambia la volatilidad y pasa el tiempo.



En [la Figura 21-10](#), podemos ver que con una volatilidad del 27%, el beneficio máximo a la baja se producirá a un precio de aproximadamente 95,00, momento en el que la delta de la posición es 0. Esto difiere considerablemente de nuestra estimación de 88,93 porque la gamma, que inicialmente era de -24,13, se convierte en un número negativo mucho mayor a medida que el mercado cae. La delta negativa de -297 se compensa más rápidamente por el aumento de la gamma. En [la Figura 21-12](#), vemos que a la baja, la gamma alcanza su máximo de aproximadamente -80 a un precio subyacente de 93.

Si el mercado sube, inicialmente perderemos dinero. Pero, a un precio subyacente de 104, la gamma se vuelve positiva. Nuestra delta negativa comienza a invertirse y, a un precio de 112, se convierte en positiva ([Figura 21-11](#)). Seguiremos perdiendo dinero por encima de 112, pero en algún momento la posición empezará a mostrar beneficios. [La Figura 21-10](#) sólo llega hasta un precio subyacente de 120, pero un análisis más extenso mostraría que a un precio subyacente de 124, la empezará a mostrar beneficios.

En [el capítulo 9](#), examinamos algunos de los riesgos de orden superior no tradicionales.

medidas. [La Figura 21-12](#) muestra que entre los precios subyacentes de 93 y 114, la posición tiene una velocidad positiva; a medida que sube el precio, aumenta la gamma. Por debajo de 93 y por encima de 114, la posición tiene una velocidad negativa; a medida que sube el precio, la gamma disminuye. También podemos ver que cambiar la volatilidad hace que la gamma y, en consecuencia, la delta cambien a un ritmo diferente. Bajar la volatilidad hace que la velocidad aumente, mientras que subir la volatilidad hace que la velocidad disminuya.

[La Figura 21-13](#) muestra la sensibilidad de la posición a los cambios en la volatilidad implícita, suponiendo un precio subyacente constante de 101,25. La posición tiene claramente una vega negativa. Cualquier disminución de la volatilidad implícita favorecerá la posición; cualquier aumento de la volatilidad implícita la perjudicará. Dada una ventaja teórica, podemos estimar la volatilidad de equilibrio (implícita) para toda la posición dividiendo la ventaja teórica total por la vega. Si, por ejemplo, tenemos una ventaja total de 6,00, estimamos que la posición tiene una volatilidad implícita de aproximadamente 34,90%. De hecho, podemos ver en [la Figura 21-13](#) que la volatilidad implícita es algo superior al 34,90 por ciento. El gráfico de seis semanas cruza -6,00, lo que compensaría exactamente un borde teórico de +6,00, con una volatilidad de aproximadamente el 36 por ciento. La razón por la que la volatilidad de equilibrio es mayor que nuestra estimación es que el gráfico de seis semanas tiene una volga positiva: se curva ligeramente hacia arriba. A medida que aumenta la volatilidad, la vega se hace más positiva o menos negativa. A medida que la volatilidad cae, la vega se vuelve más negativa o menos positiva. Aunque la volga actual es positiva, podemos ver que a medida que pasa el tiempo, la volga de la se vuelve ligeramente negativa. El gráfico de cuatro semanas es aproximadamente una línea recta, mientras que el gráfico de dos semanas se curva ligeramente hacia abajo.

¿Qué deberíamos concluir sobre la posición de la [Figura 21-9](#)? La razón para hacer un análisis es ayudarnos a determinar de antemano qué acciones tomar para maximizar nuestros beneficios si las condiciones se mueven a nuestro favor o minimizar las pérdidas si las condiciones se mueven en nuestra contra. Actualmente tenemos una delta negativa. Si deseamos mantener un sesgo bajista, entonces no es necesaria ninguna acción. Sin embargo, si estamos operando desde un punto de vista puramente teórico, entonces tal vez deberíamos comprar las 297 deltas que tenemos en corto. La forma más sencilla de hacerlo es comprar tres contratos subyacentes.

Si mantenemos nuestra posición actual y el mercado empieza a bajar, ¿qué medidas deberíamos tomar? Si la caída es lenta (claramente un resultado muy bueno teniendo en cuenta nuestra delta y gamma) y no hay un aumento de la volatilidad implícita, tal vez deberíamos considerar la compra de opciones de venta a precios de ejercicio más bajos. Esto tendrá el efecto de compensar nuestro riesgo de contrato neto a la baja y reducir nuestra vega negativa al tiempo que bloquea parte de la ventaja teórica. Si, por el contrario, el descenso es rápido,

puede que tengamos que ignorar las consideraciones teóricas y comprar puts al precio de mercado. Este puede ser el coste de tener una mala posición, algo que inevitablemente ocurrirá en algún momento de la carrera de todo operador. Si nos vemos obligados a comprar puts a precios inflados, especialmente si se produce un aumento de la volatilidad implícita, podemos perder dinero. Pero si la caída es muy rápida, el objetivo principal puede ser la supervivencia. Y a largo plazo, simplemente sobrevivir, para poder aprovechar las ocasiones posteriores en las que las condiciones jueguen a nuestro favor, puede significar la diferencia entre el éxito y el fracaso en la negociación de opciones.

¿Qué debemos hacer si el mercado empieza a subir? Deberíamos estar preparados para un curso de acción si el movimiento es lento (la delta está trabajando en nuestra contra, mientras que la gamma está trabajando a nuestro favor), pero un curso de acción diferente si el movimiento es rápido (la delta y la gamma están trabajando inicialmente en nuestra contra, pero si el movimiento alcista es lo suficientemente grande, estos números pueden eventualmente trabajar a nuestro favor). Un análisis detallado de la posición nos ayudará a prepararnos para diversos cambios en las condiciones del mercado. Pero por muy detallado que sea nuestro análisis, es posible que nos encontremos con situaciones en las que nos encontremos en territorio desconocido. Cuando las condiciones cambian, nunca podemos saber con certeza cómo reaccionará el mercado. Si el precio subyacente empieza a subir o a bajar, dependiendo del mercado específico, podemos esperar que la volatilidad implícita cambie de una determinada manera. Pero puede que nos encontremos con que ha cambiado de una completamente distinta. Puede que tengamos que aceptar el hecho de que nuestro análisis era incorrecto y tomar cualquier medida que podamos para reducir nuestras pérdidas

o

maximizar nuestros beneficios en estas condiciones nuevas e inesperadas.

Algunas reflexiones sobre la creación de mercados

Para garantizar la liquidez en un mercado, las bolsas pueden designar uno o varios *creadores* de mercado en un producto. Un creador de mercado garantiza cotizará continuamente tanto un precio al que está dispuesto a comprar como un precio que está dispuesto a vender. Como consecuencia, un comprador o vendedor siempre puede estar seguro de que habrá alguien en el mercado dispuesto a tomar el lado opuesto de la operación. Esto no significa que un cliente esté obligado a negociar con un creador de mercado. Si otros participantes en el mercado están dispuestos a comprar a un precio más alto o a vender a un precio más bajo, el cliente siempre es libre de negociar al mejor precio disponible. Pero al cotizar continuamente un *diferencial entre precio de compra y precio de venta*, el creador de mercado cumple su función de comprador o vendedor de último recurso.

Un creador de mercado debe cumplir las normas establecidas por la bolsa

sobre la amplitud del diferencial entre precios de compra y venta, así como sobre el número mínimo de contratos que el creador de mercado debe estar dispuesto a negociar. Si las normas de la bolsa establecen que un creador de mercado puede cotizar con un diferencial entre precios de compra y venta no superior a 2,00, entonces un precio de 63,00 para un contrato implica un precio de oferta no superior a 2,00.

65.00. Del mismo modo, un precio de oferta de 47,00 implica un precio de demanda no inferior a 45.00. El creador de mercado puede cotizar un diferencial más estrecho, por ejemplo, 63,50-64,50 en el primer caso o 45,75-46,25 en el segundo, pero el diferencial no puede ser mayor que el especificado en las normas de la bolsa.

Además de cotizar un diferencial entre la oferta y la demanda, un creador de mercado debe estar dispuesto a negociar un número mínimo de contratos a los precios cotizados. Si el mínimo de la bolsa es de 100 contratos, el creador de mercado debe estar dispuesto a comprar o vender un mínimo de 100 contratos a sus precios de cotización. Puede ofrecer negociar más que el mínimo, en cuyo caso normalmente indicará su tamaño junto con el diferencial entre precios de compra y venta, por ejemplo,

$$\begin{array}{c} 63.50-64.50 \\ 200 \times 200 \end{array}$$

El creador de mercado está dispuesto a comprar al menos 200 contratos a un precio de 63,50 o a vender al menos 200 contratos a un precio de 64,50. No es necesario que el tamaño cotizado esté equilibrado:

$$\begin{array}{c} 63.50-64.50 \\ 500 \times 200 \end{array}$$

En este caso, el creador de mercado está dispuesto a comprar 500 contratos, pero sólo está dispuesto a vender 200 contratos.

Las normas que rigen la amplitud del diferencial entre la oferta y la demanda de un creador de mercado suelen aplicarse sólo al tamaño mínimo que el creador de mercado debe estar dispuesto a hacer. Si un cliente desea negociar un gran número de contratos, el creador de mercado puede ampliar el diferencial debido al mayor riesgo asociado a la operación. En

respuesta a un cliente que desea negociar 1.000 contratos, un creador de mercado podría cotizar un diferencial de 62,00-66,00. Para facilitar la negociación, cuando un cliente tiene una orden grande, suele indicar que desea una cotización por *tamaño*. A cambio de cumplir con sus obligaciones, un creador de mercado recibirá consideraciones especiales de la bolsa.

A cambio de cumplir con sus obligaciones, un creador de mercado recibirá consideraciones especiales de la bolsa, que pueden consistir en comisiones de bolsa muy bajas o un trato preferente al competir con otros creadores de mercado.

participantes. Si un cliente está dispuesto a vender al precio de oferta del creador de mercado y otros dos participantes en el mercado también cotizan al mismo precio de oferta, el creador de mercado puede tener derecho al 50% de la orden, mientras que los otros dos oferentes sólo pueden tener derecho al 25% cada uno.

A diferencia de los inversores, especuladores o coberturistas, que pueden elegir las estrategias que mejor se adapten a sus necesidades y que también pueden determinar cuándo entrar y salir de un mercado, un creador de mercado tiene menos control sobre las posiciones que toma. Esto no significa que un creador de mercado esté totalmente a merced de sus clientes. Puede verse obligado a tomar una posición, pero al menos puede elegir el precio al lo hace. Además, al ajustar su diferencial entre precio de compra y precio de venta, puede determinar en cierta medida los tipos de posiciones que adquiere. Pero una vez hecho esto, posible que se encuentre con que ha tomado una posición que preferiría no tener.

Aunque los creadores de mercado suelen representar sólo un pequeño porcentaje de los participantes en el mercado de opciones, pueden desempeñar un papel crucial en la negociación, determinando a menudo el éxito o el fracaso de un producto cotizado en bolsa ⁽⁴⁾ Por esta razón, puede ser útil examinar más de cerca cómo un creador de mercado de opciones se dedica a sus asuntos.

Un creador de mercado de éxito debe plantearse tres preguntas:

1. ¿Cuánto cree el mercado que vale una opción?
2. ¿Cuánto creo yo (el creador de mercado) que vale la opción?
3. ¿Qué puestos ocupo actualmente?

Las respuestas a estas preguntas determinarán cómo un creador de mercado fija el precio de las opciones y cómo gestiona el riesgo.

La respuesta a la primera pregunta -¿cuánto cree el mercado que una opción?- es la base de la más sencilla de todas las técnicas de creación de mercado. En este enfoque, el creador de mercado intenta beneficiarse únicamente del diferencial entre la oferta y la demanda, comprando constantemente al precio de demanda y vendiendo al precio de oferta. No se requiere ningún conocimiento especial de la teoría de valoración de opciones, pero para tener éxito, el creador de mercado debe ser capaz de identificar un precio de equilibrio en torno al cual

hay el mismo número de compradores y vendedores.⁵ Si puede determinar correctamente este precio de equilibrio, está en condiciones de actuar como intermediario, obteniendo un pequeño beneficio en cada operación y manteniendo posiciones sólo durante breves periodos de tiempo. Por supuesto, el precio de equilibrio cambia constantemente a medida que entran en el nuevos compradores y vendedores. Aunque un creador de mercado vigilará constantemente la actividad del mercado para determinar cambios en compra y venta presión, incluso un

Un creador de mercado con experiencia puede encontrarse a veces, especialmente en un mercado muy dinámico, con un precio de equilibrio erróneo. Cuando esto ocurre, puede encontrarse con que ha comprado o vendido muchos más contratos de los que deseaba.

Además de beneficiarse del diferencial entre la oferta y la demanda al responder a la segunda pregunta -¿cuánto creo que vale la opción?- un creador de mercado de opciones también intentará beneficiarse de una opción teóricamente mal valorada. El precio erróneo puede ser el resultado de una relación de arbitraje desequilibrada, en cuyo caso el creador de mercado intentará "asegurar" el beneficio completando el arbitraje. También puede deberse a la utilización de un modelo teórico de fijación de precios. En este caso, si el creador de mercado compra a un precio inferior o vende a un precio superior a su supuesto valor teórico, puede cubrir dinámicamente la posición hasta el vencimiento o hasta que la opción vuelva a cotizar al valor teórico. Si su valor teórico es correcto, el proceso de cobertura dinámica debería, en teoría, dar lugar a un beneficio.

Una vez que el creador de mercado comienza a adquirir posiciones, debe considerar la posibilidad de que las condiciones del mercado se muevan en su contra. Esto nos lleva a la pregunta final: ¿qué posiciones tengo actualmente? Aunque existe cierto riesgo asociado a cada posición, si el riesgo es demasiado grande, un cambio adverso en las condiciones del mercado puede poner al creador de mercado en una situación en la que no pueda operar libremente y, por lo tanto, no pueda beneficiarse de su posición como creador de mercado. En un extremo, puede verse obligado a abandonar el negocio ya no es capaz de cumplir con sus obligaciones como creador de mercado.

Un creador de mercado debe tener en cuenta diversos riesgos. Inicialmente, probablemente determinará el riesgo máximo que está dispuesto a asumir en las condiciones actuales del mercado. Esto puede significar limitar el tamaño de su posición con respecto a los distintos parámetros de riesgo: delta, gamma, theta, vega y rho. Cuando se alcanza un límite, el creador de mercado comenzará a centrarse en la creación de mercados que tendrán el efecto de reducir su riesgo. Si un creador de mercado se acerca a la posición gamma negativa máxima que está dispuesto a aceptar, a medida que se acerque a este límite, se centrará cada vez más en reducir o al menos limitar este riesgo. Como creador de mercado, seguirá teniendo que cotizar un precio de compra y un precio de venta, pero preferirá comprar opciones porque esto tendrá el efecto de reducir su posición gamma negativa. En condiciones normales, si se le pide que cotice un mercado, probablemente lo hará en torno al valor teórico supuesto. Si el valor de la opción es de 64,00, podría cotizar un mercado de 63,00-65,00, pero si el creador de mercado tiene la intención de reducir su riesgo gamma negativo, claramente comprará opciones en lugar de vender. Para reflejar esta preferencia, puede ajustar su diferencial entre precio de compra y de venta, quizás cotizando un mercado de 63,50-65,50. El hecho de que haya aumentado

tanto su oferta como su demanda hace que sea más probable que compre opciones en lugar de vender. Por supuesto, es posible que aún tenga que vender si se acepta la oferta de 65,50. Pero al menos lo ha hecho a un precio más ventajoso. Pero al menos lo ha hecho a un precio más ventajoso.

Un creador de mercado debe tener en cuenta no sólo los riesgos en las condiciones actuales del mercado, sino también cómo podrían cambiar esos riesgos a medida que cambien las condiciones del mercado. Supongamos que, en un mercado alcista, el creador de mercado ha alcanzado la gamma negativa máxima que está dispuesto a aceptar. Sin embargo, al analizar la , también ha observado que si el contrato subyacente sigue subiendo, el riesgo gamma

⁶Si el subyacente se mueve el creador de mercado puede verse perjudicado porque tiene una posición gamma negativa. Pero puede decidir puede vivir con este riesgo porque el riesgo gamma empezará a disminuir.

Además de vigilar las distintas sensibilidades de riesgo, un creador de mercado también debe gestionar inteligentemente su inventario. A medida que cambian las condiciones, una posición que incluye un riesgo concentrado puede convertirse en una seria amenaza para el creador de mercado. Consideremos un creador de mercado que tiene la siguiente posición gamma repartida en 10 precios de ejercicio diferentes:

75	80	85	90	95	100	105	110	115	120
+110	+425	+300	+68	-2,388	+92	+244	+616	+338	+195

Aunque el riesgo gamma total sea relativamente pequeño (de hecho, la gamma total en este caso es 0), el hecho de que una gamma negativa tan grande se concentre en un precio de ejercicio, 95, es probable que preocupe al creador de mercado. Si se trata de opciones a largo plazo, la situación puede no ser crítica hoy. Pero con el paso del tiempo, si el mercado subyacente se acerca a 95, la posición asumirá un riesgo cada vez mayor. En lugar de dejar que este riesgo aumente, un creador de mercado inteligente se centrará en repartir su riesgo de forma más uniforme entre los precios de ejercicio. Del mismo modo que un inversor inteligente tratará de diversificar su riesgo, un creador de mercado se esforzará por alcanzar un objetivo similar.

En este ejemplo, el riesgo se concentraba en un precio de ejercicio. Pero cualquier concentración de riesgo en un precio de ejercicio o fecha de vencimiento específicos o en términos de una única sensibilidad al riesgo importante debería ser motivo de preocupación. Puede que no siempre sea factible porque las condiciones del mercado no siempre cooperan, pero el objetivo último de un creador de mercado debería ser diversificar su posición tanto como sea posible.

Considere la posición de opciones sobre acciones que se muestra en [la Figura 21-14](#). Esta posición no pertenece a ninguna categoría fácilmente reconocible y representa el tipo de colección mixta de opciones que un creador de mercado podría acumular a lo largo del tiempo como resultado de las compras y ventas de los clientes.⁷ Las condiciones actuales del mercado (es decir, precio de la acción subyacente, tiempo hasta el vencimiento, volatilidad implícita y dividendos) también se muestran en [la Figura 21-14](#).

Figura 21-14

Underlying share price – 68.76			Interest rate – 4.95% Expected dividend – 0.58 in 10 weeks				
Time to April expiration – 4 weeks			April implied volatility – 34.27%				
Time to June expiration – 13 weeks			June implied volatility – 33.20%				
Time to August expiration – 21 weeks			August implied volatility – 32.14%				
April			June		August		
Exercise Price	Calls	Puts	Calls	Puts	Calls	Puts	
55	+77	+47		-103		+32	
60	162	111	13	181	124	46	
65	113	77	192	25			
70	1106	19	110	49	26	20	
75	8	122	186	2	18	25	
80	-31	-18	+21		+30		
85	-135	+46	-25	+7	-72		
	Calls	Puts	Delta	Gamma	Theta	Adjusted Vega	Rho
April	-140	+212	-12,615	+504	-2.51	+6.26	-7.50
June	+67	-91	+6,093	+13	-0.62	+0.36	+9.75
August	-36	-59	+3,125	-252	+1.25	-11.19	+10.45
Shares	+3,300		+3,300				
Totals			+203	+265	-1.68	-4.57	+12.70

Para analizar a fondo la posición, tendremos que hacer algunas suposiciones sobre la estructura temporal de la volatilidad implícita. Supondremos que abril es el mes principal y que la volatilidad media de este mercado es del 30%. También supondremos que la volatilidad implícita de junio varía al 75% de la tasa de inflación.

de cambio en abril y la volatilidad implícita para agosto cambia al 50 por ciento de la tasa de cambio en abril.⁸ Podemos ver que las volatilidades implícitas actuales son consistentes con esta estructura temporal:

Volatilidad implícita de abril (mes principal) = 34,27% Diferencia respecto a la media = $34,27\% - 30,00\% = 4,27\%$.

Volatilidad implícita de junio = 33,20%

Diferencia respecto a la media = $33,20\% - 30,00\% = 3,20\%$
 $0,75 \times 4,27\%$

Volatilidad implícita de agosto = 32,14%

Diferencia respecto a la media = $32,14\% - 30,00\% = 2,14\%$
 $0,50 \times 4,27\%$

Las principales características de riesgo de la posición⁽⁹⁾ -ganancias y pérdidas teóricas (P&L), delta, gamma y vega- se muestran en [las figuras 21-15 a 21-18](#).¹⁰ A partir de estos gráficos, es evidente que los riesgos de la posición pueden cambiar significativamente a medida que cambian las condiciones del mercado, con el delta, gamma y vega girando entre lo positivo y lo negativo. Ante esto, ¿cómo debemos analizar la posición?

Figura 21-15 Valor de la posición al cambiar el precio subyacente y la volatilidad.

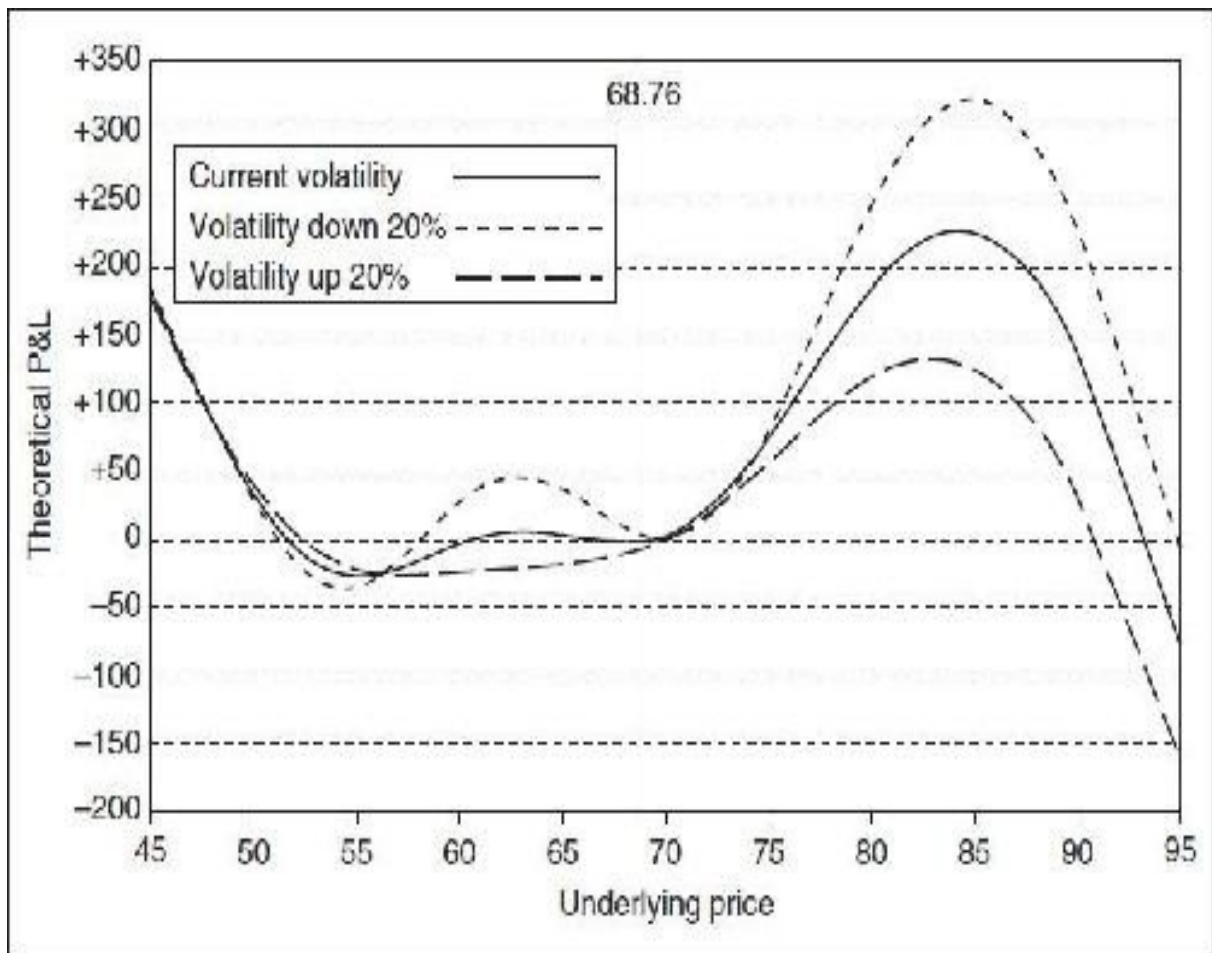


Figura 21-16 Delta de posición al cambiar el precio subyacente y la volatilidad.

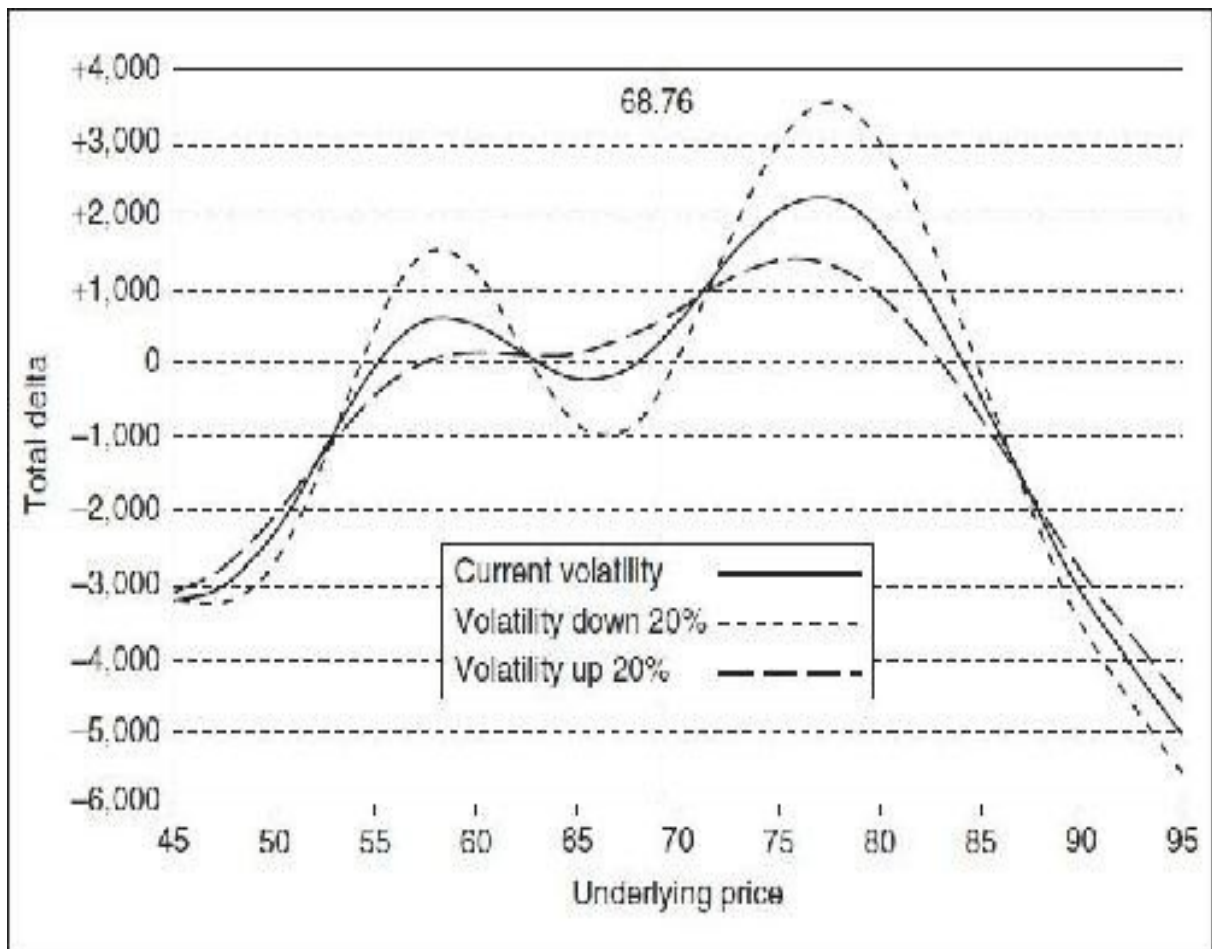


Figura 21-17 Gamma de posición a medida que cambian el precio subyacente y la volatilidad.

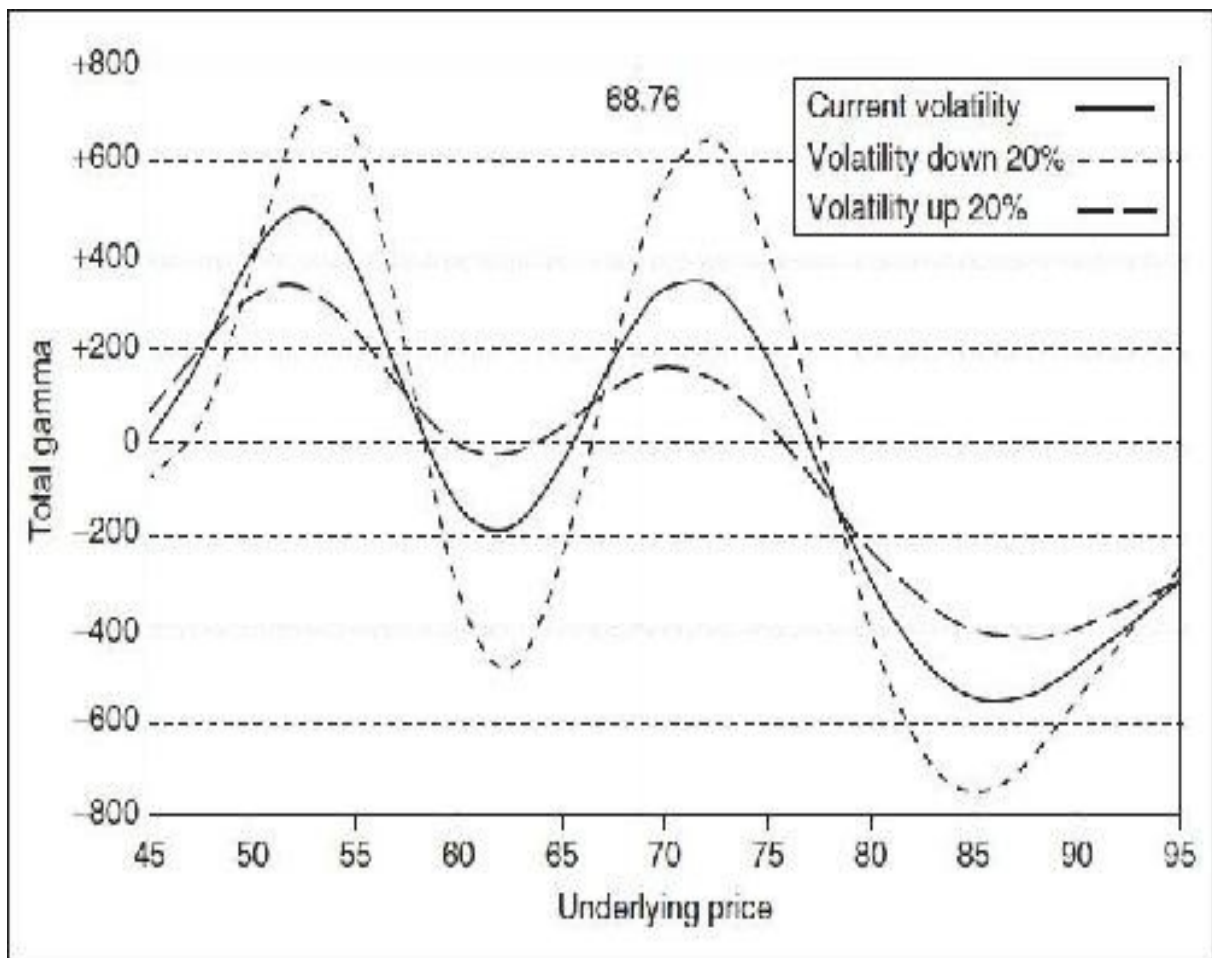
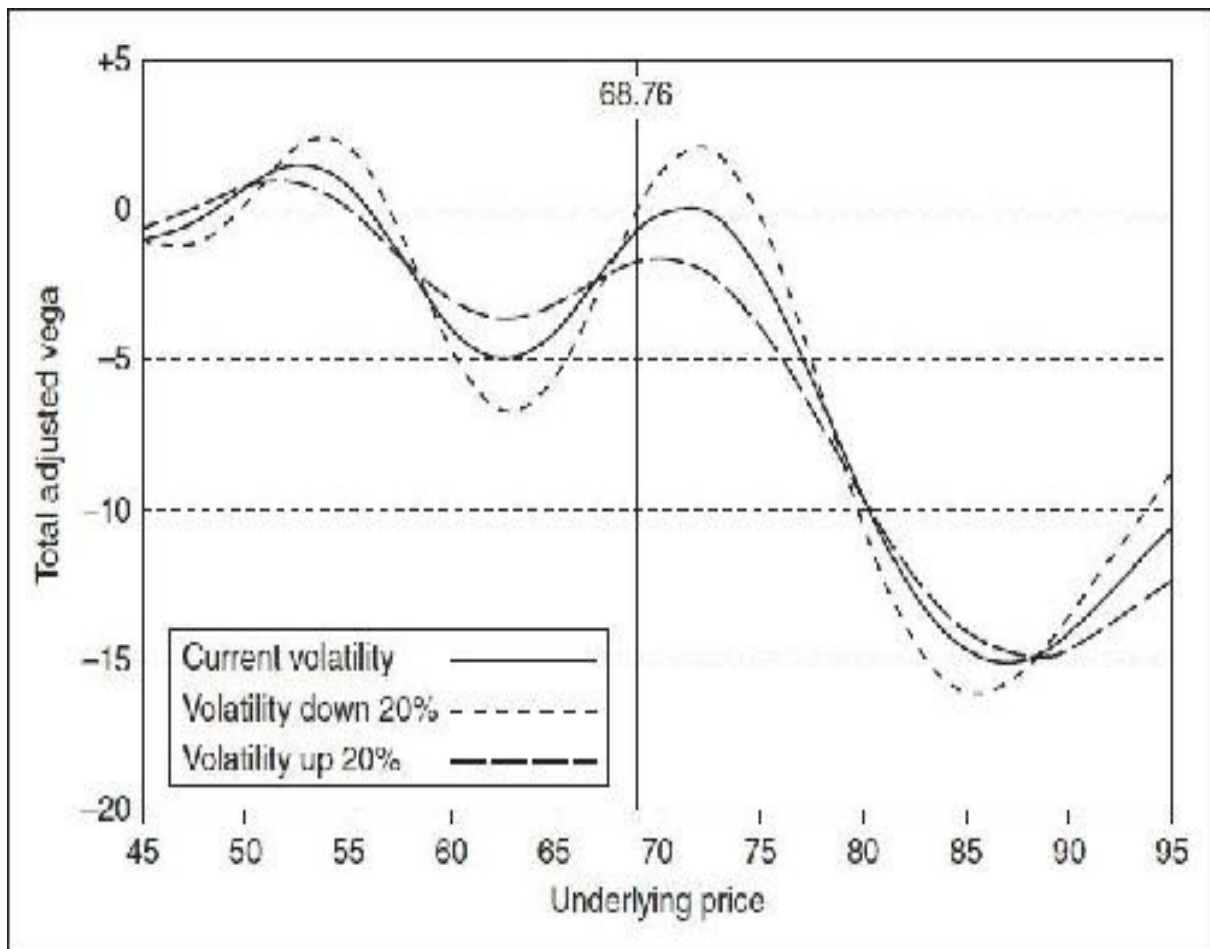


Figura 21-18 Vega de posición al cambiar el precio subyacente y la volatilidad.



El objetivo último de un creador de mercado es establecer posiciones con una expectativa de beneficios positiva, gestionando al mismo tiempo el riesgo de forma inteligente. De hecho, si no fuera por la complejidad del mercado y las características únicas de las opciones, la vida de un creador de mercado podría considerarse bastante aburrida porque hacer lo mismo una y otra vez:

Get an edge....	Control the risk....
Get an edge....	Control the risk....
Get an edge....	Control the risk....
Get an edge....	Control the risk....

Una vez establecida una posición con una ventaja teórica positiva, lo ideal sería que el creador de mercado redujera todos los riesgos a 0 sin renunciar a ningún beneficio potencial. Esto sería idéntico a convertir el gráfico de [la Figura 21-15](#) en una única línea horizontal con una P&L teórica positiva. En realidad, con una posición grande y compleja, es prácticamente imposible alcanzar tal objetivo. Una posición más

Un enfoque práctico consiste en preguntarse qué cambios en las condiciones del mercado representan la mayor amenaza inmediata para la posición y qué medidas pueden adoptarse para mitigar esos riesgos. Incluso esto dependerá de muchos factores subjetivos: el apetito por el riesgo del operador, su capitalización, el alcance de su experiencia comercial y su familiaridad con el mercado. Por desgracia, hay muy pocas respuestas fáciles cuando se trata del análisis de riesgos.

Algunas limitaciones de riesgo serán establecidas por la empresa para la que trabaja el operador o por la empresa de compensación del operador. Por ejemplo, una empresa de compensación puede exigir que un mantenga suficiente capital para soportar un movimiento del 20% en el contrato subyacente en cualquier dirección. O la empresa puede exigir capital suficiente para soportar una duplicación de la volatilidad implícita. Si el operador no tiene capital suficiente para cumplir estos requisitos, debe depositar más dinero en la empresa de compensación o reducir el tamaño de la posición para que se ajuste a las directrices de la empresa de compensación.

¿Cómo debemos analizar el riesgo de la posición de la [Figura 21-14](#)? El análisis del riesgo es importante porque permite al operador planificar con antelación y decidir qué curso de acción es el mejor en caso de que cambien las condiciones del mercado. Un operador de opciones puede tener que considerar muchos escenarios de mercado diferentes, pero menudo es mejor empezar con tres preguntas básicas:

1. ¿Qué haré si las condiciones del mercado van en mi contra?
2. ¿Qué haré si las condiciones del mercado se mueven a mi favor? (El análisis del riesgo debe centrarse no sólo en protegerse de lo malo que pueda ocurrir, sino también en aprovechar lo bueno).
3. ¿Qué puedo hacer ahora para evitar los efectos adversos de las condiciones que se mueven en mi contra en un momento posterior?

¿Qué cosas malas le pueden pasar a la posición? Evidentemente, la mayor amenaza es un movimiento alcista violento. Por encima de una cotización de 85, la posición adquirirá una delta negativa y a partir de ese momento seguirá perdiendo dinero a medida que suba el mercado ([Figuras 21-15](#) y [21-16](#)). La posición del contrato alcista (la suma de todas las calls y los contratos subyacentes) es de -76.

Con una delta actual de +203, también existe cierto riesgo de que baje de las acciones. Esto puede no ser una preocupación inmediata, pero tenga en cuenta que a medida que el precio de las acciones disminuye hacia 62, la posición adquiere una vega cada vez más negativa ([Figura 21-18](#)). Esto significa que la posición está en riesgo si el precio de las acciones cae moderadamente mientras que la volatilidad implícita aumenta.

En [la Figura 21-17](#), podemos ver que la posición tiene una gamma positiva máxima a precios de acciones de aproximadamente 53 y 72. Si el mercado se acercara a cualquiera de estos precios y se mantuviera en ellos, lo más probable es que la posición adquiriera su máxima theta negativa y, en consecuencia, comenzara a decaer muy rápidamente.

Dados los diversos riesgos, ¿cuál debería ser la preocupación inmediata? La respuesta ha de ser necesariamente subjetiva y dependerá de lo que el operador sepa sobre las características de ese valor. Si existe alguna posibilidad de que se produzca un movimiento alcista realmente grande, por ejemplo, si la empresa es un objetivo de adquisición, el operador debe cubrir al menos parte de su riesgo alcista, quizá comprando opciones de compra con un precio de ejercicio más elevado. Es cierto que si los precios de las opciones alcistas están inflados porque se sabe que la empresa es un objetivo de adquisición, el coste de proteger el riesgo alcista puede ser elevado. Pero, si una adquisición puede suponer la desaparición del operador, es posible que tenga que pagar este precio.

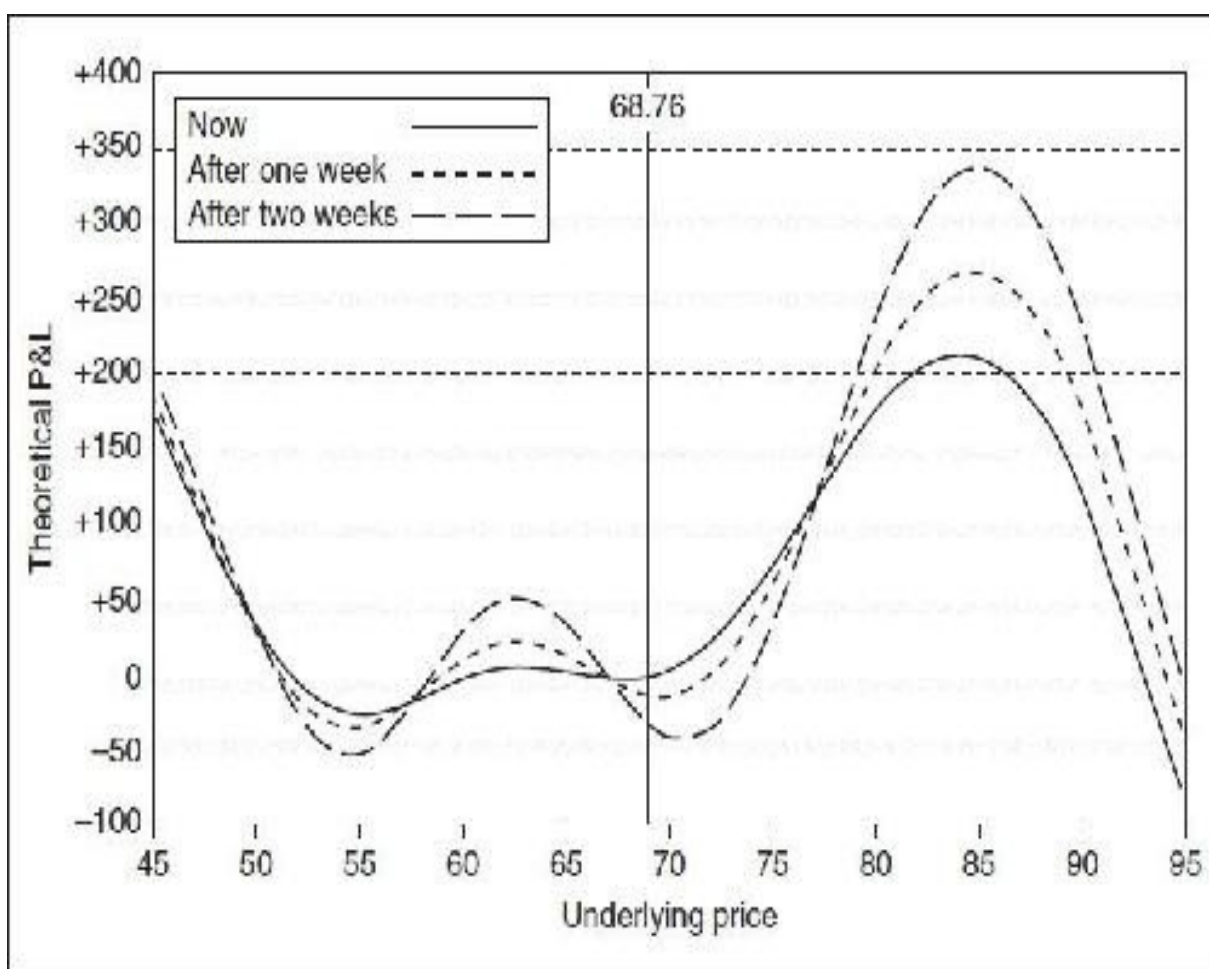
Por supuesto, el operador puede creer que un gran movimiento al alza es tan improbable que está dispuesto a aceptar el riesgo. Entonces puede que quiera centrarse en algunas de las amenazas menores para la posición. Si es un operador teórico disciplinado, puede que quiera cubrir su posición delta actual de +203, aunque esto también puede representar un riesgo tan pequeño que no sea una preocupación inmediata. De lo contrario, puede que quiera vender aproximadamente 200 deltas de alguna forma: vender acciones, vender opciones de compra o comprar opciones de venta. La última opción, comprar opciones de venta, especialmente aquellas con precios de ejercicio de 60 ó 65, tendrá el efecto no sólo de reducir la delta, sino también de reducir la vega negativa en el rango de 60 a 65. Si se le da a elegir, la compra de opciones de venta puede representar un riesgo tan pequeño que no sea una preocupación inmediata. Si se puede elegir, la compra de opciones de venta de 60 ó 65 de abril probablemente la más beneficiosa para la posición. Si el precio de las acciones baja a entre 60 y 65, estas opciones estarán en el dinero, y las opciones a corto plazo en el dinero tienen la mayor gamma. Como tales, serán las que más compensen la gamma negativa en este rango.

¿Qué cambios en las condiciones del mercado podrían ayudar a la posición? Por debajo de un precio de las acciones de 55, la posición adquirirá una delta negativa, por lo que un desplome del precio de las acciones resultará obviamente beneficioso. La posición del contrato bajista (la suma de todas las opciones de venta y los contratos subyacentes) es de -29. Si el precio de la acción subiera hacia 85, especialmente con una volatilidad implícita a la baja, esto también sería muy favorable. De hecho, casi cualquier descenso de la volatilidad implícita favorecerá la posición, como muestra la vega de [la Figura 21-18](#).

Aunque el decaimiento del tiempo no sea una preocupación inmediata, puede que merezca la pena considerar cómo afectará el paso del tiempo a la posición. La posición tiene una theta negativa (coherente con una gamma positiva), por lo que el paso del tiempo

actuará en contra de la posición si no se produce ningún cambio en el precio de la acción subyacente. La theta total de -1,90 puede ser pequeña, pero tenga en cuenta que la mayor parte de la theta se concentra en abril. Y la posición de abril consiste en una gran posición larga en opciones de compra a 70 de abril. A medida que pase el tiempo, la theta de estas opciones, que están cerca del dinero, se acelerará, haciendo que la posición pierda valor a un ritmo cada vez mayor. Si el mercado se mantiene cerca de 70, también es probable que se produzca un descenso de la volatilidad implícita. Dada la vega negativa de la , esto jugará a su favor. Aún así, puede valer la pena pensar qué acción tomar si el precio de la acción se mantiene cerca de 70. En la [Figura 21-19](#) se muestra el valor de la posición tras el paso de una y dos semanas.

Figura 21-19 Valor de la posición a medida que cambia el precio del subyacente y pasa el tiempo.



¿Qué más podría perjudicar a esta posición? Hemos supuesto que la acción pagará un dividendo de 0,58 en 10 semanas. Si la empresa no ha anunciado oficialmente el dividendo, puede que el dividendo real sea superior o inferior a esta cantidad. Las opciones de abril, que vencen dentro de cuatro semanas, no se verán afectadas por un cambio de

el dividendo. Pero, ¿cómo se verá afectada la posición global? Podemos hacer una simulación por ordenador con importes de dividendos más altos o más bajos, pero quizá un enfoque más sencillo sea observar que la posición es larga 3.300 acciones. Dado poseemos acciones y, por tanto, recibimos el dividendo, cualquier aumento del dividendo hará que el valor de la posición aumente, y cualquier disminución hará que el valor de la posición disminuya. El cambio en el valor será aproximadamente igual al cambio en el dividendo multiplicado por el número de acciones, en este caso, 3.300.

Si existe una posibilidad real de que se reduzca el dividendo, una forma de eliminar el riesgo es sustituir la posición larga en acciones por una posición larga sintética: vender las acciones y comprar opciones de compra y venta al mismo precio de ejercicio. Esto es similar a reducir el riesgo de una conversión o conversión inversa convirtiendo la posición en una caja (véase [el Capítulo 15](#)).

El rho total de +12,70 también indica que existe cierto riesgo de bajada de los tipos de interés. Por cada descenso de un punto completo (100 puntos básicos ⁽¹¹⁾) en los tipos de interés, el valor de la posición caerá en 12,70.

Suele ser más fácil analizar el riesgo generando gráficos de las características de una posición, como hemos hecho en [las figuras 21-15 a 21-19](#). Sin embargo, algunos operadores prefieren crear una tabla que muestre las sensibilidades al riesgo a distintos precios subyacentes. Esto se ha hecho en [la Figura 21-20](#), comenzando con un precio de la acción de 45 y continuando con incrementos de cinco puntos hasta un precio de la acción de 95. La tabla incluye no sólo el riesgo tradicional, sino también la sensibilidad al riesgo. La tabla incluye no sólo las medidas de riesgo tradicionales, sino también las medidas de orden superior no tradicionales analizadas en [el Capítulo 9](#). Estas medidas de orden superior pueden dar a menudo resultados más precisos. Estas medidas de orden superior pueden dar a menudo a un operador una imagen más completa de cómo cambiarán los riesgos de su posición a medida que cambien las condiciones del mercado. Por comodidad, enumeramos estas medidas a continuación:

Figura 21-20 Sensibilidades al riesgo según varíe el precio del subyacente

Stock price	<u>45</u>	<u>50</u>	<u>55</u>	<u>60</u>	<u>65</u>	<u>70</u>	<u>75</u>	<u>80</u>	<u>85</u>	<u>90</u>	<u>95</u>
Theoretical P&L	+179	+32	-25	-1	+4	+5	+74	+182	+221	+131	-76
Total delta	3,206	2,306	14	1533	232	571	12,083	11,805	439	3,092	5,046
Total gamma	+2	+391	+378	-134	-46	-325	+179	-292	-544	-479	-301
Total adjusted vega	0.94	10.86	10.81	3.97	4.07	10.11	2.09	9.68	14.84	14.27	10.70
Total theta	10.61	1.06	1.53	10.99	10.51	2.50	1.74	12.91	16.50	16.77	15.18
Total rho	+19	+19	+18	+17	+15	+12	+10	+7	+3	-1	-4
Total vanna	5	128	98	115	134	116	131	149	30	174	1100
Total charm	-15	-11	+33	+39	-55	-38	+68	+98	+38	-21	-36
Total speed	145	177	90	63	181	134	82	84	14	132	134
Total color	-8.00	-1.17	-16.60	-15.53	-12.74	+18.10	+17.62	-5.65	-14.77	-7.36	+5.1
Total volga	-0.0004	-0.0008	-0.0023	-0.0005	0	-0.0015	-0.0015	0	+0.0002	-0.0009	-0.0017
Total vega decay	+0.037	+0.065	-0.030	+0.092	+0.131	-0.046	-0.0117	-0.035	-0.052	-0.179	-0.247
Total zomma	+10	-8	-28	+24	+21	-26	-22	+15	+27	+13	-1

Vanna: Sensitivity of the delta to a change in volatility
 Charm: Sensitivity of the delta to the passage of time
 Speed: Sensitivity of the gamma to a change in the underlying price
 Color: Sensitivity of the gamma to the passage of time
 Volga: Sensitivity of the vega to a change in volatility
 Vega decay: Sensitivity of the vega to the passage of time
 Zomma: Sensitivity of the gamma to a change in volatility

División de acciones

Para concluir nuestro debate , consideremos un último cambio en mercado

una división de acciones. Esto suele ocurrir cuando una empresa quiere reducir el precio de sus acciones para promover su negociación o fomentar una mayor propiedad de las mismas. Si el precio de las acciones se mantiene alto, la actividad comercial tiende a ser limitada y la propiedad de las acciones se concentra en menos manos.

Supongamos que la acción de nuestro ejemplo se divide 2 por 1, lo que da como resultado un nuevo precio de la acción de $68,76/2 = 34,38$. ¿Qué ocurrirá con la posición? Si antes el operador tenía 3.300 acciones, ahora tendrá $2 \times 3.300 = 6.600$ acciones. Para mantener la misma relación entre cada precio de ejercicio y el precio de la acción, como resultado de la división, la cámara de compensación dividirá todos los precios de ejercicio por 2. El precio de ejercicio de 55 se convertirá en $27\frac{1}{2}$, el precio de ejercicio de 60 se convertirá en 30, y así sucesivamente. El contrato subyacente seguirá siendo de 100 acciones, pero para mantener la equidad, la cámara de compensación duplicará la posición del operador a cada precio de ejercicio. En lugar de estar largo en 77 opciones de compra de 55 de abril, el operador ahora estará largo en 154 opciones de compra de $27\frac{1}{2}$ de abril. En lugar de estar corto de 162 opciones de compra de 60 de abril, ahora estará corto de 324 opciones de compra de 30 de abril.

¿Cómo será ahora la posición de riesgo del operador? Para entender lo que ocurre, veamos un ejemplo sencillo. Con una acción subyacente que cotiza a 60,00, poseemos una opción de compra a 60 de mayo con una delta de 50 y una gamma de 5. Si la acción se divide 2 a 1, nuestra posición será ahora de 60. Si la acción se divide en 2 por 1, nuestra posición será ahora de

	Before Split	After Split
Stock price	60	30
Position	+1 May 60 call	+2 May 30 calls
Underlying contract	100 shares	100 shares
Delta position	+50	+100

Dado que la opción sigue estando en el dinero, la delta será de 50. Pero ahora poseemos dos opciones de compra, por lo que nuestra posición delta se duplicará a +100. Pero ahora poseemos dos opciones de compra, por lo que nuestra posición delta se duplicará a +100.

¿Y la gamma? Dado que la gamma es el cambio en delta por punto de cambio en el precio de la acción subyacente, si podemos determinar la nueva posición delta a un precio de la acción de 31, conoceremos la gamma. Supongamos que el precio de la acción sube a 31. Esto equivale a que el precio de la acción subiera a 62 antes del split. A un precio de 62 (antes del), nuestra posición delta sería

sido $+50 + (2 \times 5) = +60$. Pero la división de las acciones hizo que nuestra delta se duplicara, por lo que la nueva posición delta a un precio de 31 debe ser $2 \times +60 = +120$. Si la delta aumenta de 100 a 120 con un cambio en el precio de las acciones de 30 a 31, la gamma de la posición debe ser +20.

Si una acción divide Y por X (cada número X de acciones se sustituirá por Y número de acciones), podemos resumir las nuevas condiciones del siguiente modo:

New stock price:	Old stock price $\times X/Y$
New exercise price:	Old exercise price $\times X/Y$
New option position:	Old option position $\times Y/X$
Underlying contract:	Unchanged (100 shares)
New delta position:	Old delta position $\times Y/X$
New gamma position:	Old gamma position $\times (X/Y)^2$

Estos cálculos son válidos siempre que la división sea Y por 1, siendo Y un número entero (por ejemplo, 2 por 1, 3 por 1, 4 por 1, etc.). Si Y no es un número entero, es posible que haya que ajustar el número de acciones del contrato subyacente. Por ejemplo, si el precio de nuestras acciones es de 60, ¿qué ocurrirá si las acciones se dividen 3 por 2? Ahora Y no es un número entero porque el split equivale a $1\frac{1}{2}$ a 1. Si poseemos una call de 60 de mayo, podemos hacer los siguientes cálculos:

New stock price	$60 \times 2/3 = 40$
New exercise price	$60 \times 2/3 = 40$
New option position	$+1 \times 3/2 = +1\frac{1}{2}$ May 40 calls
Underlying contract	Unchanged (100 shares)
New delta position	$+50 \times 3/2 = 75$
New gamma position	$+5 \times (3/2)^2 = +11.25$

El problema es que la cámara de compensación no permite posiciones fraccionarias ($+1\frac{1}{2}$ opciones de compra a 40 de mayo). Para eliminar la fracción, la cámara de compensación sustituirá cada opción de compra a 60 de mayo antes de la división por una opción de compra a 40 de mayo después de la división. Al mismo tiempo, el contrato subyacente se ajustará de modo que el nuevo contrato subyacente sea igual al antiguo contrato subyacente multiplicado por el coeficiente de división.

$$100 \text{ acciones} \times 3/2 = 150 \text{ acciones}$$

Con estos ajustes, la delta y la gamma tienen ahora sentido. La opción está en el dinero, por lo que debería equivaler aproximadamente al 50% del contrato subyacente, o 75 acciones. Si el precio de las acciones sube a 41, igual a un precio de $61\frac{1}{2}$ antes de la división, la antigua delta habría sido

$$50 + (1,5 \times 5) = 57,5$$

La opción habría sido equivalente al 57,5% del contrato subyacente. Por lo tanto, la nueva opción (la opción de compra 40) debería equivaler a

$$0,575 \times 150 \text{ acciones} = 86,25 \text{ acciones}$$

Como era de esperar, es lo mismo que el delta (75) más el gamma (11,25).

¿Qué ocurre con las otras medidas de riesgo -eta, vega y rho- si se divide una acción? Estas cifras no cambian. El paso del tiempo, los cambios en la volatilidad y los cambios en los tipos de interés tienen el mismo efecto en una posición después de una división que antes de una división. Sólo deben ajustarse la delta y la gamma. De hecho, suponiendo que todas las demás condiciones permanezcan inalteradas, una división de acciones no tiene ningún efecto real sobre la posición de un operador. Simplemente da lugar a un cambio contable de tal forma que se mantienen los fondos propios. Por supuesto, todas las demás condiciones pueden no permanecer inalteradas. Cuando una acción se divide, podríamos suponer que el dividendo también se dividirá proporcionalmente. Pero no es necesariamente así. Un desdoblamiento de acciones suele indicar que una empresa va bien, y no es raro que el desdoblamiento vaya acompañado de un aumento del dividendo. Cualquier cambio en el dividendo esperado modificará el valor de una posición en opciones. [La Figura 21-21](#) muestra las características de nuestra posición original después de una división de acciones 2 por 1 sin cambios en el dividendo esperado.

Figura 21-21 Efecto de una división de acciones 2 por 1.

Carretera compartida Underşirig - 34.3-B			Interest rate - 4.0%		Expected dividend - 0.29 in 10 weeks		
'One to Aţuile expiraliun - 4 vzeeb M6 a			Abril inglieţivolality' - .34% / 16				
June expiraliun 1.1 weeks			June implied volatility - 37.9.5%				
Time to August expiration - 21 weeks			August implied volatility - 31.64%				
			April	June	August		
Exercise Price							
27½	154	+94		-206	+64		
30	314	+222	16	167	148	92	
32½	126	154	1184	50			
35	12	38	220	98	52	40	
37½	-16	+122	+172	-4	+16	-50	
42½	-270	+92	-50	+14	-144		
	<u>Convocatorias</u>	<u>PúD</u>	<u>Dakà</u>	<u>àmrria</u>	<u>Tlaă</u>	<u>da_g</u>	<u>Rho</u>
Abril	-280	+424	-25,230	+2,016	-2.51	+6.26	-7.10
June	134	182	14186	5	0.6z	0.36	1075
August	72	118,	i	1,008	1T3S	11:19	110.4S
Total			+406	YOEO	-1	-4S7	+1A70

¹ Para centrarnos en las características de volatilidad de las posiciones, suponemos un tipo de interés de 0 en este y otros ejemplos.

² Algunos lectores pueden reconocer esta posición como una *inversión de riesgo* o una *conversión de strike dividido*. Encontrará más información al respecto en [el capítulo 24](#).

³ La posición, por supuesto, no es actualmente delta neutral. Si queremos cubrir dinámicamente la posición, debemos empezar por compensar la delta actual de -297, quizás comprando tres contratos subyacentes.

⁴ Los clientes creen a veces que los creadores de mercado "fijan" los precios de los contratos negociados en bolsa. Esto puede ser cierto durante breves periodos de tiempo, normalmente al principio del día de negociación, cuando se dispone de muy poca información. En última instancia, sin embargo, las cotizaciones de un creador de mercado reflejan la actividad actual del mercado. Un creador de mercado no fija los precios, al igual que un termómetro no fija la temperatura.

⁵ A veces se denomina *scalper* a un operador que intenta beneficiarse únicamente del diferencial entre el precio de compra y el de venta, comprando al precio de compra y vendiendo al precio de venta sin tener en cuenta el valor teórico. El scalping es una técnica de negociación habitual en los mercados al descubierto.

⁶ En este caso, el creador de mercado tiene una posición de velocidad positiva. Su posición gamma se hace más positiva o menos negativa a medida que sube el precio del contrato subyacente.

⁷ Es probable que la posición de un creador de mercado activo sea mucho mayor que la posición mostrada, con cientos o incluso miles de opciones a cada precio de ejercicio. Para simplificar, la posición mostrada se ha reducido. Pero el proceso de análisis del riesgo será el mismo.

⁸ También podríamos hacer suposiciones sobre la estructura temporal de los tipos de interés, así como sobre la distribución de la volatilidad implícita entre los precios de ejercicio. Para no complicar demasiado el ejemplo actual, supondremos un tipo de interés constante a lo largo de los meses de vencimiento, así como volatilidades implícitas uniformes a lo largo de los precios de ejercicio. Dejaremos la discusión de *los sesgos de volatilidad* para un capítulo posterior.

⁹ En este ejemplo, hemos supuesto que las opciones son europeas y hemos realizado todos los cálculos utilizando el modelo Black-Scholes. El proceso de análisis del riesgo sería el mismo si las opciones fueran americanas, aunque los cálculos tendrían que hacerse necesariamente utilizando un modelo de fijación de precios americano.

¹⁰ Debido a la estructura temporal de la volatilidad, los cambios en la volatilidad [de los gráficos 21-15 a 21-18](#) se expresan en términos porcentuales en lugar de en puntos porcentuales. Dados nuestros supuestos (es decir, volatilidad media = 30%, la volatilidad implícita en junio cambia un 75% más rápido que en abril, la volatilidad implícita en agosto cambia un 50% más rápido que en abril), un aumento del 20% de la volatilidad con respecto a los niveles actuales se traduce en

April:	$1.20 \times 34.27\% \approx 41.12\%$
June:	$30.00\% + 0.75 \times (41.12\% - 30.00\%) \approx 38.34\%$
August:	$30.00\% + 0.50 \times (41.12\% - 30.00\%) \approx 35.56\%$
while a 20 percent decline from the current levels results in	
April:	$0.80 \times 34.27\% \approx 27.42\%$
June:	$30.00\% - 0.75 \times (30.00\% - 27.42\%) \approx 28.06\%$
August:	$30.00\% - 0.50 \times (30.00\% - 27.42\%) \approx 28.71\%$

¹¹ Los operadores suelen expresar las variaciones de los tipos de interés en *puntos básicos*. Un punto básico equivale a 1/100 de un punto porcentual, es decir, 0,0001.

Futuros y opciones sobre índices bursátiles

Dado que los futuros sobre índices bursátiles y las opciones se encuentran entre los derivados más negociados, merece la pena analizar estos contratos más detenidamente. Aunque este libro se centra principalmente en las opciones, los futuros sobre índices bursátiles y las opciones están tan estrechamente relacionados, y tantas estrategias implican ambos contratos, que es casi imposible hablar de uno sin hablar del otro. Por lo tanto, incluiremos ambos instrumentos en nuestro análisis.

¿Qué es un índice?

Un *índice* es un número que representa el valor compuesto de un grupo de elementos. En el caso de un índice bursátil, el valor del índice viene determinado por los precios de mercado de las acciones que componen. A medida que las acciones del índice suben de precio, el valor del índice sube; a medida que las acciones bajan de precio, el valor del índice baja. Si algunos valores del índice suben y otros bajan, las variaciones compensatorias de los precios de los valores pueden hacer que el índice permanezca invariable, aunque el precio de cada valor del índice haya cambiado. Aunque el índice se compone de valores individuales, el valor del índice siempre refleja el valor total de los valores que lo componen.

Los índices bursátiles suelen clasificarse como *de base amplia* o *de base estrecha*. Un índice de base amplia suele estar compuesto por un gran número de valores y pretende representar el valor del mercado en su conjunto o, al menos, de una gran parte del mercado. A continuación se enumeran algunos índices de base amplia muy seguidos.

Index	Country or Region	Number of Stocks in the Index
S&P 500	United States	500
Nasdaq 100	United States	100
Russell 2000	United States	2,000

FTSE 100	United Kingdom	100
Nikkei 225	Japan	225
ASX 200	Australia	200
KOSPI 200	South Korea	200
BOVESPA	Brazil	67
TSE	Canada	60
MSCI EAFE	Australia, Europe, and Far East	1,500
CSI 300	China	300

La designación de un índice como de base amplia puede ser algo subjetiva. Aunque un índice esté compuesto por un número menor de valores, puede considerarse de base amplia si las empresas que lo componen representan una amplia muestra representativa de la economía de un país o región.

Index	Country or Region	Number of Stocks in the Index
Dow Jones Industrials	United States	30
DAX	Germany	30
CAC 40	France	40
Eurostoxx 50	Europe	50
OMX 30	Sweden	30
FTSE MIB	Italy	40
AEX	Netherlands	25
Hang Seng	Hong Kong	30
Sensex 30	India	30
IPC	Mexico	35
Tel Aviv 25	Israel	25
Straits Times	Singapore	30
Swiss Market	Switzerland	20

Un índice de base estrecha suele estar compuesto por un número reducido de valores y refleja el valor de un segmento concreto del mercado.

Index	Market Segment	Number of Stocks in the Index
Dow Jones Transportation	U.S. Transportation Companies	20
S&P Utilities	U.S. Electrical Energy Companies	31

Bank Index	U.S. Banks and Financial Institutions	24
Semiconductor Index	U.S. Semiconductor Companies	30
Oil Service	U.S. Oil Service Companies	15
UK Homebuilders	U.K. Housing Construction	6
EuroStoxx Technology	European Technology Companies	16
FTSE Mining	Worldwide Mining Companies	24

Cálculo de un índice

Hay varios métodos que pueden utilizarse para calcular el valor de un índice bursátil, pero los más comunes se centran en los precios de las acciones del índice o en la *capitalización* de las empresas que lo componen. Para ver cómo funcionan estos métodos, consideremos el índice ABC compuesto por las tres acciones siguientes:

Stock	Price	Total Shares Outstanding	Market Capitalization
A	80	100	8,000
B	20	2,000	40,000
C	50	400	20,000

La capitalización bursátil de cada empresa es igual al precio de las acciones multiplicado por el número de acciones en circulación. Representa el valor total de todas las acciones de la empresa.

Si un índice está *ponderado por el precio*, el valor del índice es la suma de los precios individuales de las acciones

$$\text{Índice ABC (precio ponderado)} = \sum \text{precio}_i = 80 + 20 + 50 = 150$$

Si un índice está *ponderado por capitalización (cap weighted para abreviar)*, el valor del índice es la suma de las capitalizaciones individuales

$$\text{Índice ABC (ponderado por capitalización)} = \sum (\text{precio}_i \times \text{acciones}_i) = 8.000 + 40.000 + 20.000 = 68.000$$

Supongamos que el precio de la acción A sube un 10% hasta 88. ¿Cómo cambiará el valor del índice ABC si el índice está ponderado por el precio? El nuevo valor del índice será

$$88 + 20 + 50 = 158$$

En porcentuales, esto supone un aumento del

$$8/150 = 5,33\%$$

Podemos hacer el mismo cálculo para el índice ponderado por precio si la acción B sube un 10% hasta el 22% o si la acción C sube un 10% hasta el 55%. Los incrementos porcentuales del índice son

$$\text{Acción B: } 2/150 = 1,33\%$$

$$\text{Acción C: } 5/150 = 3,33\%$$

En términos porcentuales, los cambios en la acción de mayor precio, la acción A, tienen el mayor efecto sobre el valor del índice. La acción A tiene la mayor ponderación en el índice, *es decir*, representa la mayor parte del índice. Podemos calcular el papel que desempeña cada acción en el índice calculando las ponderaciones individuales:

$$\text{Stock A: } 80/150 = 53.33\%$$

$$\text{Stock B: } 20/150 = 13.33\%$$

$$\text{Stock C: } 50/150 = 33.33\%$$

También podemos calcular las ponderaciones de cada acción (con pequeños errores de redondeo) si el índice ABC está ponderado por capitalización:

$$\text{Stock A: } 8,000/68,000 = 11.76\%$$

$$\text{Stock B: } 40,000/68,000 = 58.82\%$$

$$\text{Stock C: } 20,000/68,000 = 29.41\%$$

Ahora la acción B, la de mayor capitalización, tiene la mayor ponderación en el índice.

En un índice ponderado por el precio, las acciones con el precio más alto tienen el mayor

ponderación del índice. En un índice ponderado por capitalización, los valores con mayor capitalización (valores con un gran número de acciones en circulación) tienen la mayor ponderación.

También podemos crear un índice *de igual ponderación* en el que, en términos porcentuales, cada valor desempeñe exactamente el mismo papel en el índice. Podemos hacerlo haciendo que la contribución inicial de cada acción al índice sea idéntica. Por ejemplo, supongamos que inicialmente el valor de nuestro índice es

$$\sum (\text{precio}_i / \text{precio}_i) = 1 + 1 + 1 = 3$$

En este caso, cada acción contribuye exactamente con un 33,33% al índice. Por supuesto, si siempre dividimos cada acción por sí misma, el valor del índice nunca cambiará. Pero éste es sólo el valor cuando se introduce el índice por primera vez. Posteriormente, a medida que cambia el precio de cada acción, el nuevo precio se divide por el anterior para determinar el nuevo valor del índice. Si una acción cualquiera del índice sube un 10%, el efecto sobre el índice será el mismo porque

$$88/80 = 22/20 = 55/50$$

Si los tres valores suben un 10%, el nuevo valor del índice será $88/80 + 22/20$

$$+ 55/50 = 1,10 + 1,10 + 1,10 = 3,30$$

El índice subirá exactamente un 10%.⁽¹⁾

A medida que pasa el tiempo y algunos valores de un índice ponderado por igual superan a otros, la ponderación de los valores cambiará, de modo que el índice dejará de estar ponderado por igual. Para garantizar que cada acción del representante aproximadamente el mismo valor, los índices ponderados por igual *se reequilibran* periódicamente.

Supongamos que en una fecha posterior los precios de las acciones A, B y C son 76, 25 y 51, respectivamente. El valor del índice ponderado por partes iguales ahora será

$$76/80 + 25/20 + 51/50 = 0,95 + 1,25 + 1,02 = 3,22$$

La acción B representa ahora una parte mayor del índice que la acción A o la acción C. Para garantizar que todas las acciones vuelvan a tener la misma ponderación, reequilibra el índice.

$$76/76 + 25/25 + 51/51 = 3,00$$

Por supuesto, el valor del índice de 3,00 parece incoherente con el valor del índice anterior de 3,22. Para generar un valor de índice continuo, el valor del índice después del reajuste debe multiplicarse por el incremento porcentual del índice durante el periodo de reajuste anterior. En nuestro ejemplo, el índice después del reequilibrio, debemos multiplicar el valor del índice por

$$3,22/3,00 = 1,0733$$

porque el índice subió un 7,33% en el último periodo de reequilibrio.

Es una tarea relativamente fácil sumar una lista de cotizaciones bursátiles individuales. Por ello, los primeros índices se ponderaban en función de los precios. El Promedio Industrial Dow Jones, introducido en 1896, es probablemente el más conocido de todos los índices ponderados por precio. Sin embargo, un índice ponderado por capitalización ofrece una imagen más precisa del valor de cada empresa. Con la llegada de la tecnología informática para realizar los cálculos, la mayoría de los índices más seguidos son ahora ponderados por capitalización.

La capitalización total de una empresa depende del número de acciones en circulación de la misma. Sin embargo, las restricciones de la empresa pueden impedir que algunas de estas acciones estén disponibles para su negociación. Las acciones mantenidas en la tesorería de la empresa, por directivos de la empresa o en planes de inversión de los empleados pueden no estar disponibles para el público. Las acciones que están disponibles para su negociación se denominan *free float*, y es el número de acciones del free float el que se suele utilizar para calcular el valor de un índice ponderado por capitalización.

Divisor del índice

Cuando se introduce un índice por primera vez, es habitual establecer el valor del índice en algún número redondo. Supongamos que inicialmente queremos que el valor del Índice ABC sea 100. Para ello, debemos ajustar el precio bruto del índice a 150 (ponderado por precio) o 68.000 (ponderado por capitalización) utilizando un *divisor* para alcanzar nuestro valor objetivo de 100. Como

$$\text{Valor índice bruto} / \text{divisor} = \text{valor índice objetivo el}$$

divisor debe ser

Divisor = valor del índice objetivo/valor del índice

bruto Para nuestros índices ABC, los divisores respectivos son

Price-weighted index: $150/100 = 1.50$
Cap-weighted index: $68,000/100 = 680$

Una vez determinado el divisor, todos los cálculos posteriores del índice se realizan dividiendo el valor bruto del índice por el divisor. Si el precio de la acción B sube a 25 valor del índice ponderado por el precio, que inicialmente era 100, será ahora

$$(80 + 25 + 50)/1.50 = 155/1.50 = 103.33$$

La capitalización de la empresa B será ahora $25 \times 2.000 = 50.000$, y el valor del índice ponderado por capitalización será

$$(8.000 + 50.000 + 20.000)/680 = 78.000/680 = 114.71$$

A veces es necesario ajustar el divisor para garantizar que el índice refleje con exactitud el rendimiento de las acciones que lo componen. Pensemos en lo que ocurriría si la acción A, que cotizaba a 80, se dividiera 2 por 1. El precio de la acción es ahora de 40, pero con 200 acciones en circulación. El precio de la acción es ahora de 40, pero con 200 acciones en circulación. Precio total de la acción Acciones en circulación Capitalización bursátil

Stock	Price	Total Shares Outstanding	Market Capitalization
A	40	200	8,000
B	20	2,000	40,000
C	50	400	20,000

Si el Índice ABC está ponderado por precios, el valor del índice, que antes era 100 (utilizando nuestro divisor de 1,50), será ahora

$$(40 + 20 + 50)/1.50 = 110/1.50 = 73.33$$

Pero, ¿es esto lógico? Desde el punto de vista de un inversor en la empresa A, el valor de sus participaciones no ha cambiado, así que ¿por qué debería cambiar el valor del índice? Para

generar un valor de índice continuo y lógico, debe ajustarse el divisor del índice. Con un nuevo valor de índice bruto de 110 y un valor de índice objetivo de 100 (suponiendo que no se hayan producido otros cambios de precio), el nuevo divisor de índice será

$$\text{Nuevo divisor} = 110/100 = 1.10$$

Cuando se ajusta el divisor de un índice, la organización responsable de calcularlo suele emitir un comunicado de prensa anunciando el nuevo divisor y el motivo del ajuste: "El nuevo divisor del índice ABC es 1,10 como resultado del desdoblamiento de 2 por 1 de las acciones de la empresa A".

¿Cómo afectará el desdoblamiento de 2 acciones por 1 al divisor de nuestro índice ABC ponderado por capitalización? Vemos que la capitalización de la acción A se mantiene en 8.000 acciones. Por lo tanto, no es necesario ningún ajuste. El divisor sigue siendo 680.

Los valores que componen un índice no son permanentes. Una empresa puede dejar de existir porque haya quebrado o porque haya sido absorbida por otra. O una empresa puede dejar de cumplir los criterios de inclusión en un índice porque su precio o capitalización hayan caído por debajo de algún umbral. Para mantener un número constante de componentes del índice, una empresa que se elimina de un índice debe ser sustituida por una nueva empresa. Esto requerirá un ajuste del divisor.

Supongamos que la empresa C es sustituida en el índice ABC por la empresa D, que cotiza actualmente a 75 y tiene 500 acciones en circulación:

Stock	Price	Total Shares Outstanding	Market Capitalization
A	80	100	8,000
B	20	2,000	40,000
D	75	500	37,500

Los nuevos divisores del índice ABC serán

$$\begin{aligned} \text{Price-weighted index:} & (80 + 20 + 75)/100 = 1.75 \\ \text{Cap-weighted index:} & (8,000 + 40,000 + 37,500)/100 = 855 \end{aligned}$$

Índices de rentabilidad total

En un índice bursátil tradicional, cuando cae el precio de una acción componente, caerá el precio del índice. Esto es cierto incluso si la caída del precio es el resultado de un pago de dividendos. En un *índice de rentabilidad total*, se supone que todos los dividendos se reinvierten inmediatamente en el índice. Por consiguiente, las caídas del precio de las acciones derivadas del pago de dividendos no provocan la caída del valor del índice.

El valor del índice ABC ponderado por el precio y compuesto por nuestros tres valores originales con un divisor de 1,50 es de

$$(80 + 20 + 50) / 1,50 = 100,00$$

Si la acción A paga un dividendo de 1,00 y abre a un precio de 79 el día ex dividendo, el valor del índice de apertura será

$$(79 + 20 + 50) / 1,50 = 99,33$$

Pero si el índice ABC es un índice de rentabilidad total, el valor inicial del índice se mantendrá en 100 porque el descenso de 1,00 en la acción A se debió únicamente al pago de dividendos. Para mantener un valor del índice de 100, el divisor del índice debe ajustarse a 1,49 porque

$$(79 + 20 + 50) / 1,49 = 100,00$$

Siempre que una acción componente de un índice de rentabilidad total pague un dividendo, el divisor se ajustará para reflejar el pago de dividendos.

Aunque son menos comunes que los índices tradicionales, existen algunos índices de rentabilidad total muy seguidos. El más conocido es probablemente el índice alemán DAX. Ocasionalmente un índice, como el Standard and Poor's (S&P) 500 Index, se publica en dos versiones, como índice tradicional y como índice de rentabilidad total. El primero, sin embargo, es mucho más seguido.

Repercusión de las variaciones de las cotizaciones bursátiles en un índice

Si cambia el precio de una acción componente individual, ¿cómo afectará esto al valor de un índice? Supongamos que el valor actual del índice ABC ponderado por el precio es de I . Si el precio de la acción A (precio A) cambia en una cantidad a , ¿cuál será el nuevo valor del índice? El valor bruto del índice debería aumentar en a porque

$$(A + a) + B + C = I + a$$

En términos porcentuales, el cambio en el índice es a/I . Supongamos que reescribimos a/I de una forma ligeramente distinta

$$a/I = (a/A) \times (A/I)$$

a/A es la variación porcentual del precio de la acción, mientras que A/I es la ponderación de la acción en el índice. Por lo tanto, la variación porcentual del índice debe ser igual a la variación porcentual de la acción multiplicada por la ponderación de la acción en el índice. Esto es así independientemente de si el índice está ponderado por precio, por capitalización o por igual.

Podemos confirmarlo con un ejemplo. Supongamos que la acción A del índice ABC ponderado por el precio, que actualmente cotiza a 100 con un divisor de 1,50, sube un punto. El nuevo valor del índice es

$$(81 + 20 + 50)/1,50 = 151/1,50 = 100,67$$

La ponderación de la acción A (antes de su subida de un punto) era del 53,33%, por lo que la variación porcentual del índice debería ser

$$0,5333 \times (1/80) = 0,5333 \times 0,0125 = 0,0067$$

De aquí obtenemos un nuevo valor de índice de

$$(1 + 0,0067) \times 100 = 100,67$$

Para el índice ABC ponderado por capitalización, que actualmente cotiza a 100 con un divisor de 680, el nuevo valor del índice será

$$[(81 \times 100) + 40.000 + 20.000]/680 = 68.100/680 = 100,147$$

La ponderación de la acción A (antes de su subida de un punto) era del 11,76%, por lo que la variación porcentual del índice debería ser

$$0,1176 \times (1/80) = 0,1176 \times 0,0125 = 0,00147$$

De aquí obtenemos un nuevo valor de índice de

$$(1 + 0,00147) \times 100 = 100,147$$

A medida que cambia el precio de cada acción, el nuevo precio del índice es

$$\text{Antiguo precio del índice} \times (1 + \sum \text{variación porcentual}_i \times \text{ponderación}_i)$$

Para un índice ponderado por precios, si conocemos el divisor del índice, podemos simplificar este cálculo observando que el cambio en el índice por movimiento de un punto en cualquier componente individual siempre viene dado por

$$\text{Variación del precio de las acciones/divisor}$$

Cada cambio de 1,00 en una acción del Índice ABC ponderado por precio hará que el índice cambie en

$$1,00/1,50 = 0,67$$

Puede parecer extraño que cada cambio de un punto en un valor componente tenga el mismo efecto en un índice. Si un valor sube un punto y luego sube un segundo punto, el segundo punto provocará un aumento porcentual menor en el precio del valor. Por lo tanto, cabría esperar que el segundo punto tuviera un efecto menor en el índice. Pero esto se ve compensado por el hecho de que cada punto de aumento en la acción también aumenta la ponderación de la acción en el . En conjunto, la variación porcentual de la acción y su ponderación se combinan para producir una variación puntual constante en el .

En ocasiones, un operador puede utilizar los cálculos anteriores para hacer una estimación más precisa del valor real de un índice. La mayoría de los índices se calculan a partir de la última cotización de cada valor que los compone. Pero el precio de la última operación puede no ser un reflejo exacto de la cotización actual de la acción. Supongamos que

en una acción componente del índice se ha interrumpido temporalmente. ⁽²⁾ El valor del índice se basará en el último precio de negociación de la acción interrumpida, pero este último precio puede diferir significativamente del precio previsto cuando se reanude la negociación de la acción.

Supongamos que el valor actual de un índice es de 1.425,50 y que el último precio de negociación de una acción componente es de 63,00. Sin embargo, la cotización de la acción se ha interrumpido a la espera de una noticia que, previsiblemente, provocará una subida significativa del precio de la acción. Aunque nadie conoce el precio exacto al que se reabrirán las acciones, la indicación (muy a menudo difundida por la bolsa) se sitúa en algún punto entre

67,50 y 68,00. Si la ponderación de la acción en el índice es del 2,5%, un operador de índices podría utilizar un precio de 67,75 para estimar el nuevo precio del índice cuando la acción vuelva a abrir, es decir,

$$1.425,50 \times [1 + .025 \times (67,75 - 63,00)/63,00] = 1.428,19$$

Otra posibilidad es que el operador ya haya determinado que cada punto de variación en el precio de la acción provocará una variación de 0,57 en el valor del índice, lo que arrojará una nueva estimación del índice de

$$1.425,50 + (4,75 \times .57) = 1.428,21$$

Cualquiera de las dos estimaciones permitirá al comerciante tomar una decisión con mayor conocimiento de causa.

Precio medio ponderado por volumen

El valor del índice al final de un día de negociación suele determinarse por el último precio de cada valor componente al cierre de la negociación. Pero el último precio de negociación puede no reflejar con exactitud la actividad de negociación de la acción. Supongamos que al cierre de la jornada bursátil el diferencial entre el precio de compra y el de venta de una acción es de 43,10-43,30 y que la última operación con la acción fue de 300 acciones a un precio de 43,30. Supongamos, sin embargo, que justo antes del cierre de la jornada bursátil el precio de compra y el de venta de la acción es de 43,10-43,30. Supongamos, sin embargo, que justo antes de la última operación, 2.400 acciones se negociaron a 43,15, y justo antes de eso, otras 1.800 acciones se negociaron a 43,10. La última operación de 43,30 parece ser la más importante. La última operación a 43,30 parece ser una anomalía, y la lógica sugiere que quizá debería utilizarse uno de los otros precios para el cálculo del índice. Para resolver este problema, algunas bolsas utilizan un *precio medio ponderado por volumen* (VWAP) durante un periodo determinado antes del cierre. En nuestro ejemplo, si las tres últimas operaciones durante el periodo VWAP son las que acabamos de citar, el precio de cierre de la acción será

$$[(300 \times 43,30) + (2.400 \times 43,15) + (1.800 \times 43,10)] / (300 + 2.400 + 1.800) = 43,14$$

Para calcular el valor del índice se utilizará el precio medio ponderado por volumen de 43,14.

Futuros sobre índices bursátiles

En teoría, se puede crear un contrato de futuros sobre un índice bursátil exactamente del mismo modo que se crean contratos de futuros sobre materias primas tradicionales. Al vencimiento, el titular de una posición larga en futuros sobre índices bursátiles deberá

recibir la entrega de todas las acciones que componen el índice en su proporción correcta. El titular de una posición corta deberá hacer entrega de las acciones.

De hecho, ningún contrato de futuros sobre índices bursátiles se liquida mediante la entrega física de las acciones que componen el índice. Tal proceso, que requiere la entrega del número correcto de acciones de muchos valores diferentes, sería inmanejable para la mayoría de las organizaciones de compensación. Además, la liquidación podría requerir la entrega de fracciones de acciones, lo que no es posible. Por estas razones, las bolsas suelen liquidar los futuros sobre índices bursátiles al vencimiento en efectivo, en lugar de mediante la entrega física de las acciones que los componen.

Como todos los futuros, los futuros sobre índices bursátiles están sujetos a margen y variación, con un pago final en efectivo igual a la diferencia entre el valor de vencimiento del índice y el precio de liquidación de futuros del día anterior. Si el valor del índice en el momento del vencimiento es de 462,50 y el precio de liquidación del día anterior para el contrato de futuros fue de 461,00, el titular de una posición larga recibirá un pago final de 1,50. Si el valor de cada punto del índice es de 100 \$, la posición larga de futuros se abonará con $100 \$ \times 1,50 = 150 \$$, y la posición corta de futuros se cargará con una cantidad igual. Una vez realizado este pago final, ambas partes quedan *fuera del mercado* y no se ven afectadas por ningún movimiento posterior del índice.

¿Cuál debería ser el precio justo de un contrato a plazo sobre un índice bursátil? En el [capítulo 2](#), calculamos el precio a plazo de una acción individual sumando los costes por intereses al precio de la acción (el coste de comprar ahora) y restando los dividendos esperados (el beneficio de comprar ahora).

$$F = S \times (1 + r \times t) - D$$

El precio a plazo del índice puede calcularse siguiendo el mismo . Añadimos el coste de los intereses al precio actual del índice y restamos los dividendos totales que se espera que paguen los componentes del índice antes del vencimiento. Pero a diferencia de una acción individual, en la que los dividendos se pagan de una sola vez, es probable que los pagos de dividendos de un índice se repartan a lo largo del tiempo. Un cálculo exacto del precio a plazo requiere que conozcamos el importe del dividendo de cada acción, la fecha de pago y la ponderación de la acción en el índice. A partir de ahí, podemos calcular el valor total de todos los dividendos, incluidos los intereses que pueden devengarse por cada pago de dividendos desde la fecha de pago hasta el vencimiento del contrato a plazo.

Evidentemente, el cálculo del reparto de dividendos y, por consiguiente, el cálculo del

el precio a plazo puede ser bastante complejo. Para simplificar este cálculo, muchos operadores utilizan una aproximación tratando el flujo de dividendos como si fuera un tipo de interés negativo

$$F = S \times [1 + (r - d) \times t]$$

donde d es el dividendo medio anualizado, en términos porcentuales, del índice. Si Precio

actual del índice = 100,00

Plazo de vencimiento del contrato a plazo = 4 meses Tipo de

interés = 6,00 por ciento

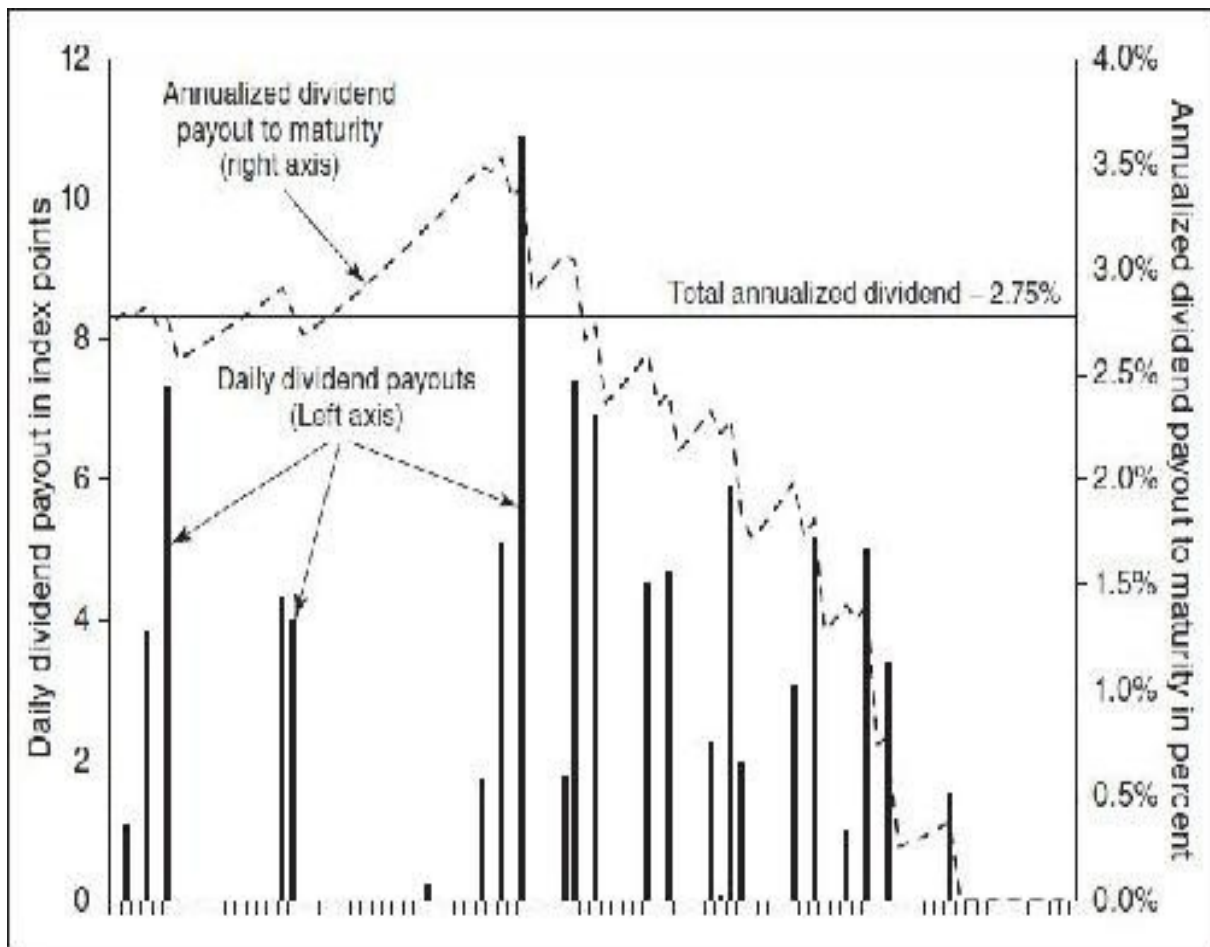
Reparto medio anualizado de dividendos = 2,25% el precio a

tres meses debería ser

$$100,00 \times [1 + (0,06 - 0,0225) \times 4/12] = 100,00 \times 1,0125 = 101,25$$

Para los contratos a plazo a largo plazo, esta aproximación representa un compromiso razonable entre facilidad de cálculo y precisión. Desgraciadamente, en el caso de los contratos a corto plazo, el hecho de que los pagos de dividendos vengan en paquetes discretos que reparten de forma desigual a lo largo de la vida del contrato a plazo puede dar lugar a grandes errores. Podemos ver esto en [la Figura 22-1](#), que muestra el pago diario de dividendos del Índice Industrial Dow Jones durante un período de tres meses. El dividendo total anualizado es de aproximadamente el 2,75%, pero dependiendo del tiempo hasta el vencimiento de un contrato a plazo, este valor puede exagerar o subestimar el verdadero pago de dividendos.

Figura 22-1 Pago diario de dividendos del índice industrial dow Jones, octubre-diciembre de 2012.



Supongamos que un contrato a plazo vence al final del ciclo de dividendos de tres meses. Si se toma una posición en el contrato a plazo al principio de este período, la estimación del 2,75 por ciento del flujo de dividendos es un reflejo razonablemente exacto del pago real de dividendos. Sin embargo, si la posición se toma hacia el final del período de tres meses, después de que se hayan pagado todos los dividendos, el 2,75 por ciento es una sobreestimación bruta; el verdadero pago de dividendos se aproxima al 1,5 por ciento.

0. La línea de puntos de [la Figura 22-1](#) muestra el verdadero pago de dividendos, sobre una base anualizada, desde ese momento hasta el vencimiento. Si se toma una posición cuando la línea de puntos está por debajo del 2,75%, esta estimación sobreestima el verdadero pago de dividendos. Si se toma una posición cuando la línea de puntos está por encima del 2,75%, esta estimación subestima el verdadero pago de dividendos.

Arbitraje de índices

En febrero de 1982, la Kansas City Board of Trade empezó a negociar futuros sobre

el índice bursátil Value Line. Este fue el primer contrato de futuros sobre índices bursátiles cotizado en los Estados Unidos. Dos meses más tarde, en abril de 1982, la Bolsa Mercantil de Chicago empezó a negociar futuros sobre el índice S&P 500.

En teoría, el precio de un contrato de futuros debería reflejar el valor razonable de mantener el contrato de futuros en lugar de mantener las acciones que componen el . Si el contrato de futuros no se negocia a su valor razonable, un operador puede realizar un arbitraje comprando un activo, ya sea la cesta de acciones o el contrato de futuros, y vendiendo el otro. Si no hay otras consideraciones el operador obtendrá un beneficio igual al precio erróneo del contrato de futuros. Sin embargo, este beneficio sólo se obtendrá en su totalidad al vencimiento del contrato de futuros, momento en el que el valor del contrato de futuros y del índice convergerán. Al vencimiento, el valor del contrato de futuros se liquidará automáticamente en efectivo, pero el operador tendrá que cursar una orden para liquidar la posición en acciones. Querrá hacerlo de forma que los precios a los que se negocie la cesta de acciones determinen el valor del índice en el momento del vencimiento. Esto puede hacerse colocando una orden *de mercado al cierre*, garantizando que el último precio de negociación de cada acción, que determina el valor final del índice, será el precio de liquidación de las acciones del operador.

El arbitraje de índices conlleva riesgos similares a los de cualquier estrategia de arbitraje de futuros sobre acciones. Si la operación no se ha ejecutado a un tipo de interés fijo, cualquier variación de los tipos representa un riesgo para la posición. Si los dividendos se han estimado incorrectamente, esto también afectará a la rentabilidad de la estrategia. Además, si la estrategia implica vender acciones en corto, puede haber restricciones que hagan que la estrategia no sea práctica. E incluso si las acciones pueden venderse en corto, el tipo de interés al descubierto puede hacer que la estrategia no sea rentable. Este tipo de estrategia, en la que un operador compra o vende un contrato de futuros sobre índices bursátiles con un precio erróneo y adopta una posición contraria en los valores subyacentes, suele denominarse *arbitraje de índices*. Dado que los ordenadores pueden programarse para calcular el valor razonable de un contrato de futuros y ejecutar el arbitraje cuando el contrato de futuros tiene un precio erróneo, este tipo de estrategias también se conocen como *operaciones programadas*.

Con la llegada de la negociación por ordenador, el arbitraje de índices se ha convertido en una estrategia cada vez más popular. Cuando un ordenador detecta un contrato de futuros sobre índices que tiene un precio erróneo con respecto al propio índice, el ordenador puede enviar órdenes para vender contratos de futuros y comprar las acciones componentes (un *programa de compra*) o comprar contratos de futuros y vender las acciones componentes (un *programa de venta*). Una vez ejecutada la estrategia, normalmente se llevará hasta el vencimiento, momento en el que se liquidará la posición mediante una orden de mercado al cierre de compra o de venta.

vender los valores que lo componen. Al principio, las bolsas podían procesar sin las órdenes de mercado al cierre resultantes de las estrategias de arbitraje de índices. Sin embargo, a medida que aumentaba la popularidad de los programas de negociación, las bolsas se dieron cuenta de que a medida que se acercaba el cierre del último día de negociación, recibían órdenes de mercado al cierre cada vez mayores. Estas órdenes de gran volumen provocaban a menudo interrupciones en el proceso normal de negociación, con saltos inesperados en los precios de los valores componentes. Por este motivo, muchas bolsas de derivados, a instancias de las bolsas correspondientes, acordaron liquidar los contratos de futuros sobre índices al vencimiento basándose en los precios de apertura de los valores componentes en lugar de en los precios de cierre. Esto eliminó las prisas de última hora por comprar o vender acciones y permitió a las bolsas casar más fácilmente las órdenes de compra y venta.

La liquidación al vencimiento basada en los precios de apertura en lugar de los precios de cierre se utiliza actualmente para la mayoría de los contratos de futuros y opciones sobre índices bursátiles. Este procedimiento de liquidación se denomina a veces *vencimiento AM*. El *vencimiento PM*, en el que el valor de liquidación se determina por los precios de cierre al final del día de negociación, es todavía se utiliza para un pequeño número de contratos sobre índices bursátiles.⁽³⁾

Replicar un índice

A veces, un operador desea crear una cartera de valores que reproduzca exactamente el valor del índice. Para ello, debe mantener una cantidad de cada título en proporción exacta a su peso en el índice.

Volviendo a nuestro Índice ABC, teníamos los siguientes valores:

Index Weightings					
Stock	Price	Outstanding Shares	Capitalization	Price Weighted	Cap Weighted
A	80	100	8,000	53.33%	11.76%
B	20	2,000	40,000	13.33%	58.82%
C	50	400	20,000	33.33%	29.41%

Si un inversor quiere replicar el índice ABC ponderado por precio, el 53,33% de sus participaciones deberían estar en la acción A, el 13,33% en la acción B y el 33,33% en el índice ABC.

por ciento en la acción C. Si un operador quiere replicar el índice ABC ponderado por capitalización, el 11,76 por ciento de sus acciones debería estar en la acción A, el 58,82 por ciento en la acción B y el 29,41 por ciento en la acción C. Si el operador tiene 100.000 dólares para invertir, necesita tener el siguiente número de acciones de cada acción:

Stock	Price-Weighted Holdings	Capitalization-Weighted Holdings
A	$53.33\% \times \$100,000/80 \approx 667 \text{ shares}$	$11.76\% \times \$100,000/80 \approx 147 \text{ shares}$
B	$13.33\% \times \$100,000/20 \approx 667 \text{ shares}$	$58.82\% \times \$100,000/20 \approx 2,941 \text{ shares}$
C	$33.33\% \times \$100,000/50 \approx 667 \text{ shares}$	$29.41\% \times \$100,000/50 \approx 588 \text{ shares}$

Dado que la ponderación de cada valor en un índice ponderado por precio es proporcional a su precio, podemos replicar un índice ponderado por precio comprando el mismo número de acciones de cada valor componente. Sin embargo, no lo mismo con el índice ponderado por capitalización, en el que la ponderación de cada acción es proporcional a su capitalización total. En ambos casos, sin embargo, podemos confirmar que el número adecuado de acciones replicará una inversión de 100.000 dólares en el índice

$$(667 \times 80) + (667 \times 20) + (667 \times 50) \approx 100.000 \$ \text{ (precio ponderado)}$$

$$(147 \times 80) + (2.941 \times 20) + (588 \times 50) \approx 100.000 \$ \text{ (capitalización ponderada)}$$

¿Por qué querría alguien replicar un índice? Un inversor puede querer hacerlo para obtener una rentabilidad igual a la del . Se trata de un método habitual para diversificar las inversiones. De hecho, el inversor puede diversificar aún más replicando varios índices que representen diversos segmentos del mercado. Un operador también puede querer replicar un índice para aprovechar una relación de arbitraje de precios erróneos. Si un contrato de futuros sobre un índice bursátil está teóricamente sobrevalorado, el operador puede intentar vender el contrato de futuros y comprar todas las acciones que lo componen. Tendrá que hacerlo de forma que replique exactamente el contrato de futuros sobre índices.

La cantidad de acciones que el operador tendrá que comprar dependerá del tamaño, o *valor teórico*, del contrato de futuros. Éste, a su vez, dependerá del multiplicador del índice que la bolsa haya asignado al contrato de futuros. Supongamos que nuestro índice ponderado por capitalización con un divisor de 68.000 es actualmente

a 100,00 y que la bolsa ha asignado un multiplicador de 1.000 \$ a cada punto. Por lo tanto, el valor notional del contrato de futuros es de $100, \times$

$\$1,000 = \$100,000$. Teniendo esto en cuenta, podría parecer que un operador que es capaz de vender un contrato de futuros sobre un índice sobrevalorado puede compensar esta posición comprando 147 acciones de la Acción A, 2.941 acciones de la Acción B y 588 acciones de la Acción C. El problema con este enfoque es que el operador necesita replicar el contrato de futuros, no el índice real. Y el contrato de futuros y el índice pueden tener características diferentes.

Para entender por qué replicar el índice no compensará exactamente la posición de futuros, considere lo que sucederá durante la vida del contrato de futuros mientras el operador espera el vencimiento, cuando el precio de los futuros y el precio del índice convergerán. Los precios de las acciones seguramente fluctuarán, lo que dará lugar a un beneficio o una pérdida para su posición en acciones. Pero este beneficio o pérdida no se realizará porque el operador debe mantener la posición hasta el vencimiento para asegurarse un beneficio de arbitraje. Al mismo tiempo, el beneficio o la pérdida resultante del contrato de futuros se realizará inmediatamente, dando lugar a una variación de crédito o débito cada día. Si hay un crédito por variación, el operador ganará intereses; si hay un débito por variación, el operador deberá pagar intereses. En cualquier caso, el interés resultante cambiará el beneficio de arbitraje que el operador esperaba originalmente. Este es otro ejemplo del riesgo de liquidación, que ya tratamos en el [Capítulo 15](#). Una posición que replica exactamente el índice es una cobertura imperfecta contra el contrato de futuros porque una parte está sujeta a la liquidación de tipo acciones, mientras que la otra parte está sujeta a la liquidación de tipo futuros. Teniendo esto en cuenta, ¿cuál debería ser la cobertura correcta?

Ignorando los dividendos, el valor razonable de un contrato a plazo sobre un índice bursátil es de

$$F = S \times (1 + r \times t)$$

Por cada punto de subida del índice, el contrato de futuros sobre índices debería $1 + r \times t$. Si consideramos el índice al contado como el contrato subyacente, podemos aplicar el concepto de delta al contrato de futuros de forma muy similar a como lo hacemos con un contrato de opciones. El delta es la tasa a la que cambiará el valor de un contrato con respecto al movimiento del contrato subyacente. Si el objetivo es ser neutro en delta, por cada contrato de futuros que mantengamos, debemos mantener una posición contraria en el índice al contado igual a $1 + r \times t$.

La magnitud de la delta de los futuros dependerá tanto del tiempo restante hasta el vencimiento como del nivel de los tipos de interés. Para un contrato de futuros a largo plazo en un entorno de tipos de interés elevados, las participaciones requeridas en el

de las acciones puede ser considerablemente mayor que la posición equivalente en futuros. A medida que se acerca el vencimiento o en un entorno de tipos de interés bajos, las posiciones en futuros y acciones serán casi idénticas. Por consiguiente, una estrategia de arbitraje de índices requiere un ajuste de la posición en acciones a medida que pasa el tiempo o cambian los tipos de interés.

Supongamos que faltan cuatro meses para el vencimiento de nuestro contrato de futuros sobre el índice ABC y que el tipo de interés anual es del 6,00 por ciento. Si vendemos un de futuros sobrevalorado, debemos compensarlo con una posición larga en acciones de $1 + 0,06 \times 4/12$

$= 1,02$, es decir, un 2% más que la participación necesaria para una réplica exacta del índice. Si pasa un mes y ahora sólo quedan tres meses para el vencimiento, deberíamos reducir nuestra participación en acciones a $1 + 0,06 \times 3/12 = 1,015$, es decir, un 1,5% más que las acciones necesarias para una réplica exacta del índice. Las participaciones necesarias para el índice ABC ponderado por capitalización son las siguientes:

Stock	Shares Required to Replicate the Index	Shares Required to Offset a 4-Month Futures Contract	Shares Required to Offset a 3-Month Futures Contract
A	147	$1.02 \times 147 \approx 150$	$1.015 \times 147 \approx 149$
B	2,941	$1.02 \times 2,941 \approx 3,000$	$1,015 \times 2,941 \approx 2,985$
C	588	$1.02 \times 588 \approx 600$	$1.015 \times 588 \approx 597$

Un cambio en los tipos de interés no sólo afectará a la delta del contrato de futuros, sino que también puede afectar a la rentabilidad de una estrategia de arbitraje de índices. Si un operador inicia un programa de compra (es decir, compra acciones, vende futuros), en realidad está pidiendo prestado efectivo para comprar las acciones. Si el coste de los fondos está vinculado a un tipo de interés variable, cualquier subida del tipo perjudicará su posición, y cualquier bajada la favorecerá. Si instituye un programa de venta (es decir, vender acciones, comprar futuros), en realidad está prestando efectivo. En este caso, cualquier subida de tipos beneficiará su posición y cualquier bajada la perjudicará. Si el cambio en los tipos de interés es lo suficientemente grande, una estrategia inicialmente rentable puede dejar de serlo. Esto es especialmente cierto si la operación del programa consiste en contratos de futuros a largo plazo. En tal caso, las consideraciones sobre los intereses se magnifican debido a los mayores costes de pedir prestado o prestar durante periodos prolongados. Del mismo modo, debido a la reducción de las consideraciones de interés, es poco probable que los cambios en los tipos de interés afecten a las operaciones del programa consistentes en futuros a corto plazo.

También hemos supuesto que el pago de dividendos de todas las acciones de un índice

permanece constante. Pero esto no es necesariamente cierto. Las empresas pueden tener años buenos y años malos, y sus políticas de dividendos pueden cambiar en consecuencia. En un programa de compra (es decir, comprar las acciones, vender los futuros) cualquier aumento de los dividendos favorecerá la posición, y cualquier disminución la perjudicará. En un programa de venta (es decir, vender las acciones, comprar los futuros), lo contrario. En un índice de base amplia compuesto por cientos de valores, es poco probable que un cambio en la política de dividendos de una empresa o incluso de varias empresas tenga un impacto significativo en la rentabilidad de una operación programada. Sin embargo, en un índice estrecho compuesto por unos pocos valores, un cambio en el pago de dividendos previsto de una sola empresa puede alterar la rentabilidad potencial de la operación. En tal caso, el operador debe considerar cuidadosamente de antemano la posibilidad de un cambio en los dividendos de las empresas que componen el índice.

Sesgo en el mercado de futuros

Los futuros sobre índices bursátiles se encuentran entre los más líquidos y activamente negociados de todos los contratos de futuros. Estos mercados permiten a todo tipo de operadores tomar decisiones basadas en las condiciones generales del mercado, más que en las condiciones únicas que puedan afectar a una acción individual. La mayoría de los operadores creen que el mercado general está menos sujeto a la manipulación que las acciones individuales y que los mercados de índices ofrecen unas condiciones más equitativas.

Un participante especialmente activo en el mercado de índices bursátiles es el gestor de carteras, cuyo objetivo suele ser generar el máximo rendimiento del capital con el mínimo riesgo. Históricamente, un gestor de cartera ha logrado este objetivo en los mercados de renta variable manteniendo una cartera de valores que el gestor cree que superarán los resultados del mercado general. A medida que el gestor identifica nuevos valores que cumplen este criterio, los añade a la cartera y, al mismo tiempo, vende los valores que, o bien han cumplido sus objetivos de rentabilidad, o bien dejado de rendir como se esperaba.

Ocasionalmente, un gestor con una cartera de renta variable puede querer proteger su participación contra un descenso previsto a corto plazo en el mercado general. Antes de la introducción de los futuros sobre índices, la única forma de hacerlo era vender las acciones de la cartera y volver a comprarlas más adelante. Esto no sólo requería mucho tiempo, sino que los costes de transacción también tendían a reducir los beneficios esperados de la posición. Pero con la introducción de los futuros sobre índices, un gestor con una cartera amplia puede decidir que sus participaciones tienden a imitar un índice en

sobre los que existen futuros. Si el gestor cree que las características de su cartera son lo suficientemente similares a las del índice, los futuros sobre índices ofrecen un método de cobertura de los valores de la cartera sin el largo y costoso proceso de vender cada valor individual de la cartera.

El efecto de las estrategias de cobertura de cartera sobre los futuros de índices bursátiles tiende a dar lugar a un mercado unilateral, porque la gran mayoría de los gestores de carteras de renta variable toman posiciones largas en acciones. Incluso si un gestor cree que una acción tendrá un rendimiento inferior al del mercado, es mucho menos común que un gestor venda acciones en corto (venta acciones que no posee) como parte de su programa de inversión. Por lo tanto, un gestor de cartera casi siempre intenta cubrir una posición larga en el mercado. Para lograrlo, un gestor de cartera suele vender contratos de futuros. Esta presión de venta constante tiende a deprimir el precio de los contratos de futuros en comparación con su valor teórico.

Si hubiera una forma segura de beneficiarse de este sesgo bajista del mercado, los arbitrajistas tomarían la posición contraria en el subyacente. Pero hemos visto que replicar un índice con una cesta de acciones no siempre es posible. Además, cuando el gestor de cartera protege su posición larga en acciones vendiendo futuros, un creador de mercado o arbitrajista acaba tomando la posición contraria; está comprando futuros. Si quiere cubrir su posición con una cesta subyacente de acciones, debe vender acciones en corto. En algunos mercados, la venta en corto de acciones puede estar prohibida, pero incluso si las ventas en corto están permitidas, vender acciones en corto nunca es tan fácil como comprarlas. Además, la venta en corto de una acción, como se explica en el [Capítulo 2](#), puede no devengar todos los intereses.

Teniendo en cuenta todos estos factores, la presión compradora y vendedora en el mercado de futuros sobre índices bursátiles no es simétrica. Son muchos más los factores que parecen ejercer una presión a la baja sobre los precios de los futuros que los que ejercen una presión al alza. Esto no significa que estos mercados nunca puedan llegar a inflarse, con contratos de futuros negociados a precios superiores a su valor razonable, pero esto es, con mucho, la excepción. En los mercados de índices bursátiles de todo el mundo, suele haber una constante presión a la baja sobre los precios de los futuros.

Opciones sobre índices bursátiles

En realidad, existen dos tipos de opciones sobre índices bursátiles: aquellas en las que el subyacente es un contrato de futuros sobre índices y aquellas en las que el subyacente es un índice al contado. Aunque se parecen en muchos aspectos, también tienen características únicas

que los diferencian de otros.⁴

Opciones sobre futuros de índices bursátiles

Las opciones sobre futuros de índices bursátiles cotizaron por primera vez en Estados Unidos en enero de 1983, cuando la Bolsa Mercantil de Chicago empezó a negociar opciones sobre contratos de futuros del S&P 500. Las opciones sobre futuros de índices bursátiles se evalúan de la misma forma que cualquier otra opción de futuros. Las opciones sobre futuros de índices bursátiles se evalúan del mismo modo que cualquier otra opción de futuros. El ejercicio o la asignación dan lugar a una posición de futuros, que está sujeta inmediatamente a margen y variación. El único caso en el que el ejercicio o la cesión no dan lugar a una posición de futuros es cuando las opciones y el contrato de futuros subyacente vencen al mismo . Dado que la mayoría de los futuros sobre índices bursátiles se negocian en el ciclo trimestral marzo-junio-septiembre-diciembre, hay cuatro ocasiones al año en las que los futuros sobre índices bursátiles, las opciones sobre futuros y las opciones sobre el índice al contado vencen al mismo . *Esta triple brujería* suele producirse el tercer viernes del mes del contrato, cuando todos los contratos sobre índices bursátiles que vencen, tanto futuros como opciones, se liquidan en efectivo.

Consideremos el caso de un operador que posee una opción de compra de 1.000 dólares en febrero sobre un contrato de futuros sobre un índice bursátil. Como febrero es un mes serial (no hay futuros de febrero), el contrato subyacente es el futuro de marzo. Si el futuro de marzo se negocia a 1.025 al vencimiento de febrero, el operador ejercerá la opción de compra de 1.000 de febrero, lo que dará lugar a una posición larga en futuros sobre marzo. A menos que el operador venda inmediatamente el futuro de marzo, la posición estará sujeta a un requisito de margen que el operador deberá depositar en la cámara de compensación. Al mismo tiempo, el operador, mediante el ejercicio, comprará un contrato de futuros de marzo a 1.000 dólares. Con el contrato de futuros cotizando ahora a 1.025, la cuenta del operador se abonará con 25,00 puntos multiplicados por el en puntos del índice. Si el valor de los puntos es de 100 \$, se en la cuenta del operador $25 \times 100 \$ = 2.500 \$$. Del mismo modo, un operador al que se le asigne una opción de compra de 1.000 de febrero tendrá una posición corta en futuros de marzo. A menos que el operador recompre el futuro de marzo, también se le exigirá que constituya un margen, y su cuenta se cargará con 2.500 \$. Tanto el operador que ejerce como el que es cedido siguen teniendo posiciones de mercado. Uno de ellos tiene una posición larga en futuros y, por lo tanto, desea que el mercado suba. El otro tiene una posición corta en futuros y, por tanto, quiere que el mercado baje.

Consideremos ahora lo que le ocurrirá al vencimiento a un operador que posea una opción de compra de 1.000 de marzo en el mismo mercado de futuros sobre índices. A diferencia de la opción de febrero, que es

(la opción vence esencialmente al cierre del mercado el viernes de vencimiento), la opción de marzo está sujeta a vencimiento AM porque el futuro de marzo está sujeto a vencimiento AM. El valor del futuro de marzo vendrá determinado por los precios de apertura de todos los valores que lo componen el viernes de vencimiento, y esto, a su vez, determinará el valor de la opción de compra de 1.000 dólares de marzo. Si la opción de compra está fuera del dinero, expirará sin valor. Si la opción de compra está dentro del dinero, la bolsa liquidará automáticamente en efectivo todas las opciones que expiren dentro del dinero. El operador propietario de la opción de compra recibirá una cantidad igual a la diferencia entre el precio de ejercicio y el valor de apertura del índice multiplicado por el multiplicador del índice. Si el valor del índice de apertura es 1.040 y el multiplicador vuelve a ser 100 \$, el operador que tenga la opción en largo recibirá 4.000 \$. Al mismo tiempo, al operador que esté corto en la opción se le cargará la misma cantidad. Además, una vez que se esta transferencia de efectivo, ambos operadores quedan fuera del mercado. El hecho de que el índice suba o baje posteriormente carece de importancia, ya que la liquidación en efectivo no da lugar a ninguna posición de mercado.

Las opciones sobre futuros de índices bursátiles, como la mayoría de las opciones sobre futuros, son americanas y, por tanto, conllevan el derecho de ejercicio anticipado. Si las opciones están sujetas a una liquidación de tipo bursátil, como ocurre en Estados Unidos, puede haber algún valor de ejercicio anticipado sobre una opción europea equivalente, como se describe en el [Capítulo 16](#), aunque este valor adicional será normalmente pequeño. Si las opciones están sujetas a una liquidación de tipo futuros, como ocurre en la mayoría de las bolsas de Europa y Extremo Oriente, no existe efectivamente ningún valor adicional sobre una opción europea equivalente.

Opciones sobre un índice de caja

Las primeras opciones al contado sobre un índice bursátil empezaron a negociarse en la Chicago Board Options Exchange (CBOE) en marzo de 1983. La bolsa había querido cotizar opciones sobre uno de los índices más seguidos, como el S&P 500 o el Dow Jones Industrial Average, pero inicialmente no pudo obtener los derechos para negociar ninguno de estos índices. En consecuencia, el CBOE decidió crear su propio *Índice de Intercambio de Opciones* (con símbolo OEX) compuesto por 100 de los mayores índices estadounidenses.
empresas.⁽⁵⁾ Dado que todas las opciones sobre acciones individuales negociadas en el CBOE en aquel momento eran americanas, con derecho de ejercicio anticipado, parecía lógico que las opciones OEX fueran también americanas. Sin embargo, una vez iniciada la negociación, resultó obvio que la característica de ejercicio anticipado entrañaba riesgos adicionales e imprevistos y complicaba enormemente la evaluación teórica. En consecuencia, todas las

Las opciones sobre índices son ahora europeas, sin posibilidad de ejercicio anticipado.

En el caso de las opciones sobre índices bursátiles en un índice en efectivo—(6)—el ejercicio no da lugar a ninguna posición subyacente. Al vencimiento, la bolsa liquida automáticamente todas las opciones en efectivo, con un abono en efectivo al comprador de una opción "in-the-money" igual a la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio del índice y un débito en efectivo por un importe igual al vendedor de la opción. Este es el mismo procedimiento que se utiliza para liquidar las opciones sobre futuros que vencen cuando el contrato subyacente de la opción es el mes de vencimiento de los futuros. Las opciones sobre índices al contado suelen estar sujetas a vencimiento AM, determinándose el valor del índice, y en consecuencia el valor de las opciones, por los precios de apertura de todos los componentes del índice.

¿Cómo debe cubrir un operador una posición en opciones sobre índices al contado? En teoría, uno podría comprar o vender todas las acciones del índice en la proporción adecuada para cubrir dicha posición. Sin embargo, esto exigiría realizar operaciones en muchas acciones diferentes y, en teoría, podría requerir la compra o venta de acciones fraccionarias. Además, a medida que cambiara el delta de la posición de la opción, el operador tendría que ajustar periódicamente las tenencias de acciones. Dados estos inconvenientes, la cobertura de una posición con una cesta de acciones componentes es poco práctica para la mayoría de los operadores. Lo que la mayoría de los operadores desean es un instrumento de cobertura que sea fácilmente negociable y que guarde una estrecha correlación con el índice al contado. El contrato que cumple estos requisitos es un contrato de futuros sobre el mismo índice bursátil que las opciones al contado.

Suponiendo que se disponga de contratos de futuros sobre un índice, un operador en un mercado de opciones sobre índices al contado cubrirá su posición con el contrato de futuros que venza al mismo tiempo que las opciones. Si no se dispone del mes de futuros correspondiente, se utiliza como instrumento de cobertura el contrato de futuros más próximo al vencimiento de la opción. Para la negociación de futuros sobre índices en el ciclo trimestral, podemos resumir el instrumento de cobertura subyacente de la siguiente manera:

Cash Index Option Expiration	Hedging Instrument
January, February, March	March futures
April, May, June	June futures
July, August, September	September futures
October, November, December	December futures

Evidentemente, ésta no es una solución perfecta al problema de la cobertura, porque el contrato de futuros y el índice al contado no son idénticos. De hecho, un contrato de futuros puede cotizar a un precio superior o inferior a su valor teórico en comparación con el índice al contado. Pero para la mayoría de los operadores, la utilización del contrato de futuros representa una solución práctica al problema de la cobertura.

Aunque utilicemos un contrato de futuros sobre índices como instrumento de cobertura, seguimos necesitando un precio subyacente para evaluar las opciones. En el caso de las opciones de marzo, junio, septiembre y diciembre, si se mantiene una posición hasta el vencimiento, el operador puede estar seguro de que, en el momento del vencimiento, el valor en efectivo del índice y el valor del contrato de futuros correspondiente convergerán. En consecuencia, el operador puede tratar el contrato de futuros como el contrato subyacente. Esto no sólo tiene sentido desde el punto de vista práctico, sino también teórico, ya que los valores de las opciones se derivan del precio a plazo del contrato subyacente, y el contrato de futuros es simplemente la forma negociada del precio a plazo. Además, si existen tanto opciones al contado como opciones de futuros sobre un índice y todas las opciones vencen al mismo tiempo, no hay ninguna diferencia entre . Básicamente, se negociarán al mismo precio.

mismos precios.⁷

La cuestión de qué precio subyacente utilizar al evaluar una opción sobre un índice al contado es algo más compleja en el caso de las opciones sobre un mes en serie, en las que no existe un mes de futuros correspondiente. Si se dispone de futuros de diciembre, siempre podemos valorar las opciones de diciembre utilizando el precio de los futuros de diciembre. También podemos utilizar el contrato de futuros de diciembre para cubrir una posición de opciones de octubre o noviembre si no se dispone del correspondiente contrato de futuros de octubre o noviembre. Pero el precio a plazo de octubre o noviembre diferirá del precio a plazo de diciembre, por lo que utilizar el precio de futuros de diciembre como precio subyacente no puede ser correcto.

Si suponemos que el contrato de futuros de diciembre representa el precio a plazo correcto de diciembre, ¿cuál debería ser el precio a plazo correcto de noviembre? Podríamos trabajar hacia atrás porque

$$F_{Dic} = F_{Nov} \times (1 + r \times t) - D$$

Entonces

$$F_{Nov} = \frac{F_{Dic} + D}{1 + r \times t}$$

Sin embargo, esto nos obliga a estimar los dividendos esperados entre

Vencimientos de noviembre y diciembre. Un método más sencillo utilizado por la mayoría de los operadores consiste en determinar el precio a plazo de noviembre implícito en los precios de las opciones en el mercado. Para ello, se observan los precios de una opción de compra y de una opción de venta de noviembre que estén próximas al dinero y cuyos precios sean, por tanto, similares y, a continuación, se utiliza la paridad entre la opción de compra y la de venta para calcular el precio a plazo implícito. Por ejemplo,

Noviembre 1.000 call= 34,85
 Noviembre 1.000 put= 29,90
 Plazo hasta el vencimiento en noviembre = 2
 meses Tipo de interés anual = 6,00 por ciento

Porque

$$C - P = \frac{F - X}{1 + r \times t}$$

entonces

$$F = (C - P) \times (1 + r \times t) + X$$

$$F_{Nov} = (34,80 - 29,85) \times 1,01 + 1,000 = 1,005$$

El precio a plazo implícito de noviembre es de 1.005,00.

Supongamos ahora que cuando calculamos el precio a plazo implícito de noviembre, el precio de los futuros de diciembre es de 1.010,00. Esto significa que debería haber una diferencia entre el precio a plazo de noviembre y el precio a plazo de diciembre de 5,00. Esto significa que debería haber una diferencia entre el precio a plazo de noviembre y el precio a plazo de diciembre de 5,00. Como el precio del contrato de futuros de diciembre fluctúa, si queremos calcular los valores teóricos de las opciones al contado de noviembre, podemos utilizar como precio subyacente el precio de los futuros de diciembre, menos 5,00.

También podríamos utilizar la paridad put-call para calcular el precio a plazo implícito de diciembre. Pero esto no es realmente necesario porque tenemos el precio a plazo implícito de diciembre en forma de contrato de futuros de diciembre. Aún así, podríamos comprobar si los precios de las opciones de diciembre son coherentes con el precio de los futuros de diciembre. Si

Precio de los futuros de diciembre= 1,010
 Plazo hasta el vencimiento en diciembre = 3 meses
 Tipo de interés anual = 6,00 por ciento

de put-call-parity sabemos que el combo de 1.000 de diciembre (la diferencia

entre los precios de la opción de compra de 1.000 y de la opción de venta de 1.000 de diciembre) debe ser

$$C - P = \frac{F - X}{1 + r \times t} = \frac{10}{1.015} = 9.85$$

Si la opción de compra de 1.000 de diciembre cotiza a un precio de 44,60, la opción de venta de 1.000 de diciembre debería cotizar a un precio de $44,60 - 9,85 = 34,75$.

	November	December
1,000 call	34.80	44.60
1,000 put	29.85	34.75

El precio del rollo de 1.000 de noviembre/diciembre (es decir, la diferencia los 1.000 sintéticos de diciembre y noviembre) es de

$$(44,60 - 34,75) - (34,80 - 29,85) = 9,85 - 4,95 = 4,90$$

¹ Una variación menos habitual de un índice de igual ponderación consiste en ponderar los valores geoméricamente en lugar de aritméticamente. El valor de un índice *de ponderación geométrica* compuesto por n valores es la raíz *enésima* del producto de las relaciones de precios. Si nuestro índice ABC está ponderado geoméricamente, el valor inicial del índice será

$$(80/80 \times 20/20 \times 50/50)^{1/3} = 1,00$$

A medida que cambien los precios de los valores que lo componen, el valor del índice será

$$[\Pi(\text{precio de hoy}_i / \text{precio de ayer}_i)]^{1/n}$$

² La negociación de una acción puede interrumpirse por diversos motivos, pero ocurre con mayor frecuencia cuando hay pendientes noticias importantes sobre la empresa. Al interrumpir la negociación, la bolsa espera dar tiempo a los inversores para asimilar la nueva información y evaluar mejor su impacto en el mercado.

³ Las opciones sobre *fondos cotizados*, que suelen estar diseñadas para imitar un índice bursátil, están sujetas al vencimiento tradicional del PM. El valor de la opción depende de los precios de cierre de las acciones al final de la negociación del día de vencimiento.

⁴ También podríamos incluir opciones sobre *fondos cotizados*. Sin embargo, los fondos cotizados se emiten en acciones y, por tanto, tienden a negociarse como opciones sobre acciones individuales.

⁵ Posteriormente, el CBOE llegó a un acuerdo con Standard and Poor's por el que se permitía a la bolsa negociar opciones sobre el índice S&P 500. Como parte del acuerdo, Standard and Poor's asumió la responsabilidad de calcular y difundir los valores del OEX. Al mismo tiempo, la OEX pasó a denominarse Índice S&P 100, aunque sigue conservando su símbolo original OEX.

⁶ Por ejemplo, SPX (Standard and Poors 500 Index), DJX (Dow Jones Industrial Index), DAX (Deutsche Aktien Index, el índice bursátil alemán), AEX (Amsterdam Exchange Index), OMX 30 (Stockholm Options Market Index) y ASX 200 (Australian Stock Exchange Index).

⁷ En el caso de las opciones sobre futuros "deeply in-the-money", que suelen ser americanas, puede haber un valor de ejercicio anticipado adicional muy ligero.

Modelos y mundo real

Un operador que utiliza un modelo teórico de fijación de precios se expone a dos tipos de riesgo

-El riesgo de que el operador introduzca datos erróneos en el modelo y el riesgo de que el propio modelo sea erróneo porque se base en supuestos falsos o poco realistas. Hasta ahora nos hemos centrado principalmente en el primer aspecto, el riesgo asociado a los datos introducidos en el modelo. Un operador suele afrontar este riesgo prestando mucha atención a las sensibilidades de una posición de opciones (es decir, delta, gamma, theta, vega y rho), preparándose así para tomar medidas de protección cuando las condiciones del mercado se muevan en su contra. Aunque cualquiera de los factores del modelo puede representar un riesgo, hemos hecho especial hincapié en la volatilidad porque es el único factor que no puede observarse directamente en el mercado.

Sin embargo, un operador de opciones activo no puede permitirse ignorar el segundo tipo de riesgo, la posibilidad de que los supuestos en los que se basa el modelo sean inexactos o poco realistas. Algunos de estos supuestos se refieren a la forma en que se realizan las operaciones en el mercado, mientras que otros se refieren a las matemáticas del modelo.

Para empezar, podríamos enumerar los supuestos más importantes de los modelos tradicionales de fijación de precios¹:

1. Los mercados no tienen fricciones.
 - A. El contrato subyacente puede comprarse o venderse libremente, sin restricciones.
 - B. Se puede pedir prestado o prestar dinero sin límite, y se aplica el mismo tipo de interés a todas las transacciones.
 - C. No hay costes de transacción.
 - D. No hay consecuencias fiscales.
2. Los tipos de interés son constantes durante la vida de una opción.
3. La volatilidad es constante a lo largo de la vida de una opción.
4. La negociación es continua, sin intervalos en el precio de un contrato subyacente.