

GEOMETRIA FRACTAL Y MERCADOS FINANCIEROS¹

María Teresa Casparri

Alejandro Moreno

(Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión)

Resumen

Dada la falta de correlato entre la realidad y la hipótesis de mercados eficientes no es de sorprender que los análisis de los modelos basados en ella no se adecuen a los hechos empíricamente observados. Estas falencias abren las puertas a nuevos modelos y herramientas de análisis, entre ellas la geometría fractal que nos permite resolver los problemas de la hipótesis de mercados eficientes, acercando teoría y realidad, y proveernos de nuevas herramientas para el análisis.

Los modelos tradicionales de mercados financieros no sólo nos presentan una visión simplificada de su funcionamiento (cómo hacen todos los modelos), sino que también nos presentan un modelo basado en supuestos que no sólo no tienen fundamento empírico, sino que estos modelos tampoco han sido capaces de explicar los movimientos de los mercados financieros (particularmente en lo que respecta a movimientos bruscos que ocurren con una frecuencia muchas veces superior a lo predicho por modelos tradicionales), realizar buenas predicciones ni detallar los factores que impulsan los movimientos del mercado o la manera en que estos se producen.

La hipótesis de mercados eficientes nos presenta un mundo poblado de agentes racionales (o que al menos se comportan como racionales de manera agregada cómo dicta la hipótesis de Hayek) y aversos al riesgo en el que los precios de los activos reflejan toda la información disponible y que ya fue descontada en el precio de los activos por los agentes racionales. Así el mercado seguirá los preceptos de un modelo lineal, en el cual no queda memoria del pasado y cuyas características justifican el uso de la estadística y la econometría en su estudio y análisis.

Para poder realizar los análisis estadísticos usuales, es necesario que los activos sean independientes e idénticamente distribuidos, más aún, normalmente distribuidos. Sin embargo, esto rara vez se verifica. Rara vez encontraremos distribuciones normales en los mercados financieros (y aún en fenómenos naturales), más allá de lo que señale la ley de los grandes números. Tampoco podemos asegurar que sean independientes puesto que no toda la información disponible hoy es incorporada a los precios de los activos. No sólo nos encontramos con información asimétrica y ruido en la misma, sino también podemos ver que la información de hoy tiene efectos claros en el futuro, y no es simplemente descontada en un período y “olvidada” en los períodos siguientes, cómo nos harían creer estos modelos basados

¹ Este trabajo ha sido realizado en el marco del proyecto UBACyT E012 “Evaluación de riesgos financieros extremos en mercados emergentes con énfasis en Argentina”

en los movimientos brownianos. Además, los retornos de las acciones suelen presentar distribuciones leptocúrticas y con colas gordas (gran presencia de valores extremos), por lo que convendría trabajar con distribuciones que reflejen estos hechos, cómo ser la familia de distribuciones de Pareto, que presentan dichas características y permiten un comportamiento fractal de las series que en base a ellas se generan.

La volatilidad de los mercados financieros tampoco se ajusta a la teoría de los mercados eficientes. Esta dista mucho de ser constante y evidencia una alta inestabilidad en el tiempo, por lo que la famosa regla de $T^{1/2}$ para escalar las volatilidades a distintos horizontes temporales ya no sería válida debido a que los retornos de los activos no se distribuyen normalmente.

Finalmente, en lo que respecto a los inversores racionales, y más allá de todas las críticas a la racionalidad de los mismos, no se verifica la relación riesgo-retorno recetada por la teoría tradicional que debería llevar al mercado al equilibrio (estos son modelos de equilibrio general). Uno de las más notables falencias de la teoría tradicional en este aspecto lo constituye el llamado “equity premium puzzle” o problema de prima de activo, que se basa en la observación de que, a largo plazo, los retornos de las acciones por sobre los bonos (siendo los primeros mucho más riesgosos que los segundos por su mayor volatilidad) son muchas veces mayores a lo explicado por la teoría tradicional (particularmente el modelo Capital Asset Pricing Model –CAPM- de Treynor, Sharpe y Lintner y la Teoría Moderna de la Cartera desarrollada por Harry Markowitz).

Para hacer frente a estos problemas podemos utilizar las herramientas de la geometría fractal desarrollada Benoit Mandelbrot y otros que nos permitirá trabajar en el marco de un modelo más general del cual la hipótesis de mercados eficientes es un caso particular y anómalo. Mediante el uso de fractales se pueden describir formas (y procesos) de gran complejidad por medio de tan sólo unas simples reglas. La interacción dinámica del sistema dominado por reglas simples dará origen a su complejidad, en la cual las partes guardarán una relación con el todo (son sistemas autoreferentes o autosimilares).

Una forma de caracterizar a estas figuras fractales es mediante el uso de la dimensión fractal, que nos dice cómo un objeto llena el espacio que lo contiene. Un cuadrado o una esfera sin agujeros poseen 2 y 3 dimensiones respectivamente. Sin embargo, los fractales no alcanzan a llenar completamente la dimensión en que se encuentran encajados, por lo que su dimensión es menor a la de la dimensión que los encaja.

En el caso de las series de tiempo, estas no llegan a cubrir todo el espacio que las contiene, por lo que su dimensión se encuentra entre 1 y 2 puesto que son más que una línea pero menos que un plano. Al aplicar la dimensión fractal a series de tiempo financieras, esta nos dará una medida más realista que la varianza para comparar el riesgo de distintos activos.

Otra herramienta de la geometría fractal utilizada en el análisis de series financieras es el exponente de Hurst (H) obtenible mediante el análisis de rangos re-escalados o análisis R/S. El exponente de Hurst (cuyo valor queda comprendido entre 0 y 1) nos permite analizar la naturaleza de una serie de tiempo. Si tenemos una serie con un $H=0,5$ estamos en presencia de un proceso de tipo random walk. Sin embargo, si H difiere de 0,5 estaremos en presencia de un proceso con memoria (un random walk sesgado) en el que se pierde la independencia de las observaciones. Esta memoria es, teóricamente, infinita, por lo que el presente es el resultado de todos los hechos anteriores. Utilizando el exponente de Hurst puede obtener la medida de correlación, que me indica el impacto que tiene el presente en futuro (y el pasado en el presente).

Si tenemos una serie con un exponente de Hurst comprendido entre 0 y 0,5 estaremos en presencia de un proceso antipersistente o ergódico. Mientras más cerca se encuentre H de 0, el comportamiento de la serie será más cercano a un proceso de tipo *mean reverting* (prevalece la media del proceso en su comportamiento temporal). Por el contrario, si H se encuentra entre 0,5 y 1 el proceso reforzará las tendencias (si tenemos un movimiento en un sentido en un período hay una alta probabilidad de que el movimiento del período siguiente sea en el mismo sentido). Estos movimientos persistentes suelen ser los que evidenciamos en los mercados financieros, mientras que existen pocos ejemplos de mercados antipersistentes.

A partir del exponente de Hurst podemos calcular la medida de correlación de una serie, que nos indica como el presente impacta el futuro. Así veremos como los procesos fractales tienen una memoria teóricamente infinita, aún si para series empíricas esta memoria decrece con el paso del tiempo hasta volverse despreciable. Sin embargo, esta es una memoria de largo plazo, muy distinta a la memoria markoviana de corto plazo de los procesos estocásticos (tradicionales). Si las observaciones fueran independientes, H sería igual a 0,5 y su medida de correlación correspondiente sería igual a 0. Mediante el análisis R/S (que nos permite obtener el coeficiente de Hurst y la medida de correlación) podemos analizar la independencia de las observaciones sin importar la distribución de probabilidad subyacente.

El análisis R/S nos permite también analizar la presencia de ciclos y medir su duración media. La longitud del ciclo nos dirá cuando el sistema ha perdido la memoria de sus propias condiciones iniciales. Para ver si la información disponible hoy tiene efectos en el futuro –lo que significa que el sistema tiene memoria- podemos desordenar los datos de una serie de tiempo y realizar nuevamente el análisis R/S. Si el proceso no tuviera memoria (como postulan las teorías tradicionales acerca de los mercados financieros), los coeficientes de Hurst resultantes de dicho análisis no variarían significativamente. Esto rara vez sucede y en la gran mayoría de las series financieras podemos ver que el coeficiente de Hurst calculado varía significativamente al desordenar los datos, por lo que vemos que hay una dependencia temporal en el sentido de Hurst en los datos. Esta dependencia significa que la información disponible hoy cambia los retornos futuros para siempre. No se pierde memoria de las condiciones iniciales (algo que caracteriza a los sistemas caóticos).

Conclusiones

Los mercados financieros distan mucho de ajustarse al comportamiento postulado por la hipótesis de mercados eficientes y es por ello que los análisis de los distintos modelos basados en ella distan mucho de ser confiables. Es por ello que sus predicciones no se ajustan a la realidad y por lo que deberemos desechar completamente dichos modelos y 50 años de teoría económica (algo que muchos proponen y muchos más temen) o intentar modificar las herramientas de nuestro análisis para ver si se puede mejorar la performance de dichos modelos.

El uso de las herramientas derivadas de la geometría fractal nos permite realizar un análisis de los mercados que no sólo es más realista en cuanto a sus supuestos, sino que también produce explicaciones con una mayor consistencia con las observaciones empíricas.

Bibliografía:

- Brealey, R.; Myers, S., "Principios de Finanzas Corporativas", McGraw-Hill, 2003
- Markowitz, H., "Portfolio Selection", Journal of Finance, 46, 469-477, 1959
- Mandelbrot, B., "The Fractal Geometry of Nature", W.H. Freeman, Nueva York, 1982
- Peters, E., "Chaos and order in the capital markets", John Wiley & Sons, Massachussets, 1991
- Peters, E., "Fractal market analysis", John Wiley & Sons, Nueva York, 1994