Finanzas de Empresas Turísticas

Prof. Francisco Pérez Hernández

(f.perez@uam.es)

Departamento de Financiación e Investigación de la Universidad Autónoma de Madrid

Tema IX. Introducción a la Teoría de Carteras

IX.1. Modelo de Markowitz

IX.2. Modelo de Mercado de Sharpe

IX.3. Modelo de Carteras Mixtas y la CML.

IX.4. Modelo CAPM

1. Introducción al Modelo de Selección de Carteras de Markowitz

En el área de investigación sobre el análisis de la Teoría de Carteras, es la denominada **Teoría de Selección de Carteras (Portfolio Selection Theory)** desarrollada por **Harry Markowitz** y publicada en 1952, la principal aportación en esta materia.

Su trabajo es la primera formalización matemática de la idea de la diversificación de inversiones, es decir, el riesgo puede reducirse sin cambiar el rendimiento esperado de la cartera.

Los **trabajos** de **investigación anteriores** a la **propuesta** de **Markowitz**, se basaban en que los inversores solamente prestaban atención en maximizar el nivel esperado de rentabilidad. Si esto era lo que hacían, entonces un inversor calcularía simplemente el grado esperado de rendimientos de un conjunto de activos y luego invertiría todo su dinero en aquel activo que proporcione la mayor rentabilidad esperada.

El modelo de Markowitz es considerado la primera formalización matemática de la idea de la diversificación de inversiones, es decir, el riesgo puede reducirse sin cambiar el rendimiento esperado de la cartera.

Para ello se parte de los siguientes supuestos básicos en su modelo:

- **1** El **rendimiento** de cualquier título o cartera es descrito por una **variable aleatoria subjetiva**, cuya **distribución de probabilidad** para el período de referencia es conocida por el inversor.
- **2º** El **riesgo** de un título, o cartera, viene medido por la **varianza** (o desviación típica) de la variable aleatoria representativa de su rendimiento.
- **3º** El inversor preferirá aquellos activos financieros que tengan un mayor rendimiento para un riesgo dado, o un menor riesgo para un rendimiento conocido. A esta regla de decisión se la denomina **conducta racional del inversor**.

Actitud frente al Riesgo

La teoría de la cartera de Markowitz se basa el supuesto teórico en el que el comportamiento de un inversor se caracteriza por el grado de aversión al riesgo que tenga y el grado de maximización de utilidades que espera.

Existen tres posiciones hacía el riesgo:

Aversión al riesgo

Propensión al riesgo

Neutralidad al riesgo

Aversión al Riesgo:

Hace referencia cuando el inversor elegiría una inversión con el menor grado de riesgo frente a dos alternativas con el mismo nivel de rentabilidad esperada.

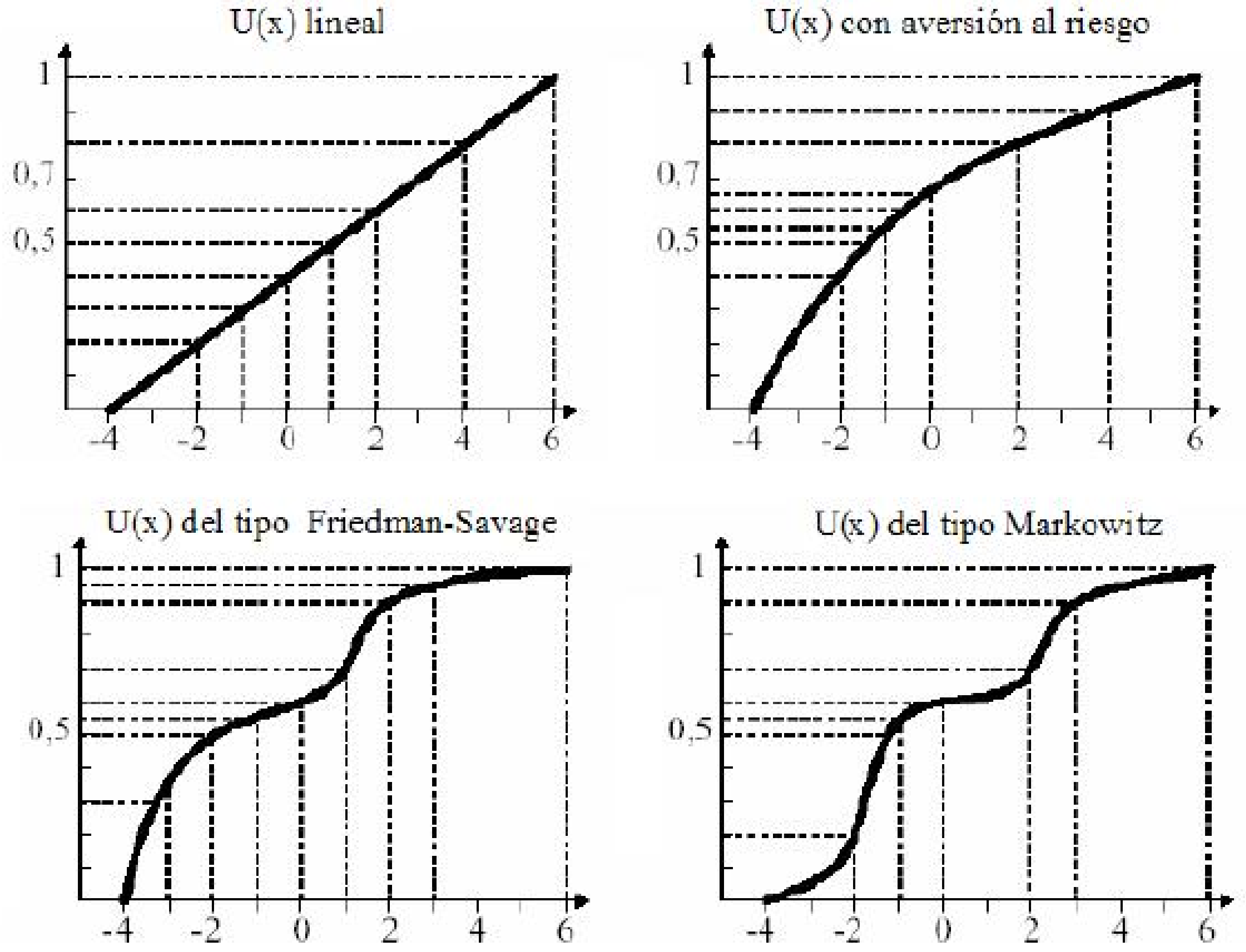
Propensos al Riesgo:

En este caso, el inversor elegiría la inversión con el mayor grado de riesgo frente a dos alternativas con el mismo nivel de rentabilidad esperada.

Neutrales al riesgo:

En esta situación, el inversor se mantendría indiferente si tuviera que elegir entre dos alternativas con el mismo nivel de rentabilidad esperada.

Distintas funciones de la Aversión al Riesgo:



2. Planteamiento matemático del Modelo de Markowitz

El modelo de Markowitz tiene su base en el comportamiento racional del inversor. Es decir, el inversor desea la rentabilidad y rechaza el riesgo. Por tanto, una cartera será eficiente si proporciona la **máxima rentabilidad** posible para un **riesgo dado**, o si presenta el **menor riesgo** posible para un **nivel determinado** de **rentabilidad**.

Recordemos que **Markowitz** parte de la base del comportamiento racional del **inversor**. Es decir, el inversor **desea** la **rentabilidad** y **rechaza** al **riesgo**.

La especificación matemática del "Programa"de Markowitz es:

$$Max\, E_p = \sum_{i=1}^{n} x_i E_i \qquad Min\, \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$$

ambas sujetas a:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} = V^* \qquad E_p = \sum_{i=1}^{n} x_i E_i = E^*$$

y considerando las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 1 \quad (i = 1,2,\ldots, n)$$

En el anterior sistema de ecuaciones:

σ_P^2 es la **varianza** de la cartera *p.*

E_p es la **rentabilidad esperada** de la cartera *p.*

X_i es la **proporción** del **presupuesto** del inversor destinado al activo financiero *i*.

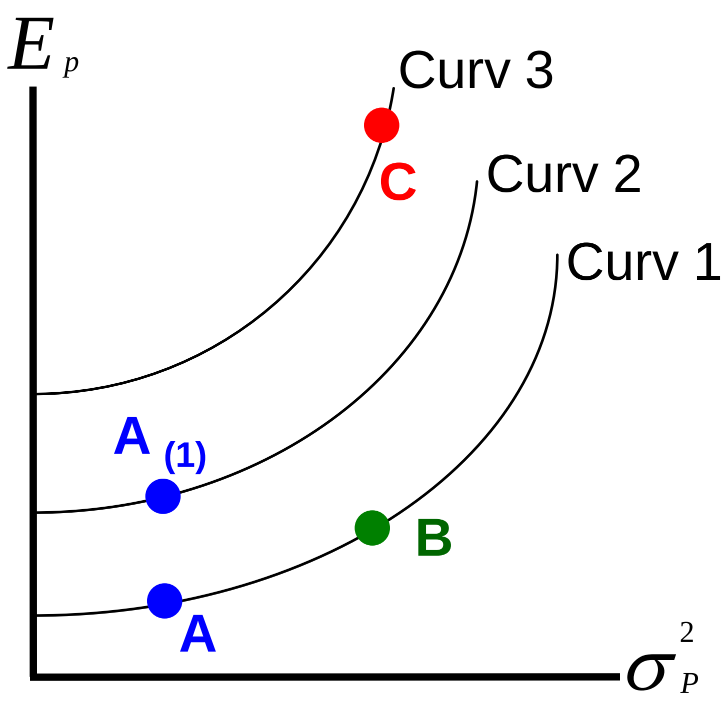
σ_{ij} es la **covarianza** entre los rendimientos de los activos *i* y *j*.

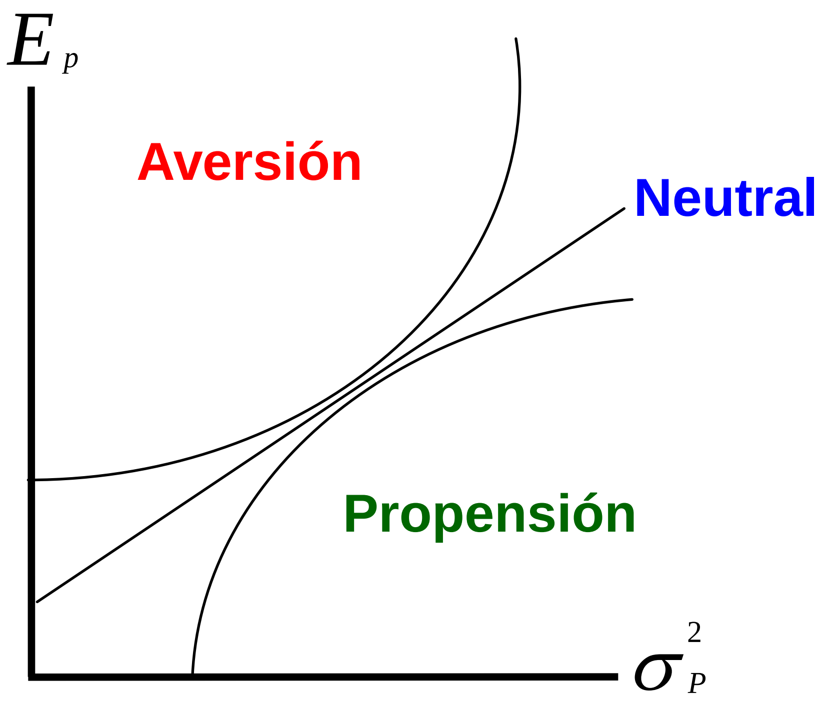
V^* E^* son los **parámetros a estimar**, lo que implica que los resultados de los valores de ambas variables determinarán cuál es la **mejor cartera para cada valor de ambas variables**.

Por tanto, el conjunto de pares $\left[E_p, \sigma_p^2\right]$ o distintas combinaciones de **rentabilidad-riesgo** de todas las carteras eficientes que tienen forma de curva cóncava reciben el nombre de **frontera eficiente (*efficient set*).** En esta frontera eficiente estarán todas aquellas carteras que proporcionan el máximo rendimiento con un riesgo mínimo.

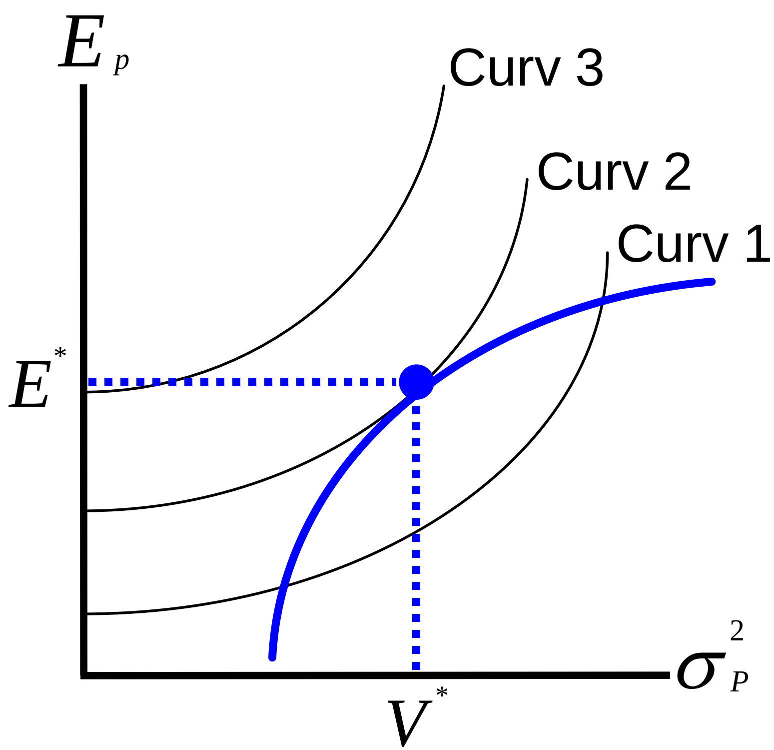
Para determinar la **cartera óptima** de un inversor en particular necesitaremos especificar sus **curvas de indiferencia entre el rendimiento y el riesgo asociado**, cuya forma dependerá de su función de utilidad y ésta será, naturalmente, distinta para cada inversor.

Las curvas de indiferencia son funciones geométricas que describen todas las combinaciones posibles de las cantidades de dos bienes, en este caso dos activos, que le proporcionan al consumidor el mismo nivel de utilidad o satisfacción.





Si calculamos e incorporamos los parámetros V^* y E^*, obtendremos los valores de las proporciones en las que tenemos que distribuir el presupuesto de inversión para obtener la cartera óptima del inversor al que hemos hecho referencia anteriormente. **La frontera eficiente será igual para todos los inversores, en cambio la cartera óptima será distinta para cada inversor.**



3. Principales aportaciones

- Basado en la teoría microeconómica de elección del consumidor bajo incertidumbre, **Markowitz** logra **sintetizar** la distribución de probabilidad de cada activo que conforma la cartera en dos estadísticos descriptivos: la **media** y la **varianza**.
- De esta forma, el modelo de **Markowitz permite identificar** la mejor relación **rentabilidad-riesgo** de dos o más activos de una cartera.
- Otro aspecto importante del **trabajo de Markowitz** fue mostrar que no es el riesgo de un título lo que debe importar al inversor sino la contribución que dicho título hace al riesgo de la cartera. Esto es una cuestión de su **covarianza** con respecto al resto de los títulos que componen la cartera. De hecho, el riesgo de una cartera depende de la covarianza de los activos que la componen y no del riesgo promedio de los mismos.

4. Principales críticas

- En general los inversores **no son racionales** (*Homus racionals - Keynes*) sino que reaccionan ante estímulos económicos (*Homus economicus - Friedman*). Y si fuesen racionales, el modelo de Makowitz presenta problemas para captar esta racionalidad.

- La varianza no es el estadístico más eficiente para medir el riesgo. Surgen entonces distintas estimaciones: ratio de Sharpe y Modigliani, ...

Bibliografía:

- Markowitz, Harry (1952). “Portfolio Selection”, Journal of Finance, (1), 7, 77-91.
- Markowitz, Harry (1991). “Foundations of Portfolio Theory”, Journal of Finance, (46), 2, 469-477.
- Durán Herrera, Juan José (1992). “Economía y Dirección Financiera de la Empresa” Editorial Piramide
- Mendizabal, A., Miera, L. M. y Zubia, M. (2002). “El modelo de Markowitz en la gestión de carteras”, Cuadernos de Gestión, (2), 1, 33-46.
- Mascareñas, Juan (2008). “Gestión de Carteras I y II” Monografías sobre Finanzas Corporativas.